



# SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA MATEMÁTICA FINANCEIRA NA FORMAÇÃO GERAL BÁSICA

PEDRO CAIXETÁ CABRAL  
CLECI TÊRESINHA WERNER DA ROSA

2023

CIP – Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

---

C117s Cabral, Pedro Caixeta  
Sequências didáticas para matemática financeira na formação geral básica [recurso eletrônico] / Pedro Cabral Caixeta, Cleci T. Werner da Rosa. – Passo Fundo: EDIUPF, 2023.

1.3 MB ; PDF. – (Produtos Educacionais do PPGECM).

Inclui bibliografia.

ISSN 2595-3672

Modo de acesso gratuito: <http://www.upf.br/ppgecm>

Este material integra os estudos desenvolvidos junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM), na Universidade de Passo Fundo (UPF), sob orientação da Profa. Dra. Cleci T. Werner da Rosa.

1. Matemática financeira – Estudo e ensino (Ensino médio). 2. Professores - Formação. 3. Freire, Paulo, 1921-1977. 4. Material didático. 5. Aprendizagem. I. Rosa, Cleci T. Werner da. II. Título. III. Série.

CDU: 372.851

---

Bibliotecária responsável Juliana Langaro Silveira – CRB 10/2427

Revisão Textual – Smirna Cavalheiro

Arte diagramação – Thiesco Crisóstomo

## SUMÁRIO

Apresentação.....	4
Matemática Financeira no Novo Ensino Médio .....	6
Paulo Freire e a Matemática.....	8
Os 3 Momentos Pedagógicos (3MP) como abordagem metodológica .....	10
Sequências didáticas.....	12
Razão, proporção e porcentagem .....	15
Introdução à Matemática Financeira e Juros Simples.....	30
Juros Compostos.....	39
Sistemas de Amortização .....	52
Relato do curso.....	64
Matemática Financeira no contexto do Novo Ensino Médio....	65
Para sermos mais.....	68
Referências bibliográficas .....	69
Sobre o/a autor/a.....	71

## APRESENTAÇÃO

“Quem sabe isso quer dizer amor  
Estrada de fazer o sonho acontecer”  
Milton Nascimento, *Quem sabe isso quer dizer amor*  
Composição: Márcio Borges / Lô Borges

Um saudoso nordestino de barba branca, que ganhou o mundo e enfrenta resistências por aqui no Brasil, insiste em ecoar. O ano de 2021 foi o período de celebrar o centenário do nascimento daquele que falou em educação, falou em amorosidade e falou em libertação. Não que nessa ordem e se é que precisa de ordem para as coisas feitas pelo coração, pois como aprendemos com a Legião Urbana, não existe razão por aí não.

Paulo Freire (1967, p. 97) disse que “A educação é um ato de amor, por isso, um ato de coragem. Não pode temer o debate. A análise da realidade. Não pode fugir à discussão criadora, sob pena de ser uma farsa”. E ao vivermos, em 2022, a implementação do Novo Ensino Médio nos deparamos mais uma vez com estas palavras, como que nos ensinando e nos desafiando a viver estes novos tempos na educação brasileira.

Por causa da amorosidade que emana de uma espiritualidade libertadora bem como do serviço às juventudes e por fazer Educação por opção e nela acreditar para a construção de um amanhã melhor do que o hoje é que apresentamos este material pedagógico que quer contribuir com a formação de professores/as de Matemática do Ensino Médio, num contexto de mudanças, incertezas, mas também de reafirmação de posturas e clareza (ou enegrecimento) daquilo que nos é inegociável.

Trata-se de um produto educacional, na forma de material de apoio para professores/as<sup>1</sup> de Matemática, desenvolvido no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo, e que acompanha a dissertação de Mestrado intitulada *A Matemática Financeira no contexto do Novo Ensino Médio numa*

---

<sup>1</sup> Neste texto será utilizada a linguagem inclusiva. Embora seja praxe, utilizar o masculino para generalizar o gênero, e tendo a norma culta da gramática essa instrução, optou-se por unir-se aos movimentos sociais e de gênero, tentando remover esta valorização do masculino em detrimento ou mesmo anulação do feminino.

*perspectiva freiriana*, desenvolvida sob a orientação da professora Cleci Werner da Rosa. A operacionalização do produto ocorreu por meio de um curso de formação permanente para professores/as de Matemática e contou com apoio da Secretaria de Educação do Distrito Federal (SEEDF). Ao levar a versão preliminar deste produto até os/as professores/as, objetivou-se que a partir das vivências e experiências deles/as, estes/as pudessem avaliar as atividades e a organização didático-metodológica proposta no material. Além disso, com a aplicação do produto intencionou-se promover um espaço em que professores/as de Matemática repensassem sua prática educativa a partir de uma perspectiva freiriana.

O material de apoio é constituído por três pequenos textos introdutórios e quatro sequências didáticas para abordar o tema Matemática Financeira utilizando os 3 Momentos Pedagógicos na perspectiva de Delizoicov e Angotti (1990; 1991). Além disso, o material apresenta um breve relato do curso realizado com os/as professores/as de Matemática, lista ainda os referenciais bibliográficos utilizados no texto e, ao final, é realizada uma apresentação do/a autor/a deste material.

Vale ressaltar que este produto educacional não objetiva ser um material imutável e autossuficiente. Nada mais antifreiriano se propuséssemos sua aplicação fidedigna! Antes de mais nada ele é um convite para que os/as professores/as de Matemática conduzam suas aulas de maneira mais libertadora, e também para que eles/as se encorajem a serem professores/as autores/as, que adaptem os conteúdos de seus currículos e livros didáticos em materiais complementares mais próximos de sua realidade.

Desde já, nos colocamos à disposição para continuar as conversas<sup>2</sup>, as partilhas e as trocas de aprendizagens provocadas a partir deste subsídio. Boa leitura, boas reflexões e ótimas práticas!

Pedro Caixeta e Cleci Werner da Rosa

---

<sup>2</sup> Para tal, fiquem à vontade para nos contatar pelos e-mails: [pedro.caixeta.pj@gmail.com](mailto:pedro.caixeta.pj@gmail.com) e [cwerner@upf.br](mailto:cwerner@upf.br).

## MATEMÁTICA FINANCEIRA NO NOVO ENSINO MÉDIO

A Matemática Financeira há muito compõe o rol de conteúdos estudados no Ensino Médio brasileiro. No Distrito Federal (DF), em específico, e, recentemente, o tópico Noções de Matemática Financeira no 1º ano do Ensino Médio já era preconizado, por indicação do Currículo em Movimento da Educação Básica (SEEDF, 2014). Neste, eram especificados como conteúdos a serem abordados: razão, proporção, porcentagem; juros simples e compostos; descontos; taxas e financiamentos.

Em 2021, tivemos um novo documento orientador que é o Currículo em Movimento do Novo Ensino Médio (SEEDF, 2021)<sup>3</sup>, versão brasiliense do currículo pós-lançamento da BNCC<sup>4</sup>. Esse, contudo, só foi implementado em 2022, conjuntamente com o Novo Ensino Médio (NEM). Proposta nova de estruturação escolar que apresenta diferenças substanciais em relação ao “antigo”, como a organização literal dos saberes por área do conhecimento e não por componentes curriculares e a divisão da carga horária em Formação Geral Básica (FGB) e Itinerários Formativos (IF), dentre outras mudanças.

Na Formação Geral Básica, a Matemática aparece sozinha como uma área do conhecimento, teve mantida sua carga horária, e o seu currículo está organizado em seis unidades temáticas, a saber: Números e Funções; Geometria Plana e Progressões; Funções; Trigonometria e Geometria Espacial; Estatística e Probabilidade; Lógica Matemática e Inovação Tecnológica.

Vê-se de pronto que a Matemática Financeira não se configura como um campo da Matemática a ser estudado com destaque. Contudo, ao analisarmos os objetivos de aprendizagens preconizados em cada unidade temática encontramos referências à Matemática Financeira em duas destas

<sup>3</sup> Homologado pela Portaria nº 507, de 30 de dezembro de 2020, publicada no DODF, de 4 de janeiro de 2021, tendo por base o Parecer nº 112/2020-CEDF, de 8 de dezembro de 2020.

<sup>4</sup> Base Nacional Comum Curricular. A partir deste documento normativo, cada sistema de ensino deve produzir o seu currículo atentando-se para o que é comum e também para aquilo que é específico.

unidades temáticas, que são: Números e Funções (3 citações), e Funções (4 citações).

Já em relação aos Itinerários Formativos, os objetivos de aprendizagens estão organizados em quatro eixos estruturantes, porém, nenhum deles faz referência direta à Matemática Financeira. Mas o que chama a atenção é que 25%<sup>5</sup> das eletivas disponibilizadas no Catálogo de Eletivas para o Novo Ensino Médio (SEEDF, 2022), para o ano de 2022, na área de Matemática e suas Tecnologias, versavam diretamente sobre Matemática e/ou Educação Financeira.

Entretanto, chamamos a atenção para o fato de que ao ser eletiva, não será uma carga horária cumprida por todos/as estudantes, o que nos faz considerar que ainda caberá à Formação Geral Básica ministrar os conteúdos de Matemática Financeira de modo oportunizar que todos/as os/as escolares tenham tais conhecimentos para saber lidar com as situações relacionadas com esta temática em seu dia a dia. Restaria às eletivas que tiverem como temática a Matemática e/ou Educação Financeira, aprofundar os conhecimentos matemáticos e buscar ainda mais um tratamento interdisciplinar, fazendo com que nas 40 horas semestrais da eletiva tal conteúdo seja abordado com mais propriedade.

---

<sup>5</sup> São 110 eletivas na área de Matemática e suas Tecnologias, das quais 27 fazem alusão à Matemática e/ou Educação Financeira.

## PAULO FREIRE E A MATEMÁTICA

Paulo Freire é um educador de repercussão mundial, considerado patrono da Educação em nosso país. Autor de títulos consagrados “é um dos intelectuais brasileiros mais referenciados do mundo – está entre os cem mais citados em estudos e o seu livro mais famoso, *Pedagogia do Oprimido*, é a terceira obra mais citada em trabalhos acadêmicos da área de humanas” (MOYA, 2021).

Um fato interessante da trajetória de Freire se deu no ano de 1996, quando ele marcou presença no 8º Congresso Internacional de Educação Matemática, na Espanha, com uma entrevista gravada e exibida lá, uma vez que o mesmo não pode sair de casa devido a orientações médicas. Seu pensamento sobre alguns elementos tanto da produção quanto da sua compreensão para a Educação Matemática foi oportuno e impactante.

Essa entrevista foi mediada pela professora Maria do Carmo Domite e teve como entrevistador o professor Dr. Ubiratan D’Ambrósio, referência nos estudos sobre Etnomatemática, que revelou ser discípulo de Paulo Freire. Posteriormente, tal entrevista foi transcrita e publicada<sup>6</sup>.

Segundo D’Ambrósio (2021, p. x),

Perguntado se existe um equivalente matemático à alfabetização na sua obra, Paulo Freire surpreendeu-se e confessou ter sido essa a primeira vez que lhe faziam essa pergunta tão diretamente, e disse que jamais havia pensado nisso. Prosseguiu, dizendo o que pensa que seja um ser humano matematizado.

Freire, em suas colocações, disse sobre a importância de nos reconhecermos, todos/as, como corpos conscientes e matematicizados e nos convidou a um esforço coletivo neste sentido, e em meio a seu raciocínio sentenciou que “A vida que vira existência se matematiza!”. Frase esta que poderia entrar para o rol das célebres afirmações de Paulo Freire, pelo menos entre os/as matemáticos/as!

---

<sup>6</sup> D’AMBROSIO, Ubiratan. Memória de minhas relações com Paulo Freire. **Bolema**, v. 35, n. 69, p. 5-19, 2021.

Freire ainda pontuou que uma preocupação fundamental não só para matemáticos, mas também para todo/a educador/a deveria ser a de propor a todos/as que descobrissem que há uma forma matemática de estar no mundo. E termina dizendo: “Para mim essa deveria ser uma das preocupações, a de mostrar a naturalidade do exercício matemático”.

Na discussão sobre posturas pedagógicas, Freire respondeu a D’Ambrósio que ele se move como professor porque, apesar de saber quão difícil é mudar, ele sabe que é possível mudar.

Somos provocados/as por estas e outras falas de Freire, este educador brasileiro também reconhecido pela sociedade acadêmica internacional de educadores/as matemáticos/as. Ele nos impulsiona a fazermos de nossa prática docente um espaço e ao mesmo tempo um caminho para ajudarmos na leitura do mundo com a nossa ferramenta que é a Matemática.

## OS 3 MOMENTOS PEDAGÓGICOS (3MP) COMO ABORDAGEM METODOLÓGICA

Ancorados na teoria de Paulo Freire e em suas propostas para a Educação, os 3MP querem contribuir com o rompimento da educação bancária, tão criticada pelo mesmo. Querem fazer ruir uma proposta de ensino unilateral que tem a sapiência centrada no/a professor/a, ficando o/a estudante com a passividade de quem apenas recebe todo o saber, com destaque à palavra “todo”, pois neste paradigma a ser rompido o/a estudante nada mais é que uma tábua rasa.

Essa proposta de abordagem metodológica foi sendo vivenciada e sistematizada pelo grupo de investigadores/as do Ensino de Ciências da USP, destacando dentre eles/as os professores de Física Demétrio Delizoicov, José André Angotti e a professora Marta Maria Pernambuco. Os primeiros foram a Guiné Bissau, “por quase dois anos no Centro de Educação Popular Integrada (CEPI)” (COSTA; PASSOS, 2014) coordenar o projeto “Formação de professores de Ciências Naturais” e a última “Liderou o Projeto ‘Ensino de Ciências a partir de problemas da comunidade’ implantado no final da década de 1970, sediado na UFRN, desenvolvido com professores de Ciências de Natal e cidades próximas” (ANGOTTI; DELIZOICOV, 2018).

Para além de outros processos vividos e sistematizações feitas; a formulação mais conhecida dos 3MP está registrada nos livros Física (1992) e Metodologia do Ensino de Ciências (1994), ambos de Delizoicov e Angotti, e por meio dos quais essa proposta didático-metodológica se difundiu no Brasil. Segundo Muenchen e Delizoicov (2014, p. 620), os três momentos pedagógicos são:

**Problematização Inicial:** apresentam-se questões ou situações reais que os alunos conhecem e presenciam e que estão envolvidas nos temas. Nesse momento pedagógico, os alunos são desafiados a expor o que pensam sobre as situações, a fim de que o professor possa ir conhecendo o que eles pensam. Para os autores, a finalidade desse momento é propiciar um distanciamento crítico do aluno ao se defrontar com as interpretações das situações propostas para discussão, e fazer com que ele sinta a necessidade da aquisição de outros conhecimentos que ainda não detém.

**Organização do Conhecimento:** momento em que, sob a orientação do professor, os conhecimentos de física<sup>7</sup> necessários para a compreensão dos temas e da problematização inicial são estudados.

**Aplicação do Conhecimento:** momento que se destina a abordar sistematicamente o conhecimento incorporado pelo aluno para analisar e interpretar tanto as situações iniciais que determinaram seu estudo quanto outras que, embora não estejam diretamente ligadas ao momento inicial, possam ser compreendidas pelo mesmo conhecimento.

Os 3MP vêm se popularizando e ganhando mais adeptos com o passar do tempo, após serem utilizados como abordagem didático-pedagógica.

Seus/as propositores/as ganhando notoriedade no cenário nacional começaram a ser referenciados e não somente na pós-graduação, mas também na formação básica e continuada de professores/as.

Com uma proposta ousada, de dar materialidade às propostas freirianas para o ensino de Física e por que não dizer para o ensino das Ciências Exatas e da Natureza, os/as autores/as estudaram, refletiram, pesquisaram, aplicaram e sistematizaram os 3 MP, fazendo com que a práxis pedagógica na educação formal se embebedasse de leitura do mundo e da vida, buscando libertar-nos (professores/as e estudantes) de uma educação que nos aprisione, que nos aliene e que mantenha o *status quo*.

Falar em 3MP é dizer de uma proposta viva, que faz com que Paulo Freire seja constantemente reinventado, nas escolas do Brasil e do mundo afora. Afinal, não há nada mais antifreiriano que o engessamento de uma proposta única e de aplicação obrigatória tal e qual, prescrito por outrem alheio aos processos dos grupos do-discentes.

