UPF UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO

PPGECM
Prorama de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Instituto de Humanidades, Ciências, Educação e Criatividade -IHCEC

UEPS
PARA O ENSINO DE
EQUAÇÃO DO 1º GRAU

Taís Montelli dos Santos
Luiz Marcelo Darroz

2023

CIP – Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

S237u Santos, Taís Montelli dos
UEPS para o ensino de equação do 1º grau [recurso eletrônico] / Taís Montelli dos Santos, Luiz Marcelo Darroz. – Passo Fundo: EDIUPF, 2023.
2.3 MB ; PDF. – (Produtos Educacionais do PPGECM).

Inclui bibliografia.
ISSN 2595-3672

Modo de acesso gratuito: http://www.upf.br/ppgecm
Este material integra os estudos desenvolvidos junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM), na Universidade de Passo Fundo (UPF), sob orientação do Prof. Dr. Luiz Marcelo Darroz.

1. Matemática (Ensino fundamental) - Estudo e ensino. 2. Prática de ensino. 3. Didática. 4. Aprendizagem centrada ao aluno. I. Darroz, Luiz Marcelo. II. Título. III. Série.

CDU: 372.851

Bibliotecária responsável Juliana Langaro Silveira – CRB 10/2427

LISTA DE QUADROS E FIGURAS

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Diante do contexto atual, em que o ensino muitas vezes, direciona e prioriza uma aprendizagem mecânica (Moreira, 2011) e descolada da realidade do aluno, é necessário elaborar propostas que possibilitem aos alunos explorar e tirar suas próprias conclusões sobre o objeto de estudo.

Nesse sentido, este trabalho, desenvolvido na linha de Práticas Educativas em Ciências e Matemática do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM) da Universidade de Passo Fundo (UPF), tem por objetivo apresentar uma sequência didática para o ensino de Equação do 1º grau com uma incógnita, destinada aos professores de Matemática da Educação Básica.

O material didático foi implementado em condições reais de ensino em uma turma de 7º ano, da rede pública do município de Passo Fundo e refere-se a uma UEPS para o ensino de equação do 1º grau com uma incógnita. Ele acompanha a dissertação de mestrado intitulada "Unidade de Ensino Potencialmente Significativa para o ensino de equação do primeiro grau", da autora Taís Montelli dos Santos, sob orientação do professor Dr. Luiz Marcelo Darroz.

Na busca por subsidiar as práticas pedagógicas dos professores de Matemática do Ensino Fundamental, a UEPS está organizada na forma de "passos", seguindo o mencionado por Moreira (2011), nos quais é possível encontrar o tema abordado, a duração e o número de encontros, os objetivos e as atividades desenvolvidas. O relato da aplicação dessa sequência didática foi objeto de apresentação e avaliação do estudo realizado no mestrado e integra o texto da dissertação.

O material está disponível e pode ser utilizado de forma livre por todos aqueles que estiverem interessados, desde que com a devida citação da fonte. Outrossim, destaca-se que o material será disponibilizado às redes de ensino e terá divulgação em cursos de formação continuada com professores da região de abrangência da Universidade de Passo Fundo.

Os próximos capítulos trazem de forma resumida a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS). No capítulo seguinte, é apresentada a Unidade de Ensino Potencialmente Significativa. No outro capítulo, serão descritos os encontros e materiais utilizados e as sugestões de atividades. Por fim, no último capítulo, apresentam-se os autores do estudo.

TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA - TAS

David Ausubel (1968-2008) médico psiquiatra de formação, dedicou-se à psicologia educacional, pois questionava a forma como os professores conduziam o processo de ensino na busca do desenvolvimento da aprendizagem. Dessa forma, apresenta uma teoria cognitivista que muda a perspectiva da maneira como o ensino era visto. Joseph Novak (1981) deu continuidade aos estudos de David Ausubel e foi considerado seu grande interlocutor, aprimorando a teoria para o que conhecemos hoje.

Outros autores, como Moreira (1995), também se dedicaram a essa teoria. Para esse autor, a aprendizagem divide-se de forma geral em três: cognitiva (organização de informações na mente do indivíduo), afetiva (são sinais internos, ligados às emoções) e psicomotora (respostas musculares, através de treinos e prática).

A teoria de Ausubel foca na aprendizagem cognitiva, embora acredite que a experiência na aprendizagem afetiva seja relevante também. Assim, para o autor, a aprendizagem ocorre quando a nova informação se ancora em conceitos ou proposições relevantes, preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz, definindo esse processo como conceito subsunçor (AUSUBEL, 1968). Desse modo, a aprendizagem é um conjunto organizado de informações e integração dessas ideias na estrutura cognitiva, em que os conteúdos específicos ficam em uma área particular.

Nessa direção, Ausubel (1968) considera que se deve levar em consideração o que o aluno já sabe. Sobre isso, Moreira afirma que para o estudioso, o fator isolado que influencia a aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe; descubra isso e ensine de acordo (2011).

As novas ideias, informações e conceitos relevantes podem ser aprendidos e retidos, à medida que existam conceitos relevantes, incluídos na estrutura cognitiva, que estejam organizados de forma clara e disponível. Esses funcionam como ancoragem às novas ideias e conceitos; neste momento, as informações interagem na estrutura cognitiva, podendo modificar ou aprimorar conceitos assim que as novas informações são adquiridas pelo indivíduo. Ocorre um processo de interação, em que os conceitos relevantes incluídos interagem como o novo material, funcionando como ponto de ancoragem, ou seja, ampliando o conceito já aprendido, integrando-o, modificando-o.

Ausubel também define a aprendizagem mecânica (ou automática) como sendo a aprendizagem de novas informações com pouca ou nenhuma interação com os conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva (MOREIRA, 2011). Segundo ele, essas informações seriam assimiladas de maneira arbitrária, não havendo relação com as informações já armazenadas pelo aprendiz. Assim, o conceito fica arbitrariamente distribuído na estrutura cognitiva, sem se ligar a conceitos subsunçores relevantes, sendo um exemplo a memorização de fórmulas. Para o autor, a aprendizagem por descoberta e por recepção são um contínuo, sendo que depois de o conceito ser assimilado pelo indivíduo, a aprendizagem por recepção pode ser usada para a fixação desse conceito, enquanto que na aprendizagem por descoberta, o conteúdo aprendido deve ser descoberto pelo aprendiz. Esse conteúdo se liga a outros relevantes, já existentes na estrutura cognitiva, ou seja, nova informação é incorporada de forma não-arbitrária.

Mas de onde vêm os conceitos subsunçores tão necessários para o desenvolvimento da aprendizagem significativa? De acordo com Ausubel (1968), existem duas possibilidades. Uma é por meio da aprendizagem mecânica, quando o indivíduo está estudando algo completamente novo – à medida que surgem mais elementos relacionados a esse conhecimento na estrutura cognitiva –, temos então subsunçores, ainda que pouco elaborados; conforme vai recebendo mais informações, fica mais elaborado, e é capaz de ancorar mais ideias. Outra possibilidade é que as crianças adquirem os conceitos por meio da formação de conceitos, o qual envolve abstração e generalização de instâncias específicas. No entanto, ao atingir a idade escolar, elas já possuem subsunçores bem definidos, os conceitos são aprendidos por meio da assimilação, diferenciação progressiva e reconciliação integradora.

Ausubel recomenda organizadores prévios. Esses são materiais introdutórios que devem apresentados antes mesmo do conteúdo em si e que sirvam como pontes cognitivas, que levem ao desenvolvimento de novos conceitos subsunçores, para facilitar a aprendizagem seguinte, a ideia é manipular deliberadamente a estrutura cognitiva, para facilitar a aprendizagem. Para Moreira (2011), Ausubel considera que

> a função dos organizadores prévios é a de servir de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que ele deve saber, a fim de o material possa ser aprendido de forma significativa, ou seja, organizadores prévios são úteis para facilitar a aprendizagem na medida em que funcionam como “pontes cognitivas” (MOREIRA, 2011).

A TAS indica que para uma aprendizagem significativa duas condições devem ser efetivadas. A primeira salienta que as ideias simbolicamente expressas devem ser relacionadas de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária ao que o aprendiz já sabe. Um material com essa característica é considerado potencialmente significativo. Outra condição é que o aprendiz manifeste interesse pela aprendizagem, assim a construção do conhecimento vai ao encontro de seu interesse. Do contrário, não é possível mensurar se houve aprendizagem significativa; do mesmo modo, se o aluno demonstrar interesse, e o material não for potencialmente significativo.