A dinamicidade e versatilidade com as quais se pode trabalhar partindo dos 3 MP, nos faz compará-los com três grandes para-raios, os quais são capazes de captar diferentes raios (abordagens pedagógicas) potentes e impactantes e os conduzem de modo a espalhar sua energia, sem causar danos com sobrecargas, mas sim oportunizando que recebendo mais energia, estejamos mais estimulados/as a responder a nossas necessidades.

---

<sup>7</sup> Nota do autor: acredita-se ser perfeitamente possível trocar conhecimentos físicos por conhecimentos disciplinares e científicos, uma vez que tal metodologia não se aplica unicamente à Física.

## SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

### Sugestões aos/às professores/as

A metodologia que empregamos em sala diz muito de nossas opções político-pedagógicas. Para sermos mais freirianos/as, ao aplicarmos este produto educacional em nossas aulas, sugerimos fortemente:

- que o diálogo seja sempre estimulado;
- que a capacidade de analisar crítica e amplamente para as situações seja reforçada, aprofundando a leitura de mundo dos/as educandos/as;
- que a autonomia dos/as estudantes seja incentivada;
- que a problematização do que se vive e do que se estuda seja uma premissa;
- que a busca por libertação seja de situações embaraçosas, seja de fragilidades, seja de vulnerabilidades seja uma preocupação constante.
- que os/as professores/as se permitam aproximar das questões relacionadas à Educação Financeira.

Também são bem-vindas as conexões com outras ciências/disciplinas, o que pode render além de visões, trabalhos interdisciplinares.

Aproveitamos para incentivar mais estudos, formações e articulações, para assim conseguir dialogar melhor com os/as estudantes. E partindo da visão de mundo freiriana, gostaríamos de sugerir abaixo alguns materiais e recursos:



Livros como: Educação Financeira no contexto da Educação Matemática (Org.: Celso Ribeiro Campos e Cileda de Queiroz e Silva Coutinho) e Educação Financeira: olhares, incertezas e possibilidades (Org.: Marco Aurélio Kistemann Jr, Daniel Clark Orey e Milton Rosa).



Trabalhos do Grupo de Pesquisa Pesquisa de Ponta, da UFJF, que por sua vez tem reconhecimento nacional por sua produção relacionando Matemática e Educação Financeira. São artigos científicos, podcasts e vídeos no canal do YouTube.



Podcasts que versam sobre Economia e Espiritualidade, abordando a Educação Financeira para a Vida.

Reforçamos a ideia de que as sequências didáticas sugeridas a seguir não são imutáveis. Ainda mais quando trabalhamos numa perspectiva freiriana. Fiquem à vontade para adaptar as explicações, os exercícios e inclusive os textos, reportagens e exemplos, de forma a melhor dialogar com a sua realidade local.

## RAZÃO, PROPORÇÃO E PORCENTAGEM

Unidade temática	Objetivos de aprendizagem
<b>Números e Funções</b>	MAT01FG Investigar os processos de cálculo de números reais, com foco nas taxas e nos índices de natureza socioeconômica (Índice de Desenvolvimento Humano, taxas de inflação, entre outros), para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.
<b>Números e Funções</b>	MAT12FG Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
<b>Números e Funções</b>	MAT13FG Analisar gráficos de funções e taxas de variação, para a interpretação crítica de situações econômicas, demográficas, sociais e factuais, que envolvam a variação de grandezas, relativas às Ciências da Natureza, com ou sem o apoio de tecnologias digitais.

### Recursos:

- Impressão em A3 das imagens ou projeção em TV ou data show;
- Calculadoras; e
- Materiais textuais com as atividades.

**Carga horária:** a partir de 4 h/a.



### FREIRIANAMENTE...

*Sugerimos que você faça um acordo didático com a turma a fim de que possam utilizar a sala de aula com as cadeiras em formato de "U". Esta maior horizontalidade pode resultar em mais engajamento dos/as estudantes nas discussões a serem feitas durante os encontros, bem como oportunizar uma ajuda mútua entre eles/as, na hora da resolução dos exercícios.*

## Primeiro Momento Pedagógico – Problematização Inicial

“... o esforço de nos reconhecer como corpos conscientes matematicizados”.

FREIRE, Paulo. In: D'AMBROSIO, 2021, p. XIV.

### 1.01 – O que significa dizer que a bateria do seu celular chegou a 100%?



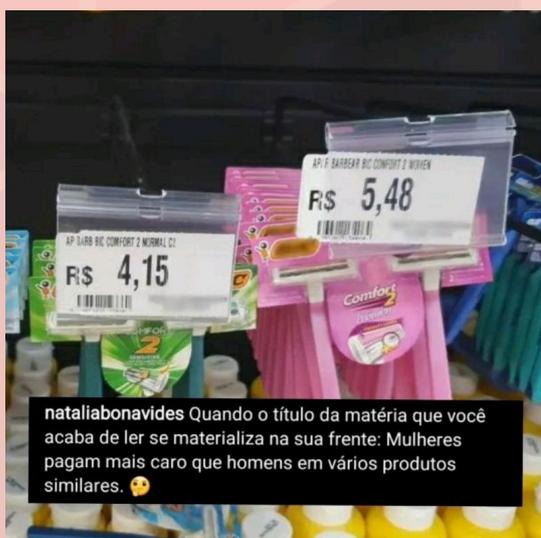
Fonte: PIXABAY

Caro/a professor/a,

sinta-se à vontade para incluir novas perguntas com relação a figura ao lado.

- Qual das baterias tem 50% de carga?
- É correto afirmar que a primeira bateria tem 10% de carga?
- Como seria a representação de uma bateria que descarregou totalmente?

### 1.02 – Analise a seguinte postagem:



Fonte: Instagram @nataliabonavides

a) A mesma faz referência a dois produtos similares, comercialmente destinados a públicos diferentes: um para homens e outro para mulheres. Quais seriam os motivos que explicariam a diferenciação no preço, vista na imagem? Ao se deparar com

Caro/a professor/a,

o Currículo em Movimento do Novo Ensino Médio, na SEEDF, manteve os eixos transversais e dentre eles está “Cidadania e Educação em e para os Direitos Humanos”, portanto, trazer as problemáticas relativas às questões de gênero oportuniza o trabalho deste eixo bem como é um interessante ponto para conversas interdisciplinares e, ainda, com outras disciplinas/ciências.

Nas perguntas sugeridas para motivar a conversa no item 1.02, perceba que temos uma de cunho mais afetivo, outra mais matemática, outra mais analítica e propositiva. Em todas elas sugerimos fortemente que tanto estudantes homens e estudantes mulheres tenham vez de fala e sejam incentivados/as a falarem.

Percebam o uso das aspas na expressão “destinado para mulheres”. Aproveite para incitar a discussão sobre a distinção de produtos, cores, objetos, tarefas e até mesmo profissões entre homens e mulheres. Questione aos/às estudantes quanto à naturalidade destas divisões e tente fazê-los/las perceber as construções sociais envolvidas nestas questões.

essas informações, qual sua reação? Qual sua primeira opinião sobre estes assuntos?

b) Qual a diferença de preço entre esses dois produtos? Você saberia expressar quantos por cento mais caro é o produto “destinado para mulheres”? Qual a diferença entre dizer o valor nominal e a porcentagem neste caso?

c) O machismo é estrutural no Brasil, está presente desde as situações cotidianas de nossas casas, ruas e lugares, bem como na lógica de estruturação de nossa sociedade, que é patriarcal. Esses dados denunciam uma prática recorrente: a *pink tax* (termo derivado do inglês, que significa taxa rosa)<sup>8</sup>. Vocês já se depararam com outros preços de produtos ou serviços que quanto cobrados de/para mulheres são mais caros que para homens? Você conhece alguma experiência de algum grupo que combata esta situação ou mesmo outras práticas machistas?

### **1.03 – O que é inflação? Como ela impacta em nossas vidas?**

### **1.04 – O que vocês já estudaram no Ensino Fundamental e lembram acerca de razão, proporção e porcentagens?**

*Caro/a professor/a,*

*note que essa pergunta se mostra interessante para ampliarmos a avaliação diagnóstica da turma em relação aos conteúdos matemáticos.*

## **Segundo Momento Pedagógico – Organização do Conhecimento**

Razão, porcentagens e proporção são conteúdos já estudados no Ensino Fundamental e são largamente utilizados no nosso dia a dia. É muito importante que estejamos muito bem familiarizados com esses conceitos e que saibamos operá-los, pois, para além de básicos, os mesmos podem ser determinantes em muitas profissões.

<sup>8</sup> Sugestão para leitura complementar:

<https://www.google.com.br/amp/s/www.correiobraziliense.com.br/app/noticia/comunidade-ei/2020/03/16/noticias-comunidadeei,834648/amp.shtml>

## RAZÃO

É uma relação entre duas quantidades.

Suponha que um determinado mercado venda, em média e por mês, 600 aparelhos de barbear masculinos e 400 femininos, totalizando assim a venda de 1.000 aparelhos de barbear ao mês.

Sendo assim, podemos relacionar essas quantidades das seguintes maneiras:

$\frac{600}{1000}$  São 600 aparelhos de barbear masculinos vendidos para cada 1000 aparelhos vendidos pelo mercado.

$\frac{400}{1000}$  Razão dos aparelhos de barbear femininos vendidos em relação ao total vendido pelo mercado.

$\frac{400}{600}$  Para cada 400 aparelhos de barbear femininos vendidos, o mercado vende 600 masculinos.

Tomemos relação de aparelhos femininos vendidos dentro do total de aparelhos de barbear vendidos. A mesma pode ser apresentada de diferentes formas:

$$\frac{400}{1000} \quad 400 \text{ entre/a cada/ para / por } 1000 \quad 400 : 1000$$

Genericamente, uma razão é definida como uma relação entre dois números reais, sendo uma razão de a para b e podendo ser escrita na forma de um quociente  $\frac{a}{b}$ , ou seja, como uma fração. Vale ressaltar que 'a' e 'b' pertencem ao conjunto dos números reais, com  $b \neq 0$ , pois não existe divisão por zero!

O interessante de saber que uma razão é uma fração, é que podemos trabalhar com frações equivalentes, o que pode nos ajudar a compreender melhor o que se passa na relação que estivermos trabalhando.

Assim, retornando à suposição dos aparelhos de barbear femininos vendidos no mercado, como  $\frac{400}{1000} = \frac{40}{100} = \frac{4}{10}$  então podemos dizer que a cada 100 aparelhos de barbear vendidos no mercado, 40 são femininos, ou mesmo que, para cada 10 aparelhos de barbear vendidos 4 são femininos.

### **- Atividade exploratória**

Pergunte quais estudantes da turma usam óculos, depois conte quantos/as são e quantos têm ao todo na turma. Escreva no quadro essas informações e monte em seguida a razão dos/as estudantes que usam óculos em relação ao total de estudantes da turma.

Faça este exercício (alterando, se for o caso, a característica) até conseguir uma fração que seja possível simplificar, para que os/as discentes relembrem a simplificação de frações.

Aproveite também para perguntar qual é a razão dos/as estudantes que não usam óculos em relação ao total da turma.

Chame a atenção para o fato de se estar usando uma razão de estrutura  $\frac{\text{Parte}}{\text{Todo}}$ , que é muito recorrente. Contudo, embora apareça em menor frequência é importante trabalhar com os/as estudantes razões entre partes.

Retome a razão  $\frac{400}{600}$  do exemplo inicial dado e que está na estrutura  $\frac{1^{\text{a}} \text{ parte}}{2^{\text{a}} \text{ parte}}$ . Para isso, monte também a razão dos/as estudantes que usam óculos para os/as estudantes que não usam naquela referida turma.

Outro exercício interessante é fazer uma outra razão, alternando neste caso a ordem do numerador e do denominador. E assim constatar conjuntamente com a turma o que muda na leitura/interpretação daquele dado matemático.

### **- Outros exemplos de aplicação**

O PAS, que é o Programa de Avaliação Seriada da UnB, é a forma mais fácil de entrada na referida universidade. Em 2021, se analisarmos o ingresso no sistema universal de vagas dessa universidade, Medicina (Diurno – *campus* Darci Ribeiro) foi o curso mais concorrido, tendo 1.220 candidatos para 9 vagas disponíveis. Sendo assim,

$$\frac{1220 \text{ candidatos/as}}{9 \text{ vagas}}$$

Lembre – se que a razão sendo uma fração é uma divisão!

E dividindo os valores temos:

135,56 candidatos/as por vaga.

Caro/a professor/a,

considere pedir aos/as estudantes que façam o raciocínio análogo para o curso de Letras Português do Brasil como segunda língua, que foi o menos concorrido. Foram 6 vagas disponibilizadas no PAS de 2021, no sistema universal de vagas e um total de 26 candidatos/as inscritos/as para o curso.

## PROPORÇÃO

Uma proporção nada mais é que uma igualdade entre razões. Sendo assim, se:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

evidenciamos uma proporção e dizemos que a está para b assim como c está para d. Deste modo, quando quisermos manter a proporção, devemos prezar por razões que sejam equivalentes.

Neste caso, como temos uma igualdade de frações, vale a regra de que o produto dos extremos é igual ao produto dos meios, o tão famoso e conhecido, multiplicar cruzado. Vejam: se

$$\begin{array}{ccc} \textit{extremo} & & \textit{meio} \\ & \frac{a}{b} = \frac{c}{d} & \\ & \textit{meio} & \textit{extremo} \end{array}$$

então,  $a \cdot d = b \cdot c$

## PORCENTAGEM

As porcentagens, para as quais utilizamos o símbolo %, nada mais são que razões centesimais, ou seja, frações com denominador 100. Também é possível encontrar o termo taxa percentual, principalmente no comércio, para as porcentagens. Veja a seguir como podemos trabalhar com as porcentagens e para isso voltaremos ao exemplo dado inicialmente:

$$\frac{600}{1000} = \frac{60}{100} = 60\%$$

Assim como

$$40\% = \frac{40}{100} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0,4$$

E quando não for tão óbvia assim a porcentagem? Podemos utilizar a divisão para nos ajudar. Observe: por-cem-tagem. Lembre-se de que a preposição *por*, geralmente está associada à divisão em Matemática. Logo a porcentagem é uma divisão por 100. Veja:

$$25\% = \frac{25}{100} = 0,25$$

Assim como  $0,25 = 25\%$



Fonte: facebook.com/lojapanini

*Caro/a professor/a,*

*se for possível, aproveite a arte da promoção para uma conversa interdisciplinar com a Língua Inglesa bem como com a Sociologia.*

### **- Para pensar e conversar**

#### **2.01 – Para efeito de generalização mental, o que acontece com a vírgula de um número quando colocamos ou tiramos o sinal da porcentagem?**

É importante dizer que a porcentagem é sempre relacionada a um valor. Quando calculamos uma porcentagem, sempre aplicamos a mesma em relação a uma quantidade. Por exemplo: na promoção apresentada, o/a cliente terá até 25% de desconto no valor de suas compras.

Suponhamos que nesta promoção uma pessoa tenha comprado um caça-palavras que custa R\$ 3,00 e ganhou 12,5% de desconto. Calculemos quanto de desconto ela ganhou:

*Caro/a professor/a,*

*é importante que os/as estudantes, manipulem calculadoras simples e/ou também dos seus celulares para calcular porcentagem. Depois de fazer este cálculo no caderno, motive os/as discentes a fazerem o mesmo cálculo, conferindo sua resposta usando a tecnologia.*

*Este passo é importantíssimo, pois não raro encontramos alguns/mas deles/as que não sabem calcular porcentagem nem mesmo com a calculadora.*

12,5% de 3

$$\begin{aligned}\frac{12,5}{100} \cdot 3 &= \\ &= 0,375 \\ &\cong 0,38\end{aligned}$$

Assim, ela teria ganhado R\$ 0,38 de desconto e subtraindo este valor do preço original (3,00 – 0,38) teríamos o valor final a pagar que seria R\$ 2,62.

Outra maneira de calcular este desconto é:

*Porcentagem para o preço inicial* → 100%

*Desconto de 12,5%* → – 12,5%

*Porcentagem final* → 87,5%

$$87,5\% \cdot 3,00 = 2,625 \cong 2,62$$

**– Para calcular e conversar:**

**2.02 – Ainda em relação à situação trabalhada acima, responda:**

a) Quanto pagará uma pessoa que comprou um gibi nessa promoção de R\$ 5,00 e teve o mesmo desconto de 12,5%?

b) Mesmo tendo o mesmo percentual de desconto, que foi 12,5%, os valores a que cada um teve de desconto foi o mesmo?