Ausubel diferencia, no decorrer da TAS, três tipos de aprendizagem significativa: representacional (envolve a atribuição de significados a determinados símbolos), conceitos (são a representação de símbolos mais particulares, mas são genéricos e categóricos), proposicional (aprender o significado das ideias expressas verbalmente, por meio de conceitos sob forma de uma proposição). Cada aprendizagem significativa complementa a seguinte, pois sem a ideia de símbolo não é possível fazer generalizações, bem como expressar esse conceito.

Para que fique mais claro para o aprendiz, é preciso organizar as ideias e aprendizagens na estrutura cognitiva do indivíduo. Dessa forma, Ausubel propõe a "teoria da assimilação", que pode ser representada de maneira esquemática conforme Quadro 1:

Quadro 1 - Teoria da assimilação de Ausubel.

Nova informação, potencialmente significativa	Relacionada a, e assimilada por conceito subsunçor existente na estrutura cognitiva	Produto interacional (subsunçor modificado)
A	A	A' a''

Fonte: Elaborado pela autora (com base em MOREIRA, 1995, p. 166).

Nessa, a nova informação potencialmente significativa, ou novo conhecimento se relaciona com os conceitos subsunçores presentes na estrutura cognitiva, transformando essa nova informação, ou seja, ressignificando-a, modificando-a e tornando-a mais significativa, e fazendo desse conceito mais amplo e com novas aplicações ainda mais complexas tanto na resolução de problemas de problemas de sala, quanto no seu cotidiano. Para Ausubel,

> a assimilação é o processo que ocorre quando uma ideia, conceito ou proposição a, potencialmente significativo, é assimilado sob uma ideia, conceito ou proposição, um subsunçor, A, já estabelecido na estrutura cognitiva, como um exemplo, extensão, elaboração ou qualificação do mesmo. Portanto, o verdadeiro produto do processo interacional que caracteriza a aprendizagem significativa não é apenas o novo significado de a', mas inclui também a modificação da idéia-âncora, sendo, consequentemente, o significado composto de A'a' (MOREIRA, 1995, p. 166).

A assimilação ou ancoragem pode ter um efeito facilitador na retenção, o que pode levar um tempo variável para cada indivíduo.

Outro tipo de assimilação é a obliteradora, em que os conceitos são relacionados aos subsunçores existentes até que não faça mais sentido essa interação e então inicie o processo de dissociabilidade nula, ou seja, o esquecimento, que faz parte para que outros conceitos sejam incorporados à mente. Dessa forma, se aprendizagem é significativa, o indivíduo pode esquecer aquilo que considera irrelevante.

O processo pelo qual uma nova informação adquire significado – quando interage com subsunçores – é considerada uma relação subordinada com o material preexistente à estrutura cognitiva.

Quando uma ideia mais geral é relacionada a conceitos mais específicos na estrutura cognitiva, criando assim novos atributos para a aprendizagem subordinada, temos a aprendizagem superordenada.

A aprendizagem combinatória, por sua vez, é uma aprendizagem de proposições em menor escala, conceitos que não guardam relação subordinada, nem superordenada, ou seja, conceitos específicos, conteúdos mais amplos relevantes de uma maneira geral.

Portanto, quando um conceito é aprendido de forma subordinada, ou seja, num processo de interação e ancoragem com os conceitos subsunçores, ele se modifica, o que leva à ocorrência de uma diferenciação progressiva.

Por outro lado, se a aprendizagem se dá de forma superordenada ou combinatória, em que os conceitos podem ser modificados, reorganizados e ressignificados, Ausubel a chama na estrutura cognitiva como reconciliação integradora. Esses processos se relacionam na aprendizagem significativa; esses dois princípios programáticos podem ser na prática organizadores prévios adequados. Existe também a possibilidade de promover a diferenciação progressiva e reconciliação integradora através de “mapas conceituais”.

Esses dois processos, que ocorrem na aprendizagem significativa, estão relacionados entre si, já que toda aprendizagem que derivar em reconciliação integradora, ou seja, que recombinar elementos previamente existentes na estrutura cognitiva, também resultará em diferenciação progressiva adicional de conceitos e proposições, ou seja, um novo conceito se relaciona com o conceito já existente e se modifica. Portanto, a reconciliação integradora é também uma forma de diferenciação progressiva.