**2.03 – Analisemos uma outra situação: você pretende comprar um celular e deixou para fazer isso na véspera do Natal, em busca de melhores promoções. Na loja A, o aparelho que você escolheu custa R\$ 1.250,00 e está anunciado com 10% de desconto. Já na loja B, o mesmo celular custa R\$ 1.550,00, porém está com 20% de desconto.**

a) Calcule o valor final do aparelho, depois de calculado o desconto, em ambas as lojas.

b) Com base nos resultados apresentados acima, quando vamos fazer compras podemos escolher onde comprarmos apenas pela porcentagem de desconto?

**2.04 – E o que mudaria na resolução dos exercícios acima se, ao invés de desconto, a situação fosse um aumento?**

**2.05 – Segundo o IBGE, inflação é o nome dado ao aumento dos preços de produtos e serviços e no país é calculado tendo como referência o IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo). Ainda segundo o IBGE, a inflação acumulada nos últimos 12 meses, tomando como referência fevereiro de 2022, foi de 10,54%. Em uma cooperativa de artesãos/ãs, eles/as decidiram em assembleia repassar integralmente a inflação do período para os/as seus/suas clientes, reajustando os valores das peças produzidas por eles/as. Uma rede que custava R\$ 120,00 passou a custar quanto?**

Um outro exercício interessante é descobrirmos qual porcentagem foi aplicada ao valor de um produto ou serviço. Na imagem apresentada no Primeiro Momento Pedagógico, em um comércio o aparelho de barbear masculino custava R\$ 4,15 e o feminino R\$ 5,48. Para sabermos então a diferença percentual destes valores é preciso primeiramente descobrirmos qual a diferença quantitativa entre os preços/valores praticados antes e depois da aplicação da porcentagem.

$$5,48 - 4,15 = 1,33$$

Agora precisamos saber quantos por cento do valor inicial corresponde à diferença alcançada. O que matematicamente pode ser representado assim:

$$\frac{x}{100} \cdot 4,15 = 1,33$$

Assim saberemos a porcentagem da diferença/aumento/desconto que um valor sofreu.

Efetuada os cálculos

$$4,15x = 133$$

$$x = 32,04819277108434$$

$$x \cong 32\%$$

Outra possibilidade para calcularmos esta porcentagem é utilizarmos a razão

$\frac{\text{Parte}}{\text{Todo}}$ , que no caso fica assim:

$$\frac{\text{Aumento}}{\text{Preço Inicial}} \rightarrow \frac{1,33}{4,15} = 0,32048 \dots \cong 32\%$$

*Caro/a professor/a,*

*é importante lembrar que este é o valor da pink tax para este caso em específico. Vale refletir quão significativo é isso e quanto essa prática impacta na vida das mulheres.*

*É provável que alguém levante a questão de que em alguns estabelecimentos e festas as mulheres não paguem entrada. Diante disso é muito importante aprofundar ao menos um pouco a discussão e fazê-los/as compreender quanto numa sociedade machista a mulher pode ser considerada prêmio, comprada e até mesmo oferecida.*

***– Resolva as seguintes situações problemas:***

**2.06 – Todos os anos, os/as donos/as de imóveis no DF, devem pagar o IPTU (Imposto Predial e Territorial Urbano) e a TLP (Taxa de Limpeza Pública). Um/a morador/a pagou em 2021, o valor de R\$ 409,19 e em 2022, R\$ 452,87. Quanto foi o aumento de um ano para o outro? Isso significa um aumento de quantos por cento?**

**2.07 – João e Maria moram de aluguel e chegando o vencimento do contrato, o/a proprietário/a queria reajustar o valor de R\$ 850,00 para R\$ 950,00. Contudo, no contrato assinado por eles/as, rezava que o reajuste seria feito pelo IGP-M (Índice Geral de Preços – Mercado)<sup>9</sup> do período e assim sendo, caberia um reajuste de 16,121350%. A proprietária fez o reajuste previsto? Analise a situação.**

### **Terceiro Momento Pedagógico – Aplicação do Conhecimento**

**3.01 – Analise as situações apresentadas e a partir do que discutimos responda:**

a) Para uma pessoa que aplicou R\$ 100,00 na poupança e teve 2,9861% de rendimento anual, qual foi em Reais o ganho dela com este investimento?

b) Uma outra pessoa, ao ter uma emergência, usou este mesmo valor no cartão de crédito rotativo pagando 406,71% de juros também pelo período anual. Quanto esta pessoa pagará de juros à operadora do cartão de crédito, que é do mesmo banco da pessoa acima?

c) Estabeleça um comparativo entre as situações e as respostas obtidas nas letras a) e b).

#### **3.02 – Promoções no comércio**

Leia o texto seguinte para responder as questões que seguem:

---

<sup>9</sup> Este é o principal índice utilizado para se calcular o reajuste dos aluguéis no Brasil e é determinado pela FGV (Fundação Getúlio Vargas).

## **Black Friday 2021: quando, como e por que virou “Black Fraude”**

Por Lise Brenol

A *Black Friday* 2021, o famoso evento no qual as lojas anunciam mega promoções e descontos, já tem data marcada: 26 de novembro. A estratégia do comércio é criar uma grande expectativa para os consumidores obterem vantagens especiais nas compras de produtos que desejam.

Para o varejo no Brasil, é a largada para o período de compras de Natal e final de ano. Entenda como funciona e por que você deve estar atento para não cair em anúncios enganosos, chamados de “Black Fraude”.

A origem desse evento de vendas vem dos Estados Unidos, onde há a cultura de comemorar o dia de ação de graças (*Thanksgiving*) na última quinta-feira de novembro. É o período para reunir família e amigos e agradecer pela colheita do ano que passou, enxergar as coisas boas e fazer orações.

Normalmente esses encontros são regados a uma mesa farta de comidas e bebidas. O dia seguinte marca oficialmente o início dos preparativos para uma das datas mais importantes do varejo, o Natal. Ou seja, após o balanço dos meses que passaram, é hora de preparar as celebrações. A *Black Friday* começou, então, com o objetivo de zerar os estoques das lojas após o balanço e oferecer novos produtos especiais para o Natal.

O evento foi registrado pela primeira vez no Brasil em 2010. Houve muita propaganda para aumentar o volume de vendas, porém, já nos primeiros anos, foi constatado um acréscimo no valor de produtos na véspera do evento para anunciar descontos de “até 80%”.

Foi desta prática desleal identificada em alguns anúncios de produtos que surgiu o famoso meme do período de vendas “Tudo pela metade do dobro”, associado à enganação e malandragem. E foi assim que surgiu o termo Black Fraude.

Antes da pandemia, a confiança dos consumidores nas ofertas do evento vinha crescendo, como apontou uma pesquisa do Instituto Brasileiro de Executivos de Varejo & Mercado de Consumo, o Ibevar, que mensurou a percepção de credibilidade em comentários em mídias sociais e comentários de notícias sobre o evento.

Porém, no ano passado, o próprio Ibevar identificou ofertas de lojistas que aumentaram em até 70% o valor do produto. O estudo analisou 6.500 produtos diferentes em 30 categorias do varejo. Ou seja, a desconfiança do consumidor tem fundamento.

Fonte: <https://www.serasa.com.br/premium/blog/black-friday-2021-por-que-virou-black-fraude>. Acesso em: 16 mar. 2022.

a) Quais foram as partes que mais lhe chamaram a atenção? Destaque-as no texto e comente-as com a turma, expondo as razões do seu destaque.

b) Comente, sob o ponto de vista matemático, as promoções na *Black Friday*, dando ênfase aos casos de Black Fraude.

c) Discuta com a turma o que podemos realizar para evitarmos cair em fraude de preços baixos?



Fonte: [segredosdomundo.r7.com/black-fraude/](https://segredosdomundo.r7.com/black-fraude/)

### **3.03 – Aumentos e descontos sucessivos**

Um assunto que tem sido recorrente e em geral ganha bastante repercussão é o aumento dos combustíveis. Num pensamento ligeiro e errado, poderíamos pensar que uma vez que a gasolina subiu 8% numa data e 7% noutra, teríamos um aumento de 15% no valor inicial do combustível. Mas por que este raciocínio está errado, pois se somarmos as porcentagens o valor está “certo”?

Devemos lembrar que a porcentagem é sempre relacionada a um valor, para isso na tabela a seguir mostramos o preço praticado nas refinarias da Petrobras em fevereiro de 2021:

Data	Gasolina (R\$/litro)	Reajuste (%)
26/01	2,08	
08/02	2,25	8,20
18/02	2,48	10,20

Fonte: <https://www.poder360.com.br/economia/veja-todos-os-reajustes-nos-combustiveis-feitos-pela-petrobras-em-2021/> Acesso em: 16 mar. 2022.

Se calcularmos um reajuste de 18,4% (8,2 + 10,2) no preço que era praticado em janeiro, o custo do litro da gasolina na refinaria seria de R\$ 2,46 (2,46272 para ser mais exato!) e não 2,48, como mostra a tabela. O que está em questão é que não se teve um aumento único, de uma vez só. Quando a gasolina foi reajustada em 10,2%, este reajuste não foi calculado em cima do valor inicial de R\$ 2,08, e sim no preço já reajustado uma vez e por isso maior, de R\$ 2,25; conseqüentemente estes mesmos 10,2% resultarão em uma quantia maior. Siga o raciocínio matemático:

$$2,08 \cdot 8,2\% = 0,17056$$

$$2,08 + 0,17056 = 2,25056$$

Na tabela de preços dos combustíveis o litro de gasolina na refinaria custava R\$ 2,25. Calculemos o segundo aumento agora.

$$2,25 \cdot 10,2\% = 0,2295$$

$$2,25 + 0,2295 = 2,4795$$

Sendo arredondado para R\$ 2,48, valor diferente de 2,46!

Visto de outra maneira, quando se praticam aumentos sucessivos, você aplica uma porcentagem “em cima” de outra porcentagem.

$$8,2\% \cdot 10,2\% = \frac{8,2}{100} \cdot \frac{10,2}{100} = \frac{83,64}{10000} = \frac{0,8364}{100} = 0,8364\%$$

Assim, temos uma correção a fazer: os aumentos não foram só de 8,2% e de 10,2%. Quando calculamos o aumento do aumento, gera uma porcentagem residual de 0,8364%. Somando todas elas o aumento real será de  $8,2\% + 10,2\% + 0,8364\% = 19,2364\%$ . Ao calcularmos este aumento real no valor inicial teremos:

$$2,08 \cdot 19,2364\% = 0,40011712$$

$$2,08 + 0,40011712 = 2,48011712 \cong 2,48$$

que é o valor final da gasolina no mês de fevereiro.

Uma lógica parecida é válida para descontos sucessivos. Se você vai a uma loja comprar um item e pede desconto para o/a vendedor/a, e este/a lhe concede 10% de desconto. Você, achando pouco, pechinha com o/a gerente que lhe dá mais 5% de desconto. Isso não é o mesmo que dar 15% de desconto na mercadoria! Contudo, em se tratando de desconto sucessivo, isso é bom para o/a consumidor/a, por quê?

### **3.04 – Poder de compra x inflação**

O poder de compra está relacionado ao quanto as pessoas podem gastar. Quanto maior o salário ou a renda de uma pessoa, maior seu poder de compra. Contudo, numa situação em que uma pessoa que não tem aumento de salário/renda e a inflação assola economia do país, deixando produtos e serviços mais caros, a consequência é só uma: seu poder de compra diminuirá, uma vez que você já não conseguirá comprar a mesma quantidade de produtos e serviços que antes uma vez que estes ficaram mais caros e você não teve aumento de salário/renda.

a) Leia a seguinte notícia e analise-a, tentando trazer inclusive as consequências socioeconômicas deste dado.

Economia

## 'Perdemos 21% do poder de compra em três anos', diz economista da Fipe

Guilherme Moreira, coordenador do Índice de Preços ao Consumidor da Fipe, diz que a inflação elevada vem corroendo os rendimentos dos brasileiros

Entrevista com

**Guilherme Moreira**, coordenador do Índice de Preços ao Consumidor da Fipe

Márcia De Chiara, O Estado de S.Paulo  
10 de fevereiro de 2022 | 05h00

DESTAQUES EM ECONOMIA

Fonte: <https://economia.estadao.com.br/noticias/geral,perdemos-21-do-poder-de-compra-em-tres-anos-diz-economista-da-fipe,70003974710>. Acesso em: 16 mar. 2022.

b) Segundo o IBGE, o Brasil fechou 2021 com a inflação em alta de 10,06%. Sabendo que janeiro é a data base para o reajuste do salário mínimo no país e que ele era R\$ 1.100,00 em dezembro de 2021 e foi para R\$ 1.212,00 em janeiro de 2022, verifique se o novo valor atende ao estabelecido na Constituição Federal que determina a preservação do poder aquisitivo do salário mínimo.

*Caro/a professor/a,*

*é oportuno trabalhar a diferença de recomposição salarial e aumento salarial. Já que são duas expressões muitas vezes utilizadas de maneira equivocada.*



### FREIRIANAMENTE...

*Durante todo o processo, mas, sobretudo, no primeiro e no terceiro momento pedagógico, deve aparecer questões diversas relacionadas com a temática abordada naquele encontro. Sabemos que em sala de aula nem sempre conseguimos trabalhar tudo o que desejamos, por isso uma dica é que ao respondermos aos/as estudantes, seja tomado o cuidado para não coibirmos a curiosidade deles/as. Talvez um bom caminho para isso seja utilizar o diálogo "socrático", no sentido de responder com outras perguntas, ou indicar conteúdos e fontes onde eles/as possam buscar suas respostas e ampliar seus conhecimentos sobre tal assunto. A maneira que respondemos além de afetiva deve ser também motivadora para instigar aprendizaens.*

## INTRODUÇÃO À MATEMÁTICA FINANCEIRA E JUROS SIMPLES

Unidade temática	Objetivos de aprendizagem
<b>Funções</b>	MAT27FG Utilizar números reais e fórmulas de matemática financeira (juros simples e compostos) para organizar e analisar, por meio de aplicativos e planilhas, o orçamento familiar, possibilitando a tomada de decisões éticas e socialmente responsáveis.

### Recursos:

- xérox das atividades e/ou dos textos.

**Carga horária:** a partir de 3 h/a.

### Primeiro Momento Pedagógico – Problematização Inicial

Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano.  
Paulo Freire.

**1.01 – Complete a frase: a padaria vende pão, o açougue vende carne e o banco “vende” o quê<sup>10</sup>?**

**1.02 – Nossas famílias já passaram por diversas situações financeiras. Converse com seus pais e/ou responsáveis sobre as estas situações: já ficaram devendo? Pagaram juros? Como lidaram com a situação? Fazem planejamento financeiro? Controlam seus gastos? Faça um resumo desta conversa.**

**1.03 – Qual a razão de cobrar juros numa relação comercial?**

<sup>10</sup> Mesmo sabendo que o banco não é um estabelecimento comercial comum e sim uma instituição financeira, a pergunta objetiva fazer com que os/as estudantes entendam que a lucratividade dos bancos vem para além dos produtos e serviços oferecidos, mas também da "compra" de dinheiro a juros baixos, e "venda" a juros mais altos, garantindo uma rentabilidade aos mesmos.

Caro/a professor/a,

*embora o tópico 1.02 seja uma prosa para o primeiro momento pedagógico, ele necessita ser planejado e executado de modo que os/as estudantes provoquem suas famílias e tragam as suas narrativas. A interação com a família é fundamental.*

*Talvez, para este primeiro momento, só de suscitar nos/as estudantes essas situações e questionamentos, você já os/as aguçarão para entender a importância do conteúdo e a necessidade de aprendizagem do mesmo. Depois, com as partilhas que vierem, você poderá reforçar com a turma alguns aspectos que lhe parecer conveniente.*

## Segundo Momento Pedagógico – Organização do Conhecimento

### **- Para calcular e conversar**

**2.01 – Marcelo comprou um tênis para pagar no próximo mês. O tênis custava R\$ 350,00, mas o boleto saiu com o valor de R\$ 370,00<sup>11</sup>.**

- a) Quantos reais ele pagará a mais pelo tênis?
- b) Este valor corresponde a quantos por cento do valor inicial do tênis?
- c) Por que o boleto veio com um valor mais alto que o preço do tênis?