Sendo assim, é importante que o professor entenda os processos que implicam em aprendizagem significativa. Por exemplo, quando o aluno é capaz de transpor um conceito aprendido significativamente em sala de aula para diferentes contextos, ou então, quando ele consegue traduzir o que aprendeu com suas próprias palavras, é possível identificar indícios de aprendizagem significativa. Assim, a estrutura cognitiva pode ser influenciada de duas maneiras: substantivamente, quando os conceitos dos organizadores prévios e o conteúdo a ser trabalhado estão bem definidos; e de também de forma programática, em que a partir dos organizadores prévios são elaboradas as sequências das aulas.

A Teoria da Aprendizagem Significativa, em sala de aula, leva em consideração os conhecimentos prévios do aluno, o que é fundamental para o ensino e aprendizagem.

Para continuidade da proposta, após a descrição da teoria a ser utilizada, buscou-se uma sequência que pudesse contribuir para a investigação, de modo que permeie toda a discussão do conteúdo escolhido, a definição foi pela Unidade Potencialmente Significativa (UEPS). A seguir, será relatada a forma como essa sequência didática é estruturada.

UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA - UEPS

Fundamentado na Teoria Aprendizagem Significativa, Moreira (2011) propõe que o ensino seja estruturado em situações de ensino que tenham como premissas de que não há ensino sem aprendizagem e que o ensino é o meio e a aprendizagem é o fim. Assim, apresenta as Unidades de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) como “sequências de ensino fundamentadas teoricamente, voltadas para a aprendizagem significativa, não mecânica, que podem estimular a pesquisa aplicada em ensino, aquela voltada à sala de aula” (MOREIRA, 2011, p. 43, traduzida).

Nas UEPS, de acordo com o almejado por Ausubel (1968), Moreira (2011) indica o estudo de um novo conhecimento a partir do que o estudante já sabe, ou conceitos âncora. Assim, o estudante pode interagir com o conhecimento, pesquisar mais sobre ele, e pode tirar suas próprias conclusões. Nelas o estudante pode demonstrar sua aprendizagem de diferentes maneiras: declarativa – no qual o conhecimento pode ser verbalizado, declarado de alguma maneira – refere-se ao conhecimento sobre objetos e eventos; ou procedimental, é aquele que consiste de habilidades cognitivas envolvidas no saber fazer algo, é conhecimento sobre executar ações.

Para isso, o conhecimento prévio é considerado o elemento mais importante e com maior influência na aprendizagem significativa. Para Ausubel (1968) é ele que possibilita a relação entre o que o estudante já sabe e o que irá aprender. Ainda, a UEPS é descrita e elaborada, levando em consideração a diferenciação progressiva, a reconciliação integradora e a consolidação. Assim, a UEPS é estruturada desde a escolha do conteúdo até a avaliação seguindo os seguintes passos:

1. Definir o tópico específico a ser abordado.
2. Criar/propor situações que levem o aluno a externalizar seu conhecimento prévio.
3. Propor situações-problema em nível bem introdutório, levando em conta o conhecimento prévio do aluno, que preparem o terreno para a introdução do conhecimento que se pretende ensinar.
4. Apresentar o conhecimento a ser ensinado/aprendido, começando com aspectos mais gerais, mas logo exemplificando, abordando aspectos específicos, propor atividades em grupo.
5. Retomar os aspectos mais gerais, estruturantes, em nova apresentação, porém em nível mais alto de complexidade em relação a primeira apresentação, propor uma atividade colaborativa.
6. Concluindo a unidade, retomando as características mais relevantes do conteúdo em questão, porém de uma perspectiva integradora, ou seja, deve-se explorar as relações entre as ideias, conceitos, proposições e apontar similaridades e diferenças importantes, então propor novas situações-

problema devem ser propostas, em níveis mais elevados discutindo-as em grupo de forma colaborativa.

7. A avaliação da aprendizagem através da UEPS deve ser feita ao longo de sua implementação, registrando tudo, além disso uma avaliação somativa individual, deverá ser avaliada em pé de igualdade, tanto na avaliação formativa, o que foi desenvolvido ao longo da sequência, observando o progresso do estudante, como a avaliação somativa, que tem como objetivo avaliar certos aspectos da aprendizagem, como um exame final da unidade.
8. Avaliação da UEPS, somente será exitosa se a avaliação do desempenho dos alunos fornecer evidências de aprendizagem significativa, visto que o domínio de um campo conceitual é progressivo (Adaptações da autora, de MOREIRA, 2011).

Para a construção da sequência, os aspectos transversais são fundamentais para o bom êxito na aplicação da UEPS. Dessa forma, deve-se

- em todos os passos, os materiais e as estratégias de ensino devem ser diversificados, o questionamento deve ser privilegiado em relação às respostas prontas e o diálogo e a crítica devem ser estimulados;
- como tarefa de aprendizagem, em atividades desenvolvidas ao longo da UEPS, pode-se pedir aos alunos que proponham, eles mesmos, situações-problema relativas ao tópico em questão;
- embora a UEPS deva privilegiar as atividades colaborativas, a mesma pode também prever momentos de atividades individuais (MOREIRA, 2011).

A partir dessas concepções, para a construção da UEPS, Moreira (2011) ainda salienta que

- o conhecimento prévio é a variável que mais influencia a aprendizagem significativa (AUSUBEL);
- pensamentos, sentimentos e ações estão integrados no ser que aprende; essa integração é positiva, construtiva, quando a aprendizagem é significativa (NOVAK);
- é o aluno quem decide se quer aprender significativamente determinado conhecimento (AUSUBEL; GOWIN);
- organizadores prévios mostram a relacionabilidade entre novos conhecimentos e conhecimentos prévios;
- são as situações-problema que dão sentido a novos conhecimentos (VERGNAUD); elas devem ser criadas para despertar a intencionalidade do aluno para a aprendizagem significativa;
- situações-problema podem funcionar como organizadores prévios;
- as situações-problema devem ser propostas em níveis crescentes de complexidade (VERGNAUD);
- frente a uma nova situação, o primeiro passo para resolvê-la é construir, na memória de trabalho, um modelo mental funcional, que é um análogo estrutural dessa situação (JOHNSON-LAIRD);
- a diferenciação progressiva, a reconciliação integradora e a consolidação devem ser levadas em conta na organização do ensino (AUSUBEL);
- a avaliação da aprendizagem significativa deve ser feita em termos de buscas de evidências; a aprendizagem significativa é progressiva;

- o papel do professor é o de provedor de situações-problema, cuidadosamente selecionadas, de organizador do ensino e mediador da captação de significados de parte do aluno (VERGNAUD; GOWIN);
- a interação social e a linguagem são fundamentais para a captação de significados (VYGOTSKY; GOWIN);
- um episódio de ensino envolve uma relação triádica entre aluno, docente e materiais educativos, cujo objetivo é levar o aluno a captar e compartilhar significados que são aceitos no contexto da matéria de ensino (GOWIN);
- essa relação poderá ser quadrática na medida em que o computador não for usado apenas como material educativo;
- a aprendizagem deve ser significativa e crítica, não mecânica (MOREIRA, 2011);
- a aprendizagem significativa crítica é estimulada pela busca de respostas (questionamento) ao invés da memorização de respostas conhecidas, pelo uso da diversidade de materiais e estratégias instrucionais, pelo abandono da narrativa em favor de um ensino centrado no aluno (MOREIRA, 2011).

Em suma, a UEPS é uma proposta de sequência didática que busca facilitar a aprendizagem significativa de tópicos específicos (conteúdos), buscando resgatar conhecimentos prévios dos alunos (que tenham vínculo ou não ao conteúdo de ensino). O uso de materiais que sejam potencialmente significativos para eles e em uma abordagem que parta de conceitos mais gerais, caminhando em direção aos específicos.

A UEPS PARA O ENSINO DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA

4.1 PASSO 1 - Ponto de partida

Segundo Moreira (2011) o primeiro passo é definir o tópico específico a ser abordado, dentro da disciplina em que a UEPS será aplicada, identificando seus aspectos declarativos e procedimentais.

- **Conhecimento declarativo**: é o conhecimento que pode ser verbalizado, declarado de alguma maneira, refere-se ao conhecimento sobre objetos e eventos;
- **Conhecimento procedimental**: é aquele que consiste de habilidades cognitivas envolvidas no saber fazer algo; é o conhecimento sobre como executar ações;

Tema: Apresentação da proposta aos alunos e avaliação diagnóstica.

Objetivos: Apresentar a proposta de trabalho aos alunos e identificar os conhecimentos prévios dos alunos em relação aos conceitos básicos de álgebra.

Recursos: Avaliação diagnóstica impressa.

Tempo estimado para a aula: 2 períodos de 45 min cada.

Nota ao (à) professor (a):

É importante que os alunos tenham conhecimento de como as atividades irão ocorrer durante as aulas, bem como a metodologia e recursos que serão utilizados. A participação dos alunos em todo o processo torna-se essencial.