O conceito de juros é bem familiar. Seu uso é costumeiro nas relações comerciais e financeiras do dia a dia. São vários os exemplos de aplicação: ao pedir um empréstimo, pagamos juros, mas ao fazermos aplicações (como, por exemplo, depositando dinheiro na poupança) ganhamos juros, quando pagamos parcelado geralmente nos são cobrados juros.

Os juros estão no contexto da Matemática Financeira, que é o ramo da Matemática que estuda a relação entre o dinheiro e o tempo. Veja alguns termos usados nessa área:

UM – Unidade monetária: Real, Dólar, Euro, Pesos, ou qualquer outra moeda.

C – Capital. O valor inicial de um empréstimo, dívida ou investimento, comumente também chamado de principal.

---

<sup>11</sup> O/A professor/a pode provocar a turma a refletir quando é realmente necessário ou justificável a compra a prazo com pagamento de juros. E quais as implicações de se ter uma dívida ainda que seja com vencimento a posteriori.

*i* – Taxa de juros. Valor do juro expresso na forma percentual e por período, por exemplo, 5% a.m. (ao mês); 0,2% a.d. (ao dia); 10% a.a. (ao ano). A letra *i* vem do inglês *interest* (“juros”).

*J* – Juros. Os juros correspondem ao valor obtido quando aplicamos a taxa sobre o capital. Os juros são expressos em unidade monetária. Segundo Hazzan e Pompeu (2015, p. 1), juro “pode ser definido como o custo do empréstimo (para o tomador) ou a remuneração pelo uso do capital (para o prestador).”

*M* – Montante. Corresponde ao capital acrescido dos juros auferidos na transação, ou seja,  $M = C + J$ .

cobrança de juros é justificada e quantificada levando em consideração alguns fatores como: o prestador que se abstém de usar o valor emprestado “em função da perda de poder aquisitivo do dinheiro pela inflação e do risco de não pagamento” (HAZZAN, POMPEO, 2015, p. 1), além, ainda, do lucro que o prestador pretende ter com a transação comercial e/ou financeira.



### FREIRIANAMENTE...

*Professor/a, seria interessante explorar com os/as estudantes diversas percepções até mesmo do capitalismo: quais são as perspectivas dos bancos comerciais e do mercado de valores? Como os outros setores da economia veem as relações financeiras? O que há de diferente em bancos cooperativos? O que eles/as sabem sobre economia solidária? Por mais que não haja tempo hábil para bem trabalhar todos esses temas, é importante observar os discursos feitos em sala e também provocá-los/as com outras leituras de mundo possíveis.*

## JUROS SIMPLES

No regime capitalização simples, os juros sempre são calculados tendo por referência o capital; desta maneira, o valor do juro é constante para cada período calculado.

Assim sendo, o juro simples pode ser calculado da seguinte maneira:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

Com isso, podemos deduzir uma fórmula mais direta para o cálculo do montante, numa situação de juros simples:

$$M = C + J \quad \text{Retomando a fórmula inicial do montante}$$

$$M = C + Cit \quad \text{Substituindo a fórmula do Juro Simples}$$

$$M = C(1 + it) \quad \text{Tirando o fator comum em evidência}$$

Veja a seguir alguns exercícios resolvidos e atente-se para algumas dicas que foram destacadas.

*Exemplo 01* – Um capital de R\$ 1.200,00 é aplicado em regime de juros simples, por três anos, à taxa de 1% ao mês. Calcule os juros desta operação.

Dados:

$$C = 1200$$

$$t = 3 \text{ anos} = 36 \text{ meses}$$

$$i = 1\% \text{ am} =$$

$$\frac{1}{100} = 0,01$$

$$J = ?$$

*DICA 01: Atente-se para que o período da taxa e o tempo estejam com a mesma unidade de tempo.*

$$J = Cit$$

$$J = 1200 \cdot 0,01 \cdot 36$$

$$J = 432,00$$

*Exemplo 02* – Um capital de R\$ 2.100,00, aplicado em regime de juros simples durante quatro meses, gerou um montante de R\$ 2.604,00. Calcule a taxa mensal de juros desta aplicação.

Dados:

$$C = 2100$$

$$t = 4 \text{ meses}$$

$$M = 2604$$

$$i = ?$$

$$M = C(1 + it)$$

$$2604 = 2100(1 + i4)$$

$$\frac{2604}{2100} = 1 + 4i$$

$$1,24 = 1 + 4i$$

$$0,24 = 4i$$

$$0,06 = i$$

$$i = 6\% \text{ a. m.}$$

**DICA 02:** Desloque a vírgula duas casas à direita e ache a porcentagem.

**DICA 03:** O período da taxa será o mesmo do tempo

**Exemplo 03** – Um aparelho de TV custa, à vista, R\$ 880,00. A loja também oferece a seguinte opção: R\$ 450,00 no ato e uma parcela de R\$ 450, a ser paga um mês após a compra. Qual é a taxa de juros cobrada neste financiamento?

Entendendo a situação:

$$450 + 450 = 900$$

$$900 - 880 = 20 \text{ Que são juros.}$$

$$880 \text{ (valor inicial)} - 450 \text{ (entrada)} =$$

$$430 \text{ Que é o capital financiado.}$$

$$J = Cit$$

$$20 = 430 \cdot i \cdot 1$$

$$20 = 430i$$

$$0,046 \cong i$$

$$i \cong 4,6\% \text{ a. m.}$$

## Terceiro Momento Pedagógico – Aplicação do Conhecimento

**3.01 – Convidamos você a pensar e resolver os seguintes exercícios e situações-problema.**

**3.01.01 – Utilizando o raciocínio e as fórmulas estudadas, calcule os juros simples obtidos nas seguintes condições:**

- Um capital de R\$ 2.200, aplicado por três meses, à taxa de 4% a.m.
- Um capital de R\$ 5.400,00, aplicado por um ano, à taxa de 5% a.m.

**3.01.02 – José fez um empréstimo de R\$ 2.500,00 com um amigo e combinou de pagá-lo ao final de quatro meses, com juros simples de 6% a.m. Qual será o total desembolsado por José após este período?**

**3.01.03 – Um poupador aplicou R\$ 200,00 em um fundo de investimento regido a juros simples. Passados quatro meses, o valor da aplicação era R\$ 240,00. Qual é a taxa mensal de juros simples dessa aplicação?**

**3.01.04 – Um capital é aplicado, a juros simples, à taxa de 5% a.m. Quanto tempo, no mínimo, ele deverá ficar aplicado, a fim de que seja**

**possível resgatar o dobro da quantia aplicada? (Dica: chame capital de c.)**

**3.01.05 – Lia fez compras em uma loja no valor total de R\$ 2.400,00.**

**Há duas opções para pagamento:**

- ✓ à vista, com 3% de desconto.
- ✓ entrada de R\$ 1.200,00 mais uma parcela de R\$ 1.200,00 um mês após a compra.

a) Que valor Lia pagará se optar pelo pagamento à vista?

b) Que taxa mensal de juros simples a loja embute no pagamento parcelado<sup>12</sup>?

**3.02 – Leia o texto para responder as questões que seguem:**

### O que é Hot Money?

#### Conceito de Hot Money

O termo *Hot Money*, traduzido como "dinheiro quente", refere-se ao capital que se move rapidamente no mercado financeiro.

É o caso, por exemplo, de uma tomada de empréstimo por parte de uma empresa, que devolve o capital poucos dias após ter tomado o crédito, acrescido dos juros.

Essa tomada rápida de empréstimo pode acontecer em um momento de falta de capital de giro no negócio, para que se atenda uma necessidade da empresa.

Na economia, este conceito está associado às taxas de juros de curtíssimo prazo que são a base para investimentos,

Caro/a professor/a,

*alguns outros elementos que podem ajudá-lo a trabalhar com este texto em sala:*

*Segundo o Blog Capital Research, o Hot Money:*

- ✓ *é uma modalidade de empréstimo empresarial de curto prazo (entre 1 e 29 dias), que busca soluções emergenciais para cobrir déficit no fluxo de caixa;*
- ✓ *possui menos burocracia na hora da contratação: basta direcionar uma garantia, valor requisitado e prazo necessário para pagamento.*

*Segundo a Suno Research (2022), "entre as garantias normalmente solicitadas, estão notas promissórias, hipotecas, Cédulas de Crédito Bancário, direitos creditórios (contas a receber), penhor de bens, entre outros".*

<sup>12</sup> O intuito da questão é fazer com que o/a estudante perceba que numa primeira vista, não há juros no parcelamento, mas que se tomarmos o valor da mercadoria como sendo o valor com desconto, teremos um juro embutido. Inclusive é uma prática recorrente aumentar o valor de uma mercadoria para depois fazer o parcelamento sem juros, e com isso ganhar clientes utilizando uma boa estratégia de marketing.

como aqueles em que estão atrelados ao CDI (Certificado de Depósitos Interbancários).

Sendo assim, o capital referido como *Hot Money* está relacionado a operações de curto prazo aos investidores, ao mesmo tempo que os bancos emprestam o capital para quem o procura.

Em um contexto mais amplo, o *Hot Money* pode ser considerado como o capital especulativo que entra em um país para exploração de taxas de juros de investimentos deste tipo.

Quando isso acontece em excesso, a moeda do país é valorizada no câmbio, sendo que depois de um tempo a tendência é voltar a se desvalorizar.

### Como calcular um *Hot Money*

Para calcular o *Hot Money* em um empréstimo de curto prazo é preciso considerar as taxas que a instituição financeira oferece o crédito, que podem se diferenciar conforme sua duração.

Com a taxa oferecida pelo banco, calcula-se a proporção mensal para o empréstimo, como pode ser visto no exemplo seguinte:

Uma empresa toma um empréstimo no valor de R\$ 400.000,00 de um banco, com devolução em 3 dias, em que a instituição cobra uma taxa mensal de 2,35% por este crédito.

A quantia total deste *Hot Money* que deve ser reembolsada pode ser calculada como:

Caro/a professor/a,

se achar pertinente e com viabilidade de tempo, você poderá trabalhar com o conceito de **taxa de juros equivalentes**. Utilizamos esta para converter uma taxa de juros de um período para outro, de modo que, no regime de capitalização simples, mantendo-se o mesmo capital e o mesmo prazo, renderá o mesmo juro.

No caso dos Juros Simples, estas taxas “são proporcionais aos respectivos prazos a que se referem” (HAZZAN, POMPEO; 2015, p. 21), por isso alguns a chamam de taxa proporcional. Assim sendo, uma taxa de 1% a.m. equivale a 12% a.a.; assim como 6% a.t. equivale a 2% a.m.

Ainda segundo Hazzan e Pompeo (2015, p. 21-22), isso se justifica da seguinte forma: sejam  $i_1$  e  $i_2$  duas taxas equivalentes e sejam  $d_1$  e  $d_2$  os prazos (em dias) das referidas taxas. Como elas são equivalentes, considerando um capital  $C$  e um prazo de aplicação de um ano, devemos ter:

$$Ci_1 \frac{360}{d_1} = Ci_2 \frac{360}{d_2}$$

$$\frac{i_1}{d_1} = \frac{i_2}{d_2}$$

De outra forma, veja o exemplo: Qual a taxa anual equivalente a 2% a.m., em juros simples?

Para ser equivalente, elas precisam render o mesmo juro, sendo assim:

$$Ci_1 t_1 = Ci_2 t_2$$

$$Ci_1 1 = C \cdot 0,02 \cdot 12$$

$$i_1 = 0,24$$

Ou seja, a taxa de juros anual seria de 24% a.a. (De modo prático  $12 \times 2\%$ ).

Ou, ainda, qual a taxa diária de juros a ser aplicada em regime de juros simples de modo equivalente a uma taxa de 10% a.m.?

$$Ci_1 t_1 = Ci_2 t_2$$

$$Ci_1 30 = C \cdot 0,10 \cdot 1$$

$$i_1 30 = 0,10$$

$$i_1 = \frac{0,10}{30}$$

$$i_1 \cong 0,00333 \dots$$

$$i_1 \cong 0,33\%$$

$$\text{Hot Money} = 400.000,00 \cdot \left( 1 + \frac{0,0235}{30} \cdot 3 \right)$$

$$\text{Hot Money} = 400.000,00 \times 1,00235$$

$$\text{Hot Money} = 400.940,00$$

A taxa efetiva deste *Hot Money* pode ser vista na segunda linha do cálculo, sendo de 0,235%, que representa a taxa mensal para os 3 dias de empréstimo.

Além disso, é possível perceber que a quantia paga em juros para o banco é de R\$ 940,00 pela diferença da quantia tomada, e aquela que é devolvida.

É preciso lembrar, ainda, que operações financeiras deste tipo possuem incidência do Imposto sobre Operações Financeiras (IOF), com taxas que são aplicadas sobre a quantidade de dias do empréstimo.

### **Vantagens e Desvantagens do Hot Money**

Esta modalidade é vantajosa para empresas que necessitem rapidamente de certa quantia, sem possuir capital de giro no momento. Isso pode acontecer devido a uma grande quantidade de vendas a prazo por parte do negócio.

Porém, este método de obter fundos, que pode ser considerado para emergência, deve ser evitado para que o negócio não consuma parte do seu capital com juros elevados.

Se a empresa passa por um problema mais grave, o ideal é tomar créditos em que seja possível o reembolso em um tempo maior e com taxas mais acessíveis para o negócio.

Adaptado de: <https://www.dicionariofinanceiro.com/o-que-e-hot-money/> Acesso em: 23 abr. 2022.

a) Qual a diferença no cálculo do montante a ser pago, quando se utiliza o *Hot Money*, para o cálculo do Juros Simples estudado?

b) Destaque duas informações interessantes do texto e uma dúvida, e faça um debate com sua turma.

Caro/a professor/a,

atente-se para que os/as estudantes não confundam a ideia de descontos/aumentos sucessivos com a de juros equivalentes.

No primeiro, um aumento de 1% num período acrescido de outro aumento de 1% noutra período, não significa um aumento de 2% no valor inicial. Uma porcentagem se aplica sobre a outra! Isso pode ser inclusive um mote para iniciar o conteúdo de juros compostos.

É importante deixar claro que nos juros equivalentes, o ajuste que se faz na taxa de juros é para justamente se conseguir ter o mesmo montante ao final.

Pode ser interessante usar simulares/calculadoras digitais para que os/as estudantes percebam a diferença entre um e outro.

[Clique aqui](#) e acesse um simulador feito no Excel, que você poderá utilizar em seu computador, mesmo sem acesso à internet.

The image shows three screenshots of an Excel spreadsheet. The first screenshot on the left shows a table with columns for 'TAXA', 'PERÍODO', 'VALOR INICIAL', 'VALOR FINAL', and 'JURO'. The second screenshot in the middle shows a table with columns for 'TAXA', 'PERÍODO', 'VALOR INICIAL', 'VALOR FINAL', and 'JURO'. The third screenshot on the right shows a table with columns for 'TAXA', 'PERÍODO', 'VALOR INICIAL', 'VALOR FINAL', and 'JURO'. The tables contain numerical data and formulas related to financial calculations.

## JUROS COMPOSTOS

Unidade temática	Objetivos de aprendizagem
<b>Funções</b>	MAT24FG Definir função exponencial, representando-a, gráfica e algebricamente, em contextos como o da Matemática Financeira e variação populacional, entre outros.
<b>Funções</b>	MAT27FG Utilizar números reais e fórmulas de matemática financeira (juros simples e compostos) para organizar e analisar, por meio de aplicativos e planilhas, o orçamento familiar, possibilitando a tomada de decisões éticas e socialmente responsáveis.
<b>Funções</b>	MAT28FG Comparar situações-problema que envolvam juros simples com as que envolvam juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.
<b>Funções</b>	MAT29FG Definir função logarítmica, representando-a, gráfica e algebricamente, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

### Recursos:

- calculadoras e
- xérox das atividades e/ou textos.

**Carga horária:** a partir de 3 h/a.

### Primeiro Momento Pedagógico – Problematização Inicial

“O discurso ideológico da globalização procura disfarçar que ela vem robustecendo a riqueza de uns poucos e verticalizando a pobreza e a miséria de milhões. O sistema capitalista alcança no neoliberalismo globalizante o máximo de eficácia de sua malvadez intrínseca.”

*Paulo Freire, 1996, p. 128*

- 1.01 – Você já escutou a expressão juro sobre juros? Em qual situação? Sabe o que ela significa?**
- 1.02 – Você sabe o que é agiotagem? Conhece alguma história relacionada a isso?**

Caro/a professor/a,

ao perguntarmos sobre a agiotagem aqui na problematização inicial temos dois objetivos. Primeiro, queremos que os/as estudantes percebam que o Estado diz quem pode ou não emprestar dinheiro, que não é qualquer pessoa/empresa que tem a chancela para operar no mercado financeiro. E, em segundo lugar, verificar se eles/as têm conhecimento da prática da agiotagem e de como esta muitas vezes está associada ao mundo do crime. Sendo assim, sugerimos que em sala, você instigue aos/às estudantes a conversarem sobre estas duas temáticas. Especificamente sobre o submundo da agiotagem, voltaremos a explorar no terceiro momento pedagógico.

## Segundo Momento Pedagógico – Organização do Conhecimento

### JUROS COMPOSTOS

No regime de juro composto (capitalização acumulada), os juros são calculados tendo como referência o montante acumulado no período anterior. Por isso também é conhecido popularmente como juros sobre juros, uma vez que se paga juros inclusive em cima do valor do juro cobrado anteriormente.

Para melhor compreendermos o que isso significa faremos um comparativo com um exemplo de tomada de empréstimo a juros simples e a juros compostos e aproveitaremos para generalizarmos o raciocínio dos juros compostos de forma a descobriremos a fórmula do montante neste tipo de transação.

*Exemplo 01* – Ao se envolver num acidente, uma pessoa precisou de R\$ 1.000,00 emprestado. Conseguiu emprestado a uma taxa de 5% a.m. Quanto esta pessoa pagará após 3 meses?

Mês	Juros Simples	Juros Compostos	Generalizando Juros Compostos
01	$J = 1000 \cdot 0,05 \cdot 1 = 50$ $M_1 = 1000(1 + 0,05 \cdot 1) = 1050$	$J_1 = 1000 \cdot 0,05 \cdot 1 = 50$ $M_1 = C + J_1$ $M_1 = 1000 + 50 = 1050$	$J_1 = C \cdot i \cdot t$ $M_1 = C + J_1$ $M_1 = C + Cit$ $M_1 = C(1 + i)$ <p>Perceba que <math>t = 1</math>, pois ele será cobrado e atualizado período a período, no caso todo mês.</p>
02	$J = 1000 \cdot 0,05 \cdot 1 = 50$ $M_2 = 1000(1 + 0,05 \cdot 2) = 1100$	$J_2 = 1050 \cdot 0,05 \cdot 1 = 52,50$ $M_2 = M_1 + J_2$ $M_2 = 1050 + 52,50 = 1102,50$ <p style="text-align: center;"><b>Ou</b></p> $M_2 = C(1 + i)^2$ $M_2 = 1000(1 + 0,05)^2$ $M_2 = 1000(1,05)^2$ $M_2 = 1000 \cdot 1,1025$ $M_2 = 1102,50$	$J_2 = M_1 \cdot i \cdot t$ $M_2 = M_1 + J_2$ $M_2 = M_1 + M_1 \cdot i$ $M_2 = M_1(1 + i)$ $M_2 = C(1 + i)(1 + i)$ $M_2 = C(1 + i)^2$
03	$J = 1000 \cdot 0,05 \cdot 1 = 50$ $M_3 = 1000(1 + 0,05 \cdot 3) = 1150$	$J_3 = 1102,50 \cdot 0,05 \cdot 1$ $J_3 \cong 55,12$ $M_3 = M_2 + J_3$ $M_3 = 1102,50 + 55,12$ $M_3 = 1157,62$ <p style="text-align: center;"><b>Ou</b></p> $M_3 = C(1 + i)^3$ $M_3 = 1000(1 + 0,05)^3$ $M_3 = 1000(1,05)^3$ $M_3 = 1000 \cdot 1,157625$ $M_3 = 1157,62$	$J_3 = M_2 \cdot i \cdot t$ $M_3 = M_2 + J_3$ $M_3 = M_2 + M_2 \cdot i$ $M_3 = M_2(1 + i)$ $M_3 = C(1 + i)^2(1 + i)$ $M_3 = C(1 + i)^3$
Fórmulas	$M_t = C(1 + it)$		$M_t = C(1 + i)^t$

Ao compararmos as fórmulas para os montantes de uma operação financeira capitalizada de juros simples e compostos, percebemos que a primeira tem crescimento linear e a outra exponencial.

**- Para calcular e conversar:**

**2.01 – Em 3 meses, quanto esta pessoa pagará a mais se o regime de juros utilizado for composto em relação ao simples? E se fosse em 1 ano?**

**2.02 – Tendo como base o fato de que o Brasil, desde a invasão portuguesa, foi construído alicerçado no capitalismo, qual regime de capitalização é amplamente utilizado pelo mercado financeiro? O que justifica esta escolha<sup>13</sup>?**

Caro/a professor/a,

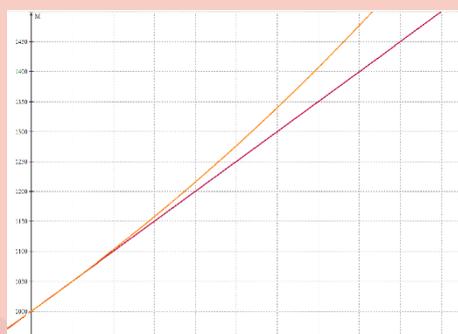
ao resolver com os/as estudantes o item 2.01, considere pedir a eles/as que, usando a calculadora, explorem o comando de igualdade após uma operação, pois assim a máquina repetirá a última operação feita. Isso agiliza muito os cálculos quando não se tem uma calculadora científica.

P. ex.: Para calcularmos  $1,05^{12}$  pode se digitar na calculadora simples apenas

$1,05 \times \text{=====}$

Aproveite para contar a eles/as que este procedimento vale para quaisquer operações. Se quiser retomar um exemplo de juros simples e calcular o montante somando os juros desta maneira, pode ser interessante!

Tendo a capitalização por juros compostos, um crescimento exponencial, seu crescimento é maior que a capitalização de juros simples o que pode ser percebido nos gráficos dos exemplos trabalhados anteriormente.



—  $M = 1000 + 50t$  Gráfico da capitalização a juros simples  
—  $M = 1000 \cdot 1,05^t$  Gráfico da capitalização a juros compostos

<sup>13</sup> Espera-se que os/as estudantes percebam que com a lógica do lucro, enfatizada pelo capitalismo, o regime de juros compostos é mais utilizado pelo mercado financeiro, uma vez que a sua rentabilidade é maior.

Caro/a professor/a,

Pode ser interessante neste momento abordar alguns conceitos ligados ao conteúdo de funções.

- Por que a relação entre montante e tempo é uma função? Que tipo de função é em cada caso?
- Como chegar às leis de formação utilizadas no gráfico à esquerda?

Se o/a professor/a tiver como mostrar aos/às estudantes estes gráficos reproduzidos na página anterior tendo uma área de plotagem maior, seria interessante. Os/As estudantes poderiam ver que como o passar do tempo a diferença de valores entre um sistema de capitalização e outro se torna muito mais acentuada.

Também é possível linear com Progressão Aritmética e a Progressão Geométrica.

Juros Simples		Juros Compostos	
t	M	t	M
0	1000,00	0	1000,00
1	1050,00	1	1050,00
2	1100,00	2	1102,50
3	1150,00	3	1157,62
O montante se comporta numa PA de razão $r = 50,00$		O montante se comporta numa PG de razão $q = 1,05$	

*Exemplo 02* – Uma pessoa aplicou R\$ 3.000,00 em um investimento que rende 2% ao mês no regime de juros compostos. Quanto ela ganhará de juros ao final de 5 meses de aplicação?

Dados:

$$C = 3000$$

$$i = 2\% \text{ a. m.} = 0,02$$

$$t = 5 \text{ meses}$$

$$M_t = C(1 + i)^t$$

$$M_5 = 3000(1 + 0,02)^5$$

$$M_5 = 3000(1,02)^5$$

$$M_5 = 3000 \cdot 1,1040808$$

$$M_5 \cong 3312,24$$

$$M = C + J$$

$$3312,24 = 3000 + J$$

$$J = 312,24$$

Caro/a professor/a,

caso tenha optado por trabalhar com taxas equivalentes no regime de capitalização simples, é conveniente neste momento abordar este tópico também no regime de capitalização composto. Em juro composto, duas taxas são equivalentes quando forem aplicadas em um mesmo capital e durante um mesmo tempo e produzirem montantes iguais. Desta maneira, se  $i_1$  e  $i_2$  forem as taxas envolvidas para os prazos  $t_1$  e  $t_2$  expressos nas unidades das respectivas taxas, teremos:

$$\begin{aligned}M_1 &= M_2 \\C(1 + i_1)^{t_1} &= C(1 + i_2)^{t_2} \\(1 + i_1)^{t_1} &= (1 + i_2)^{t_2}\end{aligned}$$

Exemplo 01 – Qual taxa anual de juros equivalente a uma de 10% a.m., em regime de juro composto?

$i_1 = ?$  a. a. (que também pode ser representada por  $i_A$ )

$t_1 = 1$  ano

$i_2 = 10\%$  a. m. (que também pode ser representada por  $i_M$ )

$t_2 = 12$  meses

$$\begin{aligned}(1 + i_1)^{t_1} &= (1 + i_2)^{t_2} \\(1 + i_1)^1 &= (1 + 0,10)^{12} \\1 + i_1 &= 1,1^{12} \\i_1 &= 3,138428376721 - 1 \\i_1 &= 2,138428376721 \\i_1 &\cong 213,84\%\end{aligned}$$

Observem que tendo um aumento de mais de 200%, a dívida depois de um ano mais que triplica! Repare ainda que esta taxa de 10% a.m. é parecida com as taxas cobradas no crédito rotativo dos cartões de crédito e nos cheques especiais ou limites das contas-correntes bancárias.

Um erro comum é pensar como fizemos nos juros simples, no qual a taxa era proporcional. Em juros compostos 10% a.m. aplicados por um ano (12 meses), não é 120% a.a. E o que justifica isso é que, no caso dos juros compostos, pagamos juros sobre juros, o que faz a taxa aumentar neste caso.

Em outras situações, para realizar o cálculo, pode não ser tão simples calcular a equivalência de um período para outro como fizemos no exemplo anterior (1 ano = 12 meses). Nestes casos, pode ser mais interessante transformar o tempo em dias, levando em consideração a referência de tempo anual.

Segundo Hazzan e Pompeo (2015, p. 67), “Seja  $i_q$  a taxa que queremos e  $i_t$  a taxa que temos; seja  $Q$  o prazo (em dias) da taxa que queremos e  $T$  o prazo (em dias) da taxa que temos. Além disso, seja o prazo padrão de um ano. Assim:

$$\begin{aligned}i_1 &= i_q & i_2 &= i_t \\t_1 &= \frac{360}{Q} & t_2 &= \frac{360}{T}\end{aligned}$$

Portanto:

$$\begin{aligned}(1 + i_q)^{\frac{360}{Q}} &= (1 + i_t)^{\frac{360}{T}} \\ \left( (1 + i_q)^{\frac{360}{Q}} \right)^{\frac{Q}{360}} &= \left( (1 + i_t)^{\frac{360}{T}} \right)^{\frac{Q}{360}} \\ (1 + i_q) &= (1 + i_t)^{\frac{Q}{T}}\end{aligned}$$

e finalmente:

$$i_q = (1 + i_t)^{\frac{Q}{T}} - 1$$

Exemplo 02 – Qual taxa de juros trimestral equivale a uma taxa de 5% ao bimestre?

$$i_q = a. t.$$

$$i_t = 5\% a. b.$$

$$t_q = 90 \text{ dias}$$

$$t_t = 60 \text{ dias}$$

$$\begin{aligned} (1 + i_q)^{\frac{360}{Q}} &= (1 + i_t)^{\frac{360}{T}} \\ (1 + i_q)^{\frac{360}{90}} &= (1 + 0,05)^{\frac{360}{60}} \\ (1 + i_q)^4 &= 1,05^6 \\ (1 + i_q)^2 &= 1,05^3 \\ 1 + i_q &= \sqrt{1,157625} \\ i_q &\cong 1,07593 - 1 \\ i_q &\cong 0,07593 \\ i_q &\cong 7,593\% \end{aligned}$$

Ou então aplicando a fórmula final:

$$\begin{aligned} i_q &= (1 + i_t)^{\frac{Q}{T}} - 1 \\ i_q &= (1 + 0,05)^{\frac{90}{60}} - 1 \\ i_q &= 1,05^{1,5} - 1 \\ i_q &= (1,05)^{\frac{15}{10}} - 1 \\ i_q &= (1,05)^{\frac{3}{2}} - 1 \\ i_q &= (1,05)^{\frac{3}{2}} - 1 \\ i_q &= \sqrt{(1,05)^3} - 1 \\ i_q &= \sqrt{(1,05)^3} - 1 \\ i_q &\cong 0,07593 \\ i_q &\cong 7,593\% \end{aligned}$$

## Terceiro Momento Pedagógico – Aplicação do Conhecimento

### 3.01 – Convidamos você a pensar e propor soluções para as situações a seguir:

3.01.01 – Quanto se pagará de juros e qual o montante produzido em uma aplicação financeira a juros compostos nas seguintes condições: capital: R\$ 300,00; taxa: 2% a.m.; prazo: 4 meses.

3.01.02 – Uma poupança especial rende 1% ao mês, em regime de juros compostos. Sabendo que Décio aplicou R\$ 2.000,00 nesta poupança e retirou a quantia disponível um ano depois, quanto Décio retirou?

3.01.03 – Um capital foi aplicado a juros compostos e à taxa de 12% a.m., durante 3 meses. Se, decorrido esse período, o montante produzido foi de R\$ 864,00, qual foi o capital aplicado?

**3.02 – Em duplas, leia o artigo publicado pelo Banco Central do Brasil e depois responda às questões:**

### **Empréstimos e financiamentos**

Pessoas físicas e empresas podem contratar empréstimos e financiamentos com bancos e outras instituições financeiras. Elas recebem recurso e, em troca, assumem o compromisso de pagar, no futuro, o valor disponibilizado acrescido de juros.

#### *Saiba a diferença entre empréstimo e financiamento*

##### - Empréstimo

A pessoa ou a empresa contrata a operação e não especifica como utilizará o dinheiro que pode ser usado livremente.

##### - Financiamento

A pessoa ou a empresa contrata a operação para comprar um bem ou adquirir um serviço específico, como no caso de financiamento de um veículo ou uma moto. Geralmente o bem financiado serve como garantia do financiamento e, por isso, os juros, nessas situações, costumam ser menores.

#### *Banco não é obrigado a emprestar*

Os bancos e outras instituições financeiras não são obrigados a conceder empréstimos ou financiamentos a seus clientes. Isso depende das políticas de crédito de cada uma delas.

#### *Pesquisa é fundamental*

Antes de contratar um empréstimo ou um financiamento, pesquise bastante.

A primeira coisa é verificar se a instituição é autorizada a funcionar pelo Banco Central.

Importante: Nenhuma instituição pode exigir que você deposite previamente dinheiro na conta dela para contratar empréstimo ou financiamento com você ou para liberar o dinheiro.

Além disso, não contrate com a primeira instituição que pesquisar. Como as taxas de juros e outros encargos variam bastante de banco para banco, a pesquisa do Custo Efetivo Total (CET) é fundamental. Veja abaixo o que é CET.

### *Custo Efetivo Total - CET*

- Taxa que corresponde a todos os encargos e despesas incidentes nas operações de crédito.

- Inclui a taxa de juros, as tarifas, os impostos e outras despesas.

- O CET precisa ser informado antes da concessão do empréstimo ou de um financiamento.

Adaptado de:

<https://www.bcb.gov.br/cidadaniafinanceira/tiposemprestimo>. Acesso em: 30 abr. 2022.)