Neste passo da UEPS, a avaliação diagnóstica tem o objetivo de verificar os conhecimentos algébricos preexistentes na estrutura cognitiva dos alunos. Sendo assim, a avaliação contém situações-problema envolvendo conhecimentos de álgebra considerados condizentes com o ano que os alunos frequentam.

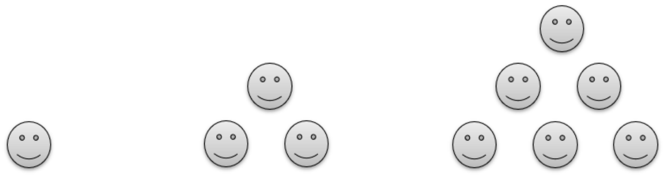
No momento da aplicação dessa atividade, mencione aos alunos que eles devem respondê-la. Pode pedir que registrem por escrito o que acham que seria a resolução. Ao final, recolha a avaliação por escrito, posteriormente faça a leitura oral para os alunos de cada questão, abrindo a possibilidade de a turma debater suas respostas das questões. Assim, os alunos podem ir se apropriando das ideias e verificando suas respostas.

A avaliação diagnóstica utilizada nessa investigação, está na sequência do texto, você precisará de dois períodos de 45 min cada.

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Questão 1.

a) Observe a sequência abaixo para responder



Essa sequência tem um padrão. Então, faça um desenho que represente as duas próximas imagens.

b) A sequência a seguir apresenta os oito primeiros números:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17,19 …

Descubra o padrão e escreva os três próximos números desta sequência.

Questão 2. Em um auditório de uma escola, as cadeiras estão organizadas de forma triangular. A primeira fileira acomoda 2 alunos, a segunda 4, a terceira 8, e a quarta 16. Sabendo que há mais duas fileiras nesse auditório e que o padrão das fileiras é mantido, quantos alunos podem ser acomodados na quinta fileira? E na sexta fileira? Qual seria a sequência formada considerando o número de alunos em cada fileira? Qual padrão você percebeu na formação de fileira após fileira?

1ª fila = 2

2ª fila = 4

3ª fila = 8

4ª fila = 16

5ª fila = ...

6ª fila = …

Questão 3. Para cada situação escreva verdadeiro (V) ou falso (F):

(   ) $3 \cdot 13 = 10 \cdot 3 + 9$

(   ) $5 \cdot 15 = 10 \cdot 1 + 25$

(   ) $4 \cdot 11 = 40 + 1$

(   ) $2 \cdot 11 = 20 + 1$

(   ) $3 \cdot 12 = 10 \cdot 1 + 6$

Questão 4. Resolva as seguintes situações:

a) Um número elevado ao quadrado resulta em 100. Qual é esse número?

b) Um número extraindo a raiz quadrada resulta em 5. Qual é esse número?

c) O produto de um número é 26, um de seus fatores é 2. Qual é o outro fator?

Questão 5. Observe a receita de bolo de milho

Ingredientes

1 lata de milho verde

1 lata de óleo (medida da lata de milho)

1 lata de açúcar (medida da lata de milho)

1 lata de fubá (medida da lata de milho)

4 ovos

2 colheres (sopa) de farinha de trigo

2 colheres (sopa) de coco ralado

1 e 1/2 colher (chá) de fermento em pó

Dona Maria quer fazer o dobro da receita, assim terá que adicionar mais quatro ovos, como ficará o restante da receita?

____

____

____

____

____

____

____.

Questão 6. Na promoção de uma loja de eletrodomésticos, um aparelho de som que custava R$ 400,00 teve um desconto de 25%. Quanto o cliente pagará pelo equipamento?

Questão 7. Em uma escola o número de meninas está na razão 3 para 5 ou $\frac{3}{5}$ com relação ao número de meninos. Se essa escola possui 345 meninos, o número de meninas é:

4.2 PASSO 2 - Organizadores Prévios

No segundo passo, Moreira (2011) determina que é necessário criar/propor situações – discussão, questionário, mapa conceitual, mapa mental, situação-problema etc. – que leve(m) o aluno a externalizar seu conhecimento prévio, aceito ou não-aceito no contexto da matéria de ensino, supostamente relevante para a aprendizagem significativa do tópico (objetivo) em pauta;

Tema: A álgebra presente na II Guerra Mundial.