EMPRÉSTIMO PESSOAL OU CRÉDITO PESSOAL		
 Documentos exigidos: RG, CPF, comprovante de residência e de renda	 Tipo mais comum no mercado: mais utilizado por golpistas	Juros mais altos (não exige garantia)
EMPRÉSTIMO PESSOAL COM GARANTIA		
 Utiliza um bem livre de ônus como garantia do pagamento	 Avaliação mais detalhada do perfil do cliente	Taxas de juros mais baixas (risco menor)
EMPRÉSTIMO PESSOAL CONSIGNADO		
 Prestação descontada na folha de pagamento ou de benefício previdenciário	 Depende de contrato entre a IF e o órgão consignante	Taxas de juros mais baixas (risco menor)
CARTÃO DE CRÉDITO		
 Fatura mensal deve ser paga na data de vencimento	 Se o valor total não for pago, o valor entrará no rotativo ou poderá ser parcelado	Elevadas taxas de juros
CHEQUE ESPECIAL		
 Após prévia contratação, o limite de crédito pode ser utilizado automaticamente	 É vinculado a uma conta corrente em uma instituição financeira	Elevadas taxas de juros

a) Uma pessoa que comprou um carro financiado e não conseguiu pagar as prestações. O banco o notificou e depois entrou com uma liminar pedindo a busca e a apreensão do veículo. Por que isso é possível? Por que este instrumento faz com que a taxa de juros do financiamento seja menor?

b) O Custo Efetivo Total (CET) de uma operação financeira é maior ou menor que a taxa de juros praticada pela instituição financeira? É possível que determinada instituição financeira tenha uma taxa de juros menor que uma segunda, e ao mesmo tempo ter um custo efetivo total maior?

**3.03 – Uma pessoa que está devendo o cartão de crédito, reparou que ela está pagando uma taxa de juros de 11,5% a.m. Conversando no banco com o qual tem conta, descobriu que o mesmo pode fazer empréstimos a uma taxa mensal de 5,6%.**

a) Pensando nesta situação, qual é a decisão financeira mais acertada para esta pessoa endividada<sup>14</sup>?

b) Para além da taxa de juros e do tempo de contratação, qual outra informação ela deve ter conhecimento e avaliar ao contratar um financiamento<sup>15</sup>?



### FREIRIANAMENTE...

*Professor/a, sabemos que em sala de aula não temos muito tempo para fazermos tudo aquilo que gostaríamos, mas encorajamos você para fazer as discussões apresentadas especialmente neste terceiro momento pedagógico. Talvez seja o que menos estamos acostumados/as a fazer, mas com certeza dará mais sentido ao que foi estudado em sala.*

<sup>14</sup> Espera-se que os/as estudantes percebam a vantagem que se tem ao trocar a dívida inicial, por esta outra, na qual a taxa de juros é menor.

<sup>15</sup> Em determinados financiamentos há taxas administrativas, correções monetárias, e até seguros. É importante retomar aqui a ideia, por exemplo, do Custo Efetivo Total.

**3.04 – Leia a reportagem e depois debata com seus/suas colegas. Caso sinta necessidade faça novas pesquisas sobre o assunto. Ao final do texto tem umas perguntas que podem o/a inspirar na conversa.**

### **PM preso por chefiar esquema de agiotagem no DF ameaçava vítimas: “Vou arrancar seu olho na mordida”**

*Sargento Ronie Peter Fernandes da Silva é suspeito de participar de grupo que movimentou pelo menos R\$ 8 milhões. Defesa do militar não quis comentar caso.*

*Por Rodrigo Serpa, TV Globo*

*22/11/2021 12h55 Atualizado há 5 meses*

Preso por chefiar um esquema de agiotagem no Distrito Federal, o sargento da Polícia Militar Ronie Peter Fernandes da Silva, de 45 anos, fazia graves ameaças às vítimas que deviam dinheiro para ele.

Em uma mensagem de áudio obtida pela TV Globo, o militar diz que vai “arrancar o olho” de uma pessoa “na mordida”.

“Vou morder seu olho. Vou arrancar seu olho na mordida. Eu não vou só te espancar, vou te arrancar os pedaços”, diz o militar em um trecho da conversa com uma vítima.

Em outro momento, Ronie diz para a mesma pessoa: “Se amanhã você me der sua vida, não me serve”. Já em outra conversa, o militar sugere que a vítima roube alguém ou cometa suicídio para pagar uma dívida de R\$ 800 mensais.

“Se você estivesse vigiando carro no meio da rua, você ganhava [dinheiro]”. “Rouba um ou vai para o quarto e se mata”, diz o militar em um dos áudios enviado à vítima.

Ronie e outras seis pessoas foram alvos da operação S.O.S Malibu, deflagrada pela Polícia Civil em 16 de novembro. A suspeita é de que o grupo tenha movimentado R\$ 8 milhões nos últimos seis meses, emprestando dinheiro e extorquindo vítimas.

Ainda segundo a Polícia Civil, participantes do esquema movimentaram quantia milionária dentro da PM (veja mais abaixo). A defesa do sargento disse que “é prematuro tecer esclarecimentos” sobre o caso, porque não teve acesso ao pedido de prisão preventiva do militar.

Em nota, a Polícia Militar afirmou que os fatos estão sendo apurados e que a corporação “não tolera qualquer tipo de desvio de conduta de seus integrantes”.

O sargento detido, apesar de receber salário líquido de pouco mais de R\$ 8 mil na corporação, levava uma vida de luxo com carros caros e em viagens nacionais e internacionais. Entretanto, segundo a investigação, para garantir a fonte de renda paralela, ele ameaçava vítimas de forma violenta.

Vídeos feitos pela Polícia Civil, com autorização da Justiça, mostram integrantes do grupo sacando dinheiro em um banco de Taguatinga, em 23 de setembro. Quem aparece nas imagens é a nutricionista Raiane Gonçalves, apontada como operadora financeira do esquema.

As imagens mostram que ela entra na agência com uma bolsa marrom pendurada no ombro. Segundo a investigação, a mulher sacou R\$ 800 mil, colocou no compartimento e entregou para um homem, que também seria participante do esquema.

Raiane e esse homem se separam na saída do banco e, no mesmo dia, voltam a se encontrar no Centro de Altos Estudos e Aperfeiçoamento da Polícia Militar. De acordo com a Polícia Civil, no batalhão da corporação, Raiane pegou a bolsa com o dinheiro, que seria usado no esquema.

Segundo a defesa de Raiane, os saques feitos pela nutricionista foram usados para “pagamentos diversos” e que os comprovantes estão à disposição da Justiça.

### *Ostentação*

De acordo com a Polícia Civil, Ronie tinha pelo menos quatro carros de luxo, avaliados em R\$ 3 milhões. Os veículos foram apreendidos durante a operação.

Nas redes sociais, o sargento, que se identifica como “Ronie Malibu”, faz questão de mostrar os bens. Além dos veículos de luxo, viagens para destinos como China e Dubai estão expostos na galeria virtual.

Ronie postou uma foto nas Ilhas Maldivas, considerado um dos destinos mais caros do mundo. “Sempre de braços abertos para receber as bênçãos de Deus, muita gratidão por tudo”, diz a legenda da foto.

O militar também publicou imagens de passeios em moto aquática e em avião particular. Registros de Ronie em restaurantes, praias e em embarcações também compõem o mural de fotos do sargento.

### *Agiotagem e esquema familiar*

A Operação S.O.S Malibu foi deflagrada em 16 de novembro pela Coordenação de Repressão aos Crimes Patrimoniais (CORPATRI) da Polícia Civil do DF. Ao todo, foram 15 mandados judiciais expedidos e cumpridos em Vicente Pires, Taguatinga e São Paulo (SP).

A polícia acredita que as sete pessoas investigadas emprestavam dinheiro a terceiros com juros superiores aos permitidos por lei, e cobravam os valores mediante “grave ameaça”. Seis suspeitos foram presos e um está foragido em São Paulo (SP).

Além das prisões e da apreensão dos quatro veículos, a Justiça determinou o bloqueio de sete contas bancárias, de pessoas físicas e jurídicas. A Polícia Civil afirma que o esquema de agiotagem contava com integrantes da família de Ronie, o militar.

O pai e o irmão do sargento estão entre os detidos. Eles seriam responsáveis por emprestar os valores e cobrar dos endividados. “Em algumas situações, eles tomavam veículos e exigiam transferência de imóveis das vítimas”, diz a polícia.

Ainda de acordo com as investigações, o pai de Ronie é dono de uma distribuidora de bebidas que funcionava de fachada para os crimes de agiotagem.

“Existe a suspeita de que essa distribuidora era usada para lavagem de dinheiro. A movimentação da empresa está acima da capacidade dela”, disse ao g1 o delegado Fernando Cocito.

Os outros cinco investigados eram “operadores financeiros”, que faziam transações e saques em contas de empresas de fachada, para “dar uma aparência lícita aos valores oriundos da agiotagem”. Desses, três eram responsáveis pela ocultação do dinheiro e, conforme a polícia, cediam os nomes para registro dos veículos de luxo, cujo dono era o sargento.

Adaptado de: <https://g1.globo.com/df/distrito-federal/noticia/2021/11/22/audios-pm-preso-por-chefiar-esquema-de-agiotagem-no-df-ameacava-vitimas-vou-arrancar-seu-olho-na-mordida.ghtml>. Acesso em: 28 abr. 2022

- a) Quais elementos vocês destacam na reportagem?
- b) O que configura o crime de agiotagem?
- c) Por que era necessário “lavar o dinheiro”? Você sabe o que é o crime de lavagem de dinheiro?
- d) Na hora de um aperto financeiro, é confiável pegar dinheiro emprestado, com qualquer pessoa, mesmo quando a propaganda diz que é dinheiro rápido e fácil, que “tá na mão”, que não tem consulta no SPC/SERASA e outras benesses mais<sup>16</sup>?

<sup>16</sup> Espera-se que os/as estudantes percebam o potencial risco de estar entrando em contato com agiotas e desta feita, lidando com uma situação de vulnerabilidade e também de ilegalidades.

## SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO

Unidades temáticas	Objetivos de aprendizagem <sup>17</sup>
<b>Números e Funções</b>	MAT01FG Investigar os processos de cálculo de números reais, com foco nas taxas e nos índices de natureza socioeconômica (Índice de Desenvolvimento Humano, taxas de inflação, entre outros), para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.
<b>Funções</b>	MAT27FG Utilizar números reais e fórmulas de matemática financeira (juros simples e compostos) para organizar e analisar, por meio de aplicativos e planilhas, o orçamento familiar, possibilitando a tomada de decisões éticas e socialmente responsáveis.
<b>Funções</b>	MAT28FG Comparar situações-problema que envolvam juros simples com as que envolvam juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

### Recursos:

- laboratório de informática e
- xérox das atividades e/ou textos.

**Carga horária:** a partir de 4 h/a.

### Primeiro Momento Pedagógico – Problematização Inicial

“A capacidade de nos amaciar que tem a ideologia nos faz às vezes mansamente aceitar que a globalização da economia é uma invenção dela mesma ou de um destino que não poderia se evitar, uma quase entidade metafísica e não um modelo de desenvolvimento econômico submetido, como toda a produção capitalista, a uma certa orientação política ditada pelos interesses dos que detêm o poder”.

*Freire, 1996, p. 126*

<sup>17</sup> As palavras amortização, *Price* e SAC (como sistema de amortização) não aparecem especificamente nem na nova BNCC nem no Currículo em Movimento do Novo Ensino Médio. Os objetivos de aprendizagem colocados ao início desta sequência didática foram retirados dos livros didáticos, que referenciam segundo a BNCC e nós optamos por citá-los em seus correlatos no Currículo em Movimento do Novo Ensino Médio da SEEDF.

**1.01 – Alguém da sua família já fez algum financiamento? Como vocês avaliaram a experiência? Partilhe a experiência de vocês com a turma.**

**1.02 – Todo financiamento tem o mesmo funcionamento/regramento? Descreva como são os financiamentos que vocês conhecem e percebam, similaridades e diferenças.**

**1.03 – Até que ponto conseguimos negociar com os bancos e as operadoras de crédito?**

## **Segundo Momento Pedagógico – Organização do Conhecimento**

### **SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO**

Ao fazermos um financiamento não é somente a taxa de juros e o custo efetivo total que deve ser foco de nossa atenção. A forma de pagamento daquele financiamento é também um fator importante para se levar em consideração. Há diversos sistemas de amortização, nos quais se reduz sua dívida até a quitação total do financiamento.

Os sistemas de amortização, embora usuais no comércio e por vezes presentes em nossas vidas, geralmente nos passam despercebidos e muitas vezes nem entram em nossa pauta de negociação. Contudo, entender o completamente seu financiamento é importante para tomarmos as melhores decisões em relação a ele.

Segundo Ortiz (2022), da SERASA,

“No mercado, há dois principais sistemas de amortização:

#### **Amortização SAC**

Algumas instituições financeiras adotam o sistema de amortização da Tabela SAC.

Nesse modelo as parcelas sofrem reajuste e vão diminuindo com o passar do tempo. Assim, a primeira parcela é a mais cara, enquanto a última é a mais barata.

### Amortização Price

Nesse sistema, as parcelas têm o mesmo valor durante todo o prazo de duração do financiamento.”

#### - Para conversar e registrar

**2.01 – Dos financiamentos levantados na Problematização Inicial, quais deles obedecem ao sistema de amortização SAC e quais seguem o sistema Price? É possível perceber um padrão nestes casos?**

Geralmente, financiamentos são empréstimos de médio ou longo prazo e de bens de alto valor. O valor financiado é chamado de capital (C) ou também de principal. Esse valor é pago em prestações/parcelas, que se caracterizam por serem pagamentos periódicos que o devedor faz ao credor. Para a composição destas prestações, leva-se em conta tanto o valor financiado quanto a taxa de juros,

*Caro/a professor/a,*

*é importante neste momento refletir com os/as estudantes sobre uma prática muito recorrente, porém proibida: a venda casada. No caso dos financiamentos imobiliários por exemplo, a contratação do seguro habitacional e/ou seguro de vida.*

*Vale a leitura do que diz o Tribunal de Justiça do Distrito Feral e dos Territórios (TJDFT) sobre o assunto: <https://www.tjdft.jus.br/consultas/jurisprudencia/jurisprudencia-em-temas/tjc-na-visao-do-tjdft-tributarios-abusivos/venda-casada>*

quanto também outras tarifas e produtos. Mas, de modo geral, quando se paga uma prestação (P), paga-se um pouco do valor financiado, amortizando o saldo devedor, que chamamos de valor amortizado (A), e também os juros (J) do financiamento. Desta feita:  $P = A + J$ .

Para a atualização mensal do saldo devedor, devemos tomar o saldo devedor anterior somar os juros do período e subtrair o valor da prestação do mês. Para tal consideraremos  $t = 0, 1, 2, 3, \dots$  o período de tempo na unidade expressa pela taxa de juros;  $S_t$ , o saldo devedor no período  $t$  e  $P_t$ , o pagamento realizado no período  $t$ ; e assim teremos:

$$S_t = S_{t-1} + J_t - P_t$$

De outra maneira, podemos dizer que o saldo devedor de um período é o saldo devedor anterior subtraído da amortização realizada naquele período.

$$S_t = S_{t-1} - A_t$$

A construção de uma planilha é um potente recurso para acompanharmos a evolução de um financiamento, pois nela podemos fazer um quadro demonstrativo período a período da situação da dívida.

*Exemplo 01* – Uma empresa fez um financiamento de R\$ 50.000,00, com juros de 4% a.m. para pagar da seguinte maneira: três parcelas de R\$ 10.000,00 e a quitação na quarta parcela. Qual o valor da última parcela?

*Dicas para a resolução:*

- Ao montar a planilha sempre inicie com o tempo 0 (zero), que é o momento da contração da dívida e assim registre o valor inicial do financiamento.

- Lembre-se de que a fórmula de juros é  $J = Cit$ , e como nos financiamentos a dívida é atualizada periodicamente, este tempo será igual a 1, período a período.

Resolução mês a mês:

$$C = S_0 = 50.000,00$$

$$J_1 = 50.000,00 \cdot 0,04 \cdot 1 = 2.000,00$$

$$P_1 = 10.000,00$$

$$A_1 = 10.000,00 - 2.000,00 = 8.000,00$$

$$S_1 = 50.000,00 - 8.000,00 = 42.000,00$$

$$J_3 = 33.680,00 \cdot 0,04 \cdot 1 = 1.347,20$$

$$P_3 = 10.000,00$$

$$A_3 = 10.000,00 - 1.347,20 = 8.652,80$$

$$S_3 = 33.680,00 - 8.652,80 = 25.027,20$$

$$J_2 = 42.000,00 \cdot 0,04 \cdot 1 = 1.680,00$$

$$P_2 = 10.000,00$$

$$A_2 = 10.000,00 - 1.680,00 = 8.320,00$$

$$S_2 = 42.000,00 - 8.320,00 = 33.680,00$$

$$J_4 = 25.027,20 \cdot 0,04 \cdot 1 = 1.001,09$$

$$A_4 = 25.027,20 + 1.001,09 = 26.028,29$$

$$P_4 = 26.028,29$$

$$S_4 = 25.027,20 - 25.027,20 = 0,00$$

Mês	Juros $J_t$	Amortização $A_t$	Prestação $P_t$	Saldo devedor $S_t$
0				50.000,00
1	2.000,00	8.000,00	10.000,00	42.000,00
2	1.680,00	8.320,00	10.000,00	33.680,00
3	1.347,20	8.652,80	10.000,00	25.027,20
4	1.001,09	25.027,20	26.028,29	0,00

Assim, a última prestação será no valor de R\$ 26.028,29.

## SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE (SAC)

Como informado, este sistema de amortização, além de ser bastante usual no mercado financeiro é caracterizado por ter prestações decrescentes, isso acontece por que neste sistema as amortizações são constantes e iguais. Para tal, o valor financiado, também chamado de capital  $C$ , é dividido pelo número de prestações contratadas. Deste modo:

$$A = \frac{C}{t}$$

*Exemplo 02* - Uma pessoa faz um empréstimo de R\$ 100.000,00 que será pago à taxa de juros de 3% a.m., com juros pagos mensalmente pelo sistema SAC. Obtenha a planilha de amortização.

Sendo a amortização de igual valor em todos os meses, teremos  $A_1 = A_2 = A_3 = \dots = A_{12} = 8.333,33$  pois  $\frac{100.000}{12} = 8.333,33$ . Com base neste valor, podemos montar a seguinte tabela:

Mês	Juros $J_t$	Amortização $A_t$	Prestação $P_t$	Saldo devedor $S_t$
0				100.000,00
1	3.000,00	8.333,33	11.333,33	91.666,67
2	2.750,00	8.333,33	11.083,33	83.333,34
3	2.500,00	8.333,33	10.833,33	75.000,01
4	2.250,00	8.333,33	10.583,33	66.666,68
5	2.000,00	8.333,33	10.333,33	58.333,35
6	1.750,00	8.333,33	10.083,33	50.000,02
7	1.500,00	8.333,33	9.833,33	41.666,69
8	1.250,00	8.333,33	9.583,33	33.333,36
9	1.000,00	8.333,33	9.333,33	25.000,03
10	750,00	8.333,33	9.083,33	16.666,70
11	500,00	8.333,33	8.833,33	8.333,37
12	250,00	8.333,37	8.583,37	0,00

Perceba que, por conta dos arredondamentos realizados, houve um ajuste (R\$ 0,04 a mais) na amortização para a última prestação, de modo a zerar o saldo devedor.

Caro/a professor/a,

caso ache oportuno, pode ser interessante mostrar aos/às estudantes que as prestações no sistema SAC se comportam conforme uma PA decrescente. Confira tomando por base o Exemplo 02:

$$11.083,33 - 11.333,33 = 10.833,33 - 11.083,33 = 10.583,33 - 10.833,33 = -250$$

Segundo Hazzan e Pompeo (2015, p. 243, com adaptações), a razão desta PA pode ser determinada da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} P_1 &= A + J_1 = A + Ci \\ P_2 &= A + J_2 = A + (C - A)i = A + Ci - Ai \\ P_3 &= A + J_3 = A + (C - 2A)i = A + Ci - 2Ai \\ &\vdots \\ P_t &= A + J_t = A + [C - (t - 1)A]i = A + Ci - (t - 1)Ai \end{aligned}$$

Deste modo, o primeiro termo da PA é  $A + Ci$  e sua razão é  $-Ai$ .

Exemplo 03 – Como ficaria a planilha de amortização caso fosse anunciado que nesta linha de crédito, o/a cliente teria 3 meses para começar a pagar?

Neste caso, a dívida acumularia juros nos 3 primeiros meses, num sistema de juros compostos gerando um saldo devedor de R\$ 109.272,70 que aí sim seria amortizado igualmente nos 12 meses seguintes  $\left(\frac{109.272,70}{12} = 9.106,06\right)$ .

Mês	Juros $J_t$	Amortização $A_t$	Prestação $P_t$	Saldo devedor $S_t$
0				100.000,00
1	3000,00			103.000,00
2	3090,00			106.090,00
3	3182,70			109.272,70
4	3278,18	9106,06	12384,24	100.166,64
5	3005,00	9106,06	12111,06	91.060,58
6	2731,82	9106,06	11837,88	81.954,52
7	2458,64	9106,06	11564,70	72.848,46
8	2185,45	9106,06	11291,51	63.742,40
9	1912,27	9106,06	11018,33	54.636,34
10	1639,09	9106,06	10745,15	45.530,28
11	1365,91	9106,06	10471,97	36.424,22

12	1092,73	9106,06	10198,79	27.318,16
13	819,54	9106,06	9925,60	18.212,10
14	546,36	9106,06	9652,42	9.106,04
15	273,18	9106,04	9379,22	0,00

Perceba que, por conta dos arredondamentos realizados, houve um ajuste na amortização na última prestação de modo a zerar o saldo devedor.

## SISTEMA PRICE

(conhecido também como Sistema Francês de Amortização)

Diferentemente do SAC, neste sistema de amortização o que é igual e constante é o valor das prestações a serem pagas. Nesse sentido, para que as prestações sejam fixas, haverá uma compensação entre o valor amortizado e os juros pagos no período, de modo que a partir dos valores pagos inicialmente, paga-se menos juros e amortiza-se mais nos pagamentos posteriores.

Para descobrirmos a valor das prestações  $P$  no Sistema Price, faremos uma generalização do que ocorre num financiamento de um capital  $C$  que será pago em três prestações, a uma taxa de juros  $i$ . Assim, segundo Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020, p. 93-94, com adaptações):

Ao fim do primeiro mês, deve-se à instituição financiadora:  $C \cdot (1 + i)$ ; e paga-se  $P$ . Assim, o saldo devedor é:  $C(1 + i) - P$ .

Ao fim do segundo mês, deve-se à instituição financiadora

$[C(1 + i) - P] \cdot (1 + i)$  e paga-se  $P$ . Assim, o saldo devedor é:

$$[C(1 + i) - P] \cdot (1 + i) - P = C(1 + i)^2 - (1 + i)P - P$$

Ao fim do terceiro mês, deve-se à instituição financiadora

$[C(1 + i)^2 - (1 + i)P - P] \cdot (1 + i)$  e paga-se  $P$ . Assim, o saldo devedor é:

$$\begin{aligned} & [C(1 + i)^2 - (1 + i)P - P] \cdot (1 + i) - P = \\ & = C(1 + i)^3 - (1 + i)^2P - (1 + i)P - P \end{aligned}$$

Como a terceira prestação é a última, o saldo devedor ao fim do terceiro mês é igual a zero.

Logo,  $C(1 + i)^3 - (1 + i)^2P - (1 + i)P - P = 0$ .

Isolando o valor de  $P$ , obtemos: 
$$P = \frac{C(1+i)^3}{(1+i)^2+(1+i)+1}$$

Substituindo  $(1+i)^2 + (1+i) + 1$  por  $\frac{(1+i)^3-1}{(1+i)-1}$ , temos: 
$$P = \frac{C(1+i)^3}{\frac{(1+i)^3-1}{(1+i)-1}} = \frac{C(1+i)^3 \cdot i}{(1+i)^3-1}$$

Generalizando esse resultado, apresentamos a seguir uma forma de calcular o valor da prestação nesse sistema de amortização.

O valor  $P$  da prestação no Sistema Price pode ser calculado utilizando-se a expressão  $P = \frac{C(1+i)^t \cdot i}{(1+i)^t-1}$ , em que  $C$  é o valor financiado,  $i$  a taxa de juro ao mês e  $t$  a quantidade de prestações a serem quitadas.

*Exemplo 04* – Uma casa de R\$ 150.000,00 foi comprada, pagando-se R\$ 30.000,00 de entrada e financiando o restante no banco em um ano com juros de 2,5% a.m. Faça a planilha de amortização e encontre o saldo devedor depois de 6 meses de pagamento.

Cálculo do saldo devedor inicial:  $150.000,00 - 30.000,00 = 120.000,00$

Cálculo do valor da prestação: 
$$P = \frac{120.000 (1 + 0,025)^{12} \cdot 0,025}{(1 + 0,025)^{12} - 1} =$$

$$\frac{120.000 \cdot 1,34488882 \cdot 0,025}{1,34488882 - 1} = \frac{4.034,66646}{0,34488882} \cong 11.698,48$$

Dicas para a resolução:

- Depois de calculados os juros a serem pagos no período ( $J_t = S_{t-1} \cdot i$ ), subtraia este valor ao da prestação para descobrir quanto amortizou da dívida naquele mês.

- Na sequência, descubra o saldo devedor atualizado, subtraindo a amortização do saldo devedor anterior.

Mês	Juros $J_t$	Amortização $A_t$	Prestação $P_t$	Saldo devedor $S_t$
0				120.000,00
1	3.000,00	8.698,48	11.698,48	111.301,52
2	2.782,54	8.915,94	11.698,48	102.385,58
3	2.559,64	9.138,84	11.698,48	93.246,74
4	2.331,17	9.367,31	11.698,48	83.879,43
5	2.096,99	9.601,49	11.698,48	74.277,93
6	1.856,95	9.841,53	11.698,48	64.436,40

O saldo devedor será de R\$ 64.436,40, após 6 meses de pagamento do financiamento.

Uma observação importante é que, para os sistemas de amortização, em caso do período de pagamento não seja o mesmo do período da taxa de juros, é padrão fazer a conversão da taxa usando a proporcionalidade. Desta maneira, se a taxa de um financiamento é de 18% a.a. sua taxa mensal, para cálculo das prestações será de  $\frac{18}{12} = 1,5\% a.m.$

Ao compararmos os dois sistemas de amortização estudados, podemos afirmar que:

No SAC, o saldo devedor sofre redução mais acelerada em comparação com o Sistema Price. Como o juro é calculado sobre esse valor, o montante de juro gerado por um capital financiado no SAC será menor que o montante de juro gerado pelo mesmo capital ao fim de um mesmo financiamento no Sistema Price, considerando o mesmo período. (BONJORNO; GIOVANNI JÚNIOR; SOUSA; 2020, p. 95).

Sendo assim, se possível, é preferível contatar um financiamento no qual o sistema de amortização seja SAC, muito embora ele tenha como inconveniente um valor mais alto para as primeiras prestações.

### Terceiro Momento Pedagógico – Aplicação do Conhecimento

*Caro/a professor/a,*

*sugerimos fortemente que caso você tenha à disposição um laboratório de informática, ou uma TV para projetar seu computador, que você construa com os/as estudantes as planilhas de amortização dos exercícios 3.02 e 3.04. Em sendo possível, considere também propor outro exercício de cada tipo de sistema de amortização para que os/as estudantes treinem “sozinhos” a construção da planilha.*

*São dois os motivos para sugerirmos: o fato de que o trabalho com as novas tecnologias esteja em voga na nova BNCC e, principalmente, porque manusear softwares de edição de planilha pode ser um diferencial para os/as estudantes, bem como outros aplicativos e ferramentas tecnológicas.*

*E vale lembrar qual era a postura de Paulo Freire frente às tecnologias e principalmente sobre a informatização na escola. Segundo Soffner (2013, p. 154), “cabe lembrar que Freire nunca foi contra a tecnologia; aliás, foi defensor da socialização de conhecimentos de informática e inclusão digital quando foi secretário de Educação do município de São Paulo. Nada tinha a criticar sobre computadores, apenas queria saber a serviço de quem os mesmos adentram as escolas. Ou seja, um olhar crítico sobre a novidade”.*

*Desta feita, seja por exigência legal ou pela importância atual da tecnologia, principalmente a computacional, reiteramos o apelo em explorar tais ferramentas de maneira educacional inclusive dialogando com outras ciências para melhor compreendermos os cenários atuais do uso das tecnologias.*

**3.01 – Suponha que você fará um financiamento de R\$ 100,00 com juros de 5% a.m. para ser pago em 3 meses.**

a) Faça a simulação de duas tabelas de amortização: uma pelo SAC e outra pelo Sistema Price.

b) Entre os dois sistemas, qual tem a primeira prestação mais alta? Qual é a diferença de valor entre as primeiras prestações?

c) Entre os dois sistemas, qual foi o que gerou mais juros ao final do financiamento?

d) Com a sua realidade financeira hoje, qual dos dois sistemas de amortização você preferiria e por quê?

**3.02 – Uma pessoa está analisando seu crédito. Ela quer financiar R\$ 10.000,00, com uma taxa de juros de 1,8% a.m., para pagar em 3 anos, e assim poder abrir seu próprio negócio: um salão de beleza/cabelereiro. Sabendo que a linha de crédito disponibilizada foi com o Sistema Price, marque a alternativa correta e justifique as erradas. Use  $1,018^{36} = 1,9$ .**

a) O valor das amortizações será constante e igual.

b) A amortização da dívida sempre será no valor de R\$ 277,78.

c) No decorrer dos 36 meses, na composição da prestação mensal, os juros vão aumentando e a amortização diminuindo.

d) O valor da prestação será fixo e igual a R\$ 380,00.

**3.03 – Uma pessoa quer comprar um notebook de R\$ 2.599,00, dando 20% de entrada e financiando o restante em 12 vezes, com juros de 3% a.m. Sabendo que a loja trabalha com o Sistema de Amortização Francês e que a pessoa não pode pagar mais que R\$ 200,00 de prestação, será possível ela efetuar a compra?**

**3.04 – Um empréstimo de R\$ 50.000,00 deve ser devolvido pelo SAC em 2 anos. Sabendo que a taxa de juros é de 2% a.m., obtenha a amortização, os juros, a prestação e o saldo devedor no 12º mês.**

**3.05 – Leia e escute a canção Chopis Centis, dos Mamonas Assassinas, que é uma banda de rock cômico nacional, famosa nos anos 1990. Ela retrata uma realidade que pode ser próxima de muitos/as de nós ainda**

**hoje. Dela destacamos o trecho “As minha felicidade / É um crediário nas Casas Bahia”. Converse com sua turma sobre este comportamento social:**

a) Quando e por que comprar à vista ou financiado? Tente justificar suas respostas, trazendo várias argumentações: tempo de acesso ao produto/bem, pagamentos de juros *versus* possibilidade de descontos, necessidade real e imediata do produto/bem ou negociável, consumo consciente ou consumismo.

b) Com o crédito facilitado, como não transformar a felicidade em comprar em desespero ao não conseguir pagar?

c) A música como um todo, fala de um trabalhador que ao conhecer uma garota, a leva para passear, contudo este passeio é um *rolezinho* no *Shopping Center*, onde ele/a consome em restaurantes, cinema, e outras lojas comerciais. Pensando em Projeto de Vida, e alicerçados/as em discursões de outras ciências, quais análises deste padrão social podemos fazer?