Objetivo: Identificar, por meio da visualização de um filme, os conhecimentos de álgebra presentes na estrutura cognitiva (conhecimento prévio) dos estudantes.

Recursos: Filme “O jogo da Imitação” (2014) e caderno de aula.

Tempo estimado para a aula: 4 períodos de 45 min cada.

Nota ao (à) professor (a) para o segundo encontro:

O organizador prévio é fundamental, pois ele vai proporcionar aos alunos, estabelecer a relação do que eles já sabem com o que eles devem saber. Para isso, o(a) professor(a) precisa conhecer os interesses da turma, utilizando um tema que instigue os alunos a participar, questionar e expor as suas conclusões. Isso porque um dos pressupostos para que a aprendizagem significativa aconteça é que os alunos tenham interesse e disposição em fazer essas relações.

Para tal, indica-se assistir o filme “O jogo da Imitação” (2014). O filme, em sua trama, mostra em vários momentos a utilização da criptografia, que é a tradução de códigos, ou seja, elementos desconhecidos durante II Guerra Mundial, mostrando o valor utilitário da álgebra. Na sequência descreve-se o filme e apresenta-se a descrição das atividades.

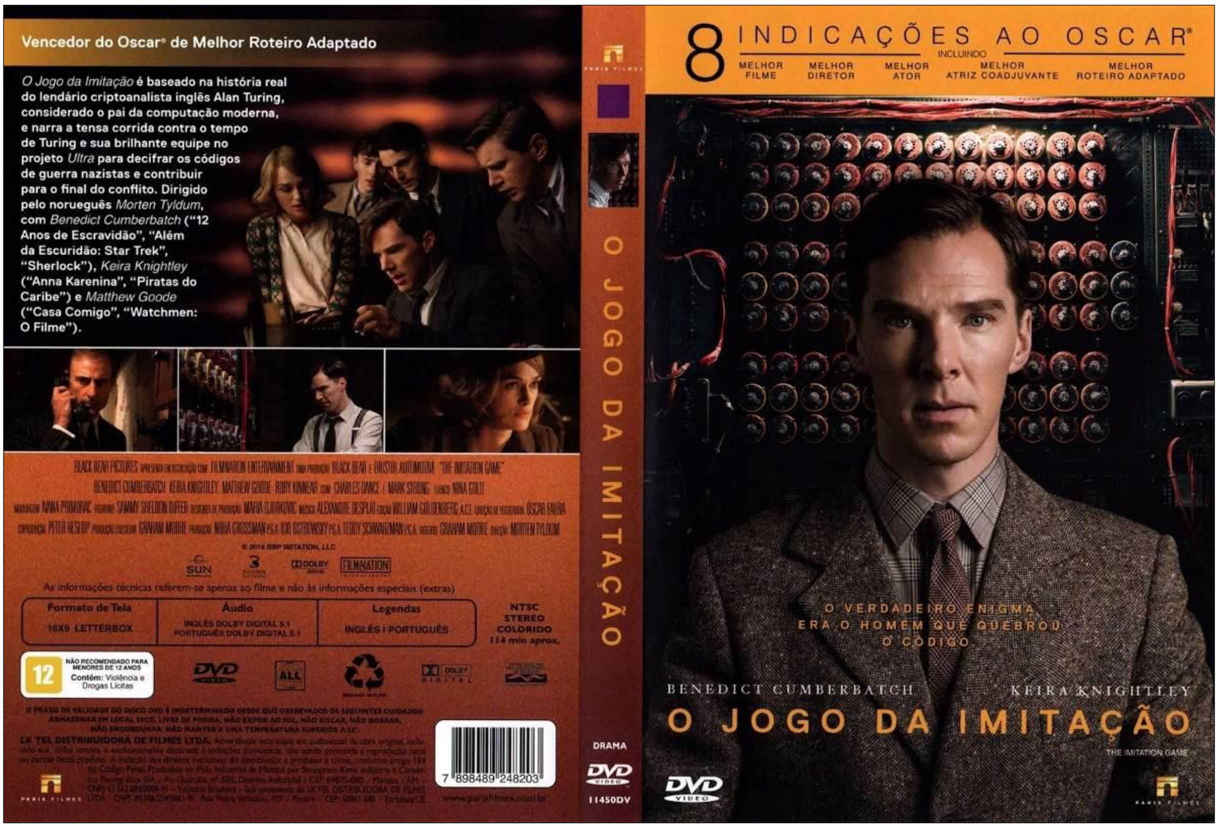
.