**Chopis centis** - Mamonas Assassinas (Compo.: Julio Cesar Barbosa / Alecsander Alves)

Eu di um beijo nela	Chuchuzinho, vamo lá
E chamei pra passear	Onde é que entra, ein?
A gente fomos no shopping	Esse tal Chopi Centis
Pra mó di a gente lanchar	É muithco legalzinho
Comi uns bicho estranho	Pra levar as namorada (Vem cá, vem!)
Com um tal de gergelim	E dar uns rolezinho
Até que tava gotchoso	Quando eu estou no trabalho
Mas eu prefiro aipim	Não vejo a hora de descer dos andaime
Quantcha gente	Pra pegar um cinema, ver Schwarzeneger
E quantcha alegria	Tombém o Van Diaime
As minha felicidade	Quantcha gente (Sai daí!)
É um crediário nas Casas Bahia	Quantcha alegria
Quantcha gente (Oba!)	A minha felicidade
Quantcha alegria	É um crediário nas Casas Bahia (Bem forte)
As minha felicidade	Quanta gente
É um crediário nas Casas Bahia	Quantcha alegria (Oba!)
Pra arriba!	A minha felicidade
Joinha, joinha, chupetão, vamo lá!	É um crediário nas Casas Bahia

**3.06 – Ao contrair um financiamento, nos comprometemos com até 30% de nossa renda para pagamentos de uma dívida, por um longo período, o que impacta demasiadamente nossa vida. Uma maneira de reduzir este impacto é fazer amortizações extras, para além daquelas já previstas nas prestações. Ao longo do tempo, é possível economizar um pouco, quem sabe fazer umas horas extras, receber participação na lucratividade da empresa/cooperativa, usar o dinheiro do FGTS para quem é celetista, ou até mesmo usar um pouco de dinheiro dos nossos 13º salários, ou quem sabe receber uma herança. Assim, havendo um dinheiro disponível, há que se considerar a possibilidade de amortizar o saldo devedor de seu financiamento.**

Assista ao vídeo “Amortizar no prazo ou no valor das parcelas?”<sup>18</sup> do canal do YouTube Partiu ser rico, de autoria de Maiko Petersen. E a partir dele debata com sua turma sobre as questões abaixo:

a) Por que matematicamente é melhor amortizar um financiamento no prazo que no valor das prestações?

b) Quando pode ser interessante para alguém fazer amortização no valor da prestação?

c) Aos 8min23seg, Maiko apresenta um comparativo de valores do financiamento sem amortização extra, e com amortização tanto no tempo quanto no valor. Você se atentou para o fato de que pagando juros de 10% a.a. (o que corresponde a nem 1% a.m.), o valor do empréstimo de R\$ 100.000,00 gerou uma dívida de R\$ 243.933,23? Isso significa que ao financiar uma casa/apartamento, você paga ao banco quase duas casas e meia, mesmo sendo os juros sendo tão baixo!!! O que esta situação provoca em vocês? Quais reflexões são possíveis?

d) Atente-se agora para o nome do canal. O que ele sugere? Você concorda com a insinuação feita?

---

<sup>18</sup> Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=maitDfxNOCE>

## RELATO DO CURSO

## MATEMÁTICA FINANCEIRA NO CONTEXTO DO NOVO ENSINO MÉDIO

O curso traz uma ferramenta, uma facilidade, até para você conseguir fazer essa adaptação, em que você traz um conteúdo e coloca na realidade do jovem.

**Anita**

[...] é uma forma ativa de contextualizar, de colocar as pessoas a pensar em um coletivo. Tudo isso contribui! Então é muito bacana!!!

**Valdice**

O material está excelente. Só que nós, docentes, precisamos ser mais criativos. Não é ficar só preso naquilo lá. O material dá uma flecha, é um rumo, uma meta uma direção. Seguindo aqui você vai dar vai dar bem lá na frente. Mas nós precisamos criar, não ficar só preso no material.

**Sebastião**

O curso e mesmo o material proposto no Produto Educacional, ajudam a contextualizar o pensamento freiriano que popularmente é tido numa perspectiva só para as áreas de humanas, como se uma educação libertadora fosse tarefa das ciências humanas ou tarefa das linguagens. Então acho que, acho não, estou convencido que quando tu traz isso para Matemática, tu aproxima mais do pensamento freiriano, ajuda a divulgar mais e devolve para o professor de Matemática a tarefa da construção de uma educação que não seja bancária, que seja libertadora.

**Geraldo<sup>19</sup>**

Diria Guimarães Rosa que “o correr da vida embrulha tudo”. No desenrolar da pesquisa, durante o mestrado profissional, tivemos a oportunidade de estruturar e aplicar a proposta deste Produto Educacional, por meio de um curso de formação de professores/as em parceria com a EAPE<sup>20</sup>. Vale dizer que o mesmo aconteceu, coincidentemente, durante a campanha eleitoral das eleições de 2022, entremeio a uma disputa presidencial com projetos quase antagônicos, inclusive na sua posição quanto aos pressupostos educacionais preconizados por Paulo Freire. O curso “Matemática Financeira no contexto do Novo Ensino Médio”, envolveu professores/as de Matemática de cinco unidades da federação.

<sup>19</sup> Para manter o sigilo e a privacidade de quem participou da pesquisa, cada participante teve um pseudônimo, que foi escolhido em homenagem aos/as estudantes do sertão do Rio Grande do Norte, que participaram das tão famosas 40 horas de Angicos. Nos inspiramos na escolha destes nomes, o documentário “40 horas na Memória: resgate da experiência dos alunos de Paulo Freire em Angico/RN”, que está disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=PkN97kOriJc&t=262s>.

<sup>20</sup> Escola de Aperfeiçoamento de Profissionais da Educação – Subsecretaria de Formação Continuada dos Profissionais da Educação do Governo do Distrito Federal.

O curso foi ofertado na modalidade híbrida com atividades presenciais mediadas por tecnologia digitais (remotas síncronas) e atividades assíncronas, além de um encontro presencial.

O objetivo do curso foi de promover um espaço de debate e reflexões sobre a Matemática Financeira no contexto do Novo Ensino Médio, e de modo específico: refletir sobre prática docente do/a professor/a de Matemática na Formação Geral Básica; revisitar os conteúdos de Matemática Financeira, abordados no Novo Ensino Médio; conhecer os 3MP como proposta didática baseada nas ideias pedagógicas de Paulo Freire; analisar sequências didáticas a partir dos 3MP e discutir sobre as mudanças estruturais e curriculares que houve a partir do Novo Ensino Médio, provocando os/as participantes a fazerem uma avaliação destas mudanças a partir do processo vivenciado por eles/as e da implementação em curso, indo para além daquelas feitas pelos/as proponentes da proposta.

O curso foi estruturado em 30 horas, assim distribuídas: três encontros remotos síncronos com 3 horas cada (das 8h às 11h); 12 horas de estudos on-line (assíncrono); e, 9 horas indiretas dedicadas a realização de atividades e do trabalho de conclusão do curso. Para além destas horas, que foram certificadas pela EAPE, fizemos um encontro presencial extra com mais 2h de duração.

O curso foi organizado conforme consta no quadro abaixo.

<b>Organização do curso “Matemática Financeira no contexto do Novo Ensino Médio”</b>
<b>Semana 01 – 04/10: Chegada e questões introdutórias</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Encontro síncrono: Apresentação e Matemática Financeira no Novo Ensino Médio</li><li>• Atividades assíncronas: Ambientação na plataforma, avaliação diagnóstica dos/as participantes, relato de experiências êxitos e preocupações iniciais.</li></ul>
<b>Semana 02 – 11/10: Aprofundamento Teórico</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Encontro síncrono: Paulo Freire e os 3MP</li><li>• Atividades assíncronas: Leitura de textos de aprofundamentos, atividade</li><li>• exploratória entre pares na escola.</li></ul>
<b>Semana 03 – 25/10: Avaliação de sequências didáticas</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Encontro síncrono: Apresentação das 04 sequências didáticas elaboradas a partir dos 3MP.</li><li>• Atividades assíncronas: Preparação e postagem de uma sequência didática sobre</li><li>• Matemática Financeira utilizando os 3 MP, respostas à formulários avaliativos seja da sequência didática apresentada, seja do curso como todo.</li></ul>

### **07/11: Roda de conversa avaliativa**

- Encontro presencial: avaliação do curso e agradecimentos.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Motivado por uma metodologia problematizadora e dialógica, na qual não se traz respostas, mas sim, dialoga-se com a realidade, o curso se revelou um espaço de troca de experiências e aprendizados, no qual os/as participantes puderam vivenciar uma proposta educativa baseada nos princípios freirianos. Os/As próprios/as professores/as destacaram no decorrer do curso: as mudanças de percepções a cerca da BNCC e do NEM, a partir da visão de mundo de Paulo Freire; o uso de elementos lúdico/criativos dentro de uma proposta de valorização cultural; a condução afetiva e a aprendizagem sobre a pessoa; e a proposta de Paulo Freire e dos 3MP.

Vale ressaltar que o curso gerou movimentos interessantes dos professores/as reavaliando suas práticas, oportunizando desfazer mitos e entendimentos equivocados sobre Paulo Freire, alterando sua relação com os/as estudantes e tomando conhecimento sobre levar para a sala de aula a abordagem didático-metodológica dos 3MP.

Foi um curso de curta duração, porém cheio de significados. Seguindo este 'grande sertão: veredas' nos dispusemos junto com nossos pares a pensar as políticas educacionais, a fazer formação permanente e a partilhar nossas práticas e experiências. Afinal, "o que ela [a vida] quer da gente é coragem".

Se você leitor/a, quiser ter acesso ao material do curso e/ou conversar sobre a proposta, fique à vontade! Entre em contato conosco nos e-mails disponibilizados na contracapa. Será um prazer prostrar.

## PARA SERMOS MAIS

Paulo Freire nos provoca a assumirmos nossa existência criando um mundo menos autoritário, discriminatório e desigual. Na boniteza da vida, ele nos convida a buscarmos pela educação meios para libertação das pessoas, ele regata a nossa vocação ontológica de sermos mais!

É por isso que nos dispusemos a fazer esta pesquisa de mestrado, assumindo, como Freire, um olhar a partir dos/as excluídos/as do sistema societário vigente. Queríamos fazer uma análise na perspectiva popular do processo que estamos vivendo na Educação e mais especificamente no Ensino Médio, assim como colaborar para uma prática pedagógica que também pautasse uma pedagogia libertadora, seja na abordagem dos conteúdos seja na condução metodológica em sala de aula. Esses eram horizontes que esperamos termos alcançado.

Este produto educacional é a síntese deste esforço. O fizemos com o intuito de manter viva a vida e obra de Freire na educação brasileira, especialmente entre nós, professores/as de Matemática da educação formal. Foi pensando em você, caro/a colega, que escrevemos este material, que fizemos um primeiro curso de formação de professores/as, que disponibilizamos o fruto de nosso trabalho para consulta pública. Que este movimento todo sirva para que mais gente entre nas rodas da educação popular, que se motive a fazer uma prática pedagógica mais libertadora, que assuma uma atuação crítica na educação e também que produza e que partilhe seus conhecimentos!

Agradecemos a cada um/a que colaborou com a pesquisa e também a você caro/a leitor/a. Que continuemos a dialogar sobre a educação e nossas práticas! E se caso você quiser manter contato conosco, estamos à disposição. Como canta Gonzaguinha: vamos lá fazer o que será!

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANGOTTI, José André Perez; DELIZOICOV, Demétrio. **Nota de falecimento - Profa. Marta Maria Castanho Almeida Pernambuco**. 2018. Disponível em: <http://www.sbfisica.org.br/v1/home/index.php/pt/acontece/702-nota-de-falecimento-profa-marta-maria-castanho-almeida-pernambuco>. Acesso em: 27 jan. 2022.

BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma matemática: sistemas, matemática financeira e grandezas**. São Paulo: Editora FTD, 2020.

BRASIL. Banco Central do Brasil. **Empréstimos e financiamentos**. 2022. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/cidadaniafinanceira/tiposemprestimo>. Acesso em: 30 abr. 2022.

COSTA, Alessandra Quadros da; PASSOS, Camila Greff. **O projeto de formação de professores de ciências naturais em Guiné-Bissau**. In: SALÃO DE ENSINO, 10., 2014, Porto Alegre, RS. Repositório Digital. Porto Alegre, RS: UFRGS, 2014. p. 01-02. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/110425>. Acesso em: 27 jan. 2022.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Memória de minhas relações com Paulo Freire. **Bolema**, Rio Claro/SP, v. 35, n. 69, p. 5-19, abr. 2021. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/gsy5xZDHXbhbnVw8FGBykCp/?lang=es>. Acesso em: 3 dez. 2021.

DELIZOICOV, Demétrio; ANGOTTI, José André. **Metodologia do ensino de ciências**. São Paulo: Cortez, 1990. (Formação do professor. Coleção Magistério 2º grau).

FREIRE, Paulo. **Educação como prática da liberdade**. Rio de Janeiro/RJ: Paz e Terra, 1967.

HAZZAN, Samuel; POMPEO, José Nicolau. **Matemática financeira**. 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2015. 360 p.

HOT MONEY: O QUE É E QUANDO CONTRATAR? **Capital Research**. 2019. Disponível em: <https://capitalresearch.com.br/blog/hot-money/>. Acessado em: 23 abr. 2022.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Inflação**. 2022. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/explica/inflacao.php#:~:text=Infla%C3%A7%C3%A3o%20%C3%A9%20o%20nome%20dado,governo%20federal%2C%20e%20o%20INPC>. Acesso em: 15 mar. 2022.

ORTIZ, Elaine. **Amortização de financiamentos: tudo o que você precisa saber**. 2022. Disponível em: <https://www.serasa.com.br/score/blog/amortizacao-de-financiamentos-tudo-o-que-voce-precisa-saber/>. Acesso em: 2 maio 2022.

QUE (O) QUE É HOT MONEY. **Dicionário financeiro**. 2022. Adaptado de: <https://www.dicionariofinanceiro.com/o-que-e-hot-money/>. Acessado em: 23 abr. 2022.

REIS, Tiago. **Hot money**: o empréstimo de curtíssimo prazo para empresas. 2020. Disponível em: <https://www.sunoo.com.br/artigos/hot-money/>. Acesso em: 23 abr. 2022.

DISTRITO FEDERAL. Secretaria de Estado de Educação. **Currículo em movimento da educação básica**: ensino médio. Brasília: 2014.

DISTRITO FEDERAL. Secretaria de Estado de Educação. **Currículo em movimento do Novo Ensino Médio**. Brasília: 2021. Disponível em: <https://www.educacao.df.gov.br/wp-conteudo/uploads/2019/08/Curriculo-em-Movimento-do-Novo-Ensino-Medio-V4.pdf>. Acesso em: 23 maio 2022.

DISTRITO FEDERAL. Secretaria de Estado de Educação. **Catálogo de eletivas novo ensino médio**. Brasília: 2022. Disponível em: <https://sites.google.com/edu.se.df.gov.br/eletivas2022/Eletivas/matem%C3%A1tica-e-suas-tecnologias?authuser=0>. Acesso em: 15 maio 2022.

MOYA, Isabela. **Paulo Freire**: o que diz a filosofia do educador brasileiro? 2021. Disponível em: <https://www.politize.com.br/paulo-freire/>. Acesso em: 15 maio 2022.

MUENCHEN, Cristiane; DELIZOICOV, Demétrio. Os três momentos pedagógicos e o contexto de produção do livro “Física”. **Ciência & Educação**, v. 20, n. 3, p. 617-638, jul-set, 2014.

SOFFNER, Renato. Tecnologia e educação: um diálogo Freire - Papert. **Tópicos Educacionais - UFPE**, Recife, v. 19, n. 1, p. 147-162, jun. 2013.

Disponível em:

<https://periodicos.ufpe.br/revistas/topicoseducacionais/article/viewFile/22353/18549>. Acesso em: 13 maio 2022.

## SOBRE O/A AUTOR/A

### PEDRO CAIXETA CABRAL

[pedro.caixeta.pj@gmail.com](mailto:pedro.caixeta.pj@gmail.com)

Graduado em Matemática-L pela Universidade Estadual de Goiás e em Pedagogia pela Fortium, especialista em Juventude no mundo contemporâneo pela FAJE e em gestão e orientação escolar pela União Educacional de Brasília, mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo. Integrante do Grupo de Pesquisa em Educação Científica e Tecnológica – GruPECT. Professor efetivo da Secretaria de Educação do Distrito Federal, tendo assumido funções de professor, coordenador pedagógico e de vice-diretor, é atualmente professor regente em uma escola de Ensino Médio. Militante, assessora grupos na perspectiva da Educação Popular, Espiritualidade Libertadora e Juventudes.

### CLECI TERESINHA WERNER DA ROSA

[cwerner@upf.br](mailto:cwerner@upf.br)

Graduada em Matemática-L com habilitação em Física, especialista em Ensino de Física e em Educação Matemática, mestre em Educação, ambos pela Universidade de Passo Fundo, e Doutora em Educação Científica e Tecnológica pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) e pós-doutora pela Universidad de Burgos, Espanha. É professora titular do curso de Física e docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação, ambos na Universidade de Passo Fundo (UPF). Líder do Grupo de Pesquisa em Educação Científica e Tecnológica – GruPECT.



**UPF**

UNIVERSIDADE  
DE PASSO FUNDO