4.2.1 ORGANIZADOR PRÉVIO – Filme: O JOGO DA IMITAÇÃO

No filme, que ocorre durante a Segunda Guerra Mundial, o governo britânico monta uma equipe que tem por objetivo quebrar o Enigma, o famoso código que os alemães usam para enviar mensagens aos submarinos. Um de seus integrantes é

Alan Turing (*Benedict Cumberbatch*), um matemático de 27 anos estritamente lógico e focado no trabalho, que tem problemas de relacionamento com praticamente todos a sua volta. Não demora muito para que *Turing*, apesar de sua intransigência, lidere a equipe. Seu grande projeto é construir uma máquina que permita analisar todas as possibilidades de codificação do Enigma em apenas 18 horas, de forma que os ingleses conheçam as ordens enviadas antes que elas sejam executadas. Entretanto, para que o projeto dê certo, Turing terá que aprender a trabalhar em equipe e tem *Joan Clarke* (*Keira Knightley*) como sua grande incentivadora.

Figura 1 - Capa do filme: O jogo da imitação



Fonte: Google imagens. Disponível em: <encurtador.com.br/dSUWY>. Acesso em: 03 julho. 2022.

Após a exibição, solicite aos alunos que falem sobre suas percepções sobre o filme, especialmente em relação à utilização da álgebra, e registrem no caderno, fazendo um resumo sobre o que assistiram. Nesse momento, deixe-os bem à vontade para escrever suas percepções, auxilie caso precisem de informações específicas. Para ajudar no resumo, podem ser anotados no quadro alguns itens, tais como onde acontece, em que ano, qual o contexto do filme, quais os personagens e sua importância na história, qual o tema ou assunto, o que eles constroem e qual a importância disso.

Pergunte se já ouviram falar na utilização da álgebra, especialmente criptografia em outros contextos, solicitando que deem exemplos de situações em que os códigos são utilizados no seu dia a dia. A partir das respostas dos alunos e das discussões que esses questionamentos provocaram, inicie o próximo encontro. Essa atividade tem duração de 4 períodos de 45 minutos cada.

4.3 PASSO 3 - Situação problema 1 – nível introdutório

No terceiro passo, Moreira (2011) indica que é necessário criar/propor situações, discussão, questionário, mapa conceitual, mapa mental, situação-problema, que levem o aluno a externalizar seu conhecimento prévio, aceito ou não-aceito no contexto da matéria de ensino, supostamente relevante para a aprendizagem significativa do tópico (objetivo) em pauta.

Tema: Conceitos básicos de álgebra: atividade envolvendo criptografia envolvendo sequência.

Objetivo: Construir os conceitos iniciais de álgebra.

Recursos: Folhas impressas de Criptografia e códigos para decifrar.

Tempo estimado para a aula: 3 períodos de 45 min cada.

Nota ao (à) professor (a) para o terceiro encontro:

Para essa UEPS, foi selecionada uma atividade de Criptografia, em que os alunos recebiam o código criptografado e a criptografia para decifrá-lo. Os códigos envolvem questões sobre sequências, para introduzir o conteúdo de álgebra. À medida que um era decifrado e respondida a pergunta, outro era entregue.

Assim, na continuidade, com a turma dividida em dois grupos, após o filme, solicite que os estudantes abram uma conversa no WhatsApp e que leiam a mensagem escrita, logo perceberão que a criptografia está presente nas mensagens enviadas entre eles, e que relacionem a álgebra com a codificação explorada na trama. Esse momento é importante no sentido de apresentar uma continuidade da etapa anterior, falando sobre álgebra e seus conceitos, mas sem começar a ensiná-los.

Na página a seguir, estão disponíveis a Criptografia e as questões utilizadas na atividade. Para essas, os alunos levarão 3 períodos de 45 minutos cada, entre traduzir e responder às questões.

CÓDIGOS PARA DECIFRAR

Quadro 2 - Questões entregues aos alunos

2 002106752 2 003155 902 12 42957, 90071452 70 45735270 6120570? rq, rqq, rqqq, rqqqq, …
00315697 7 429527 92 002106752 61205572 2123 7 4573527 612057? -y, -r, r, y, w, …
9292 2 002106752 2 003155 21250 70 45735270 75677 6120570? j, k, rt, rg, tq, …
00315697 7 429527 92 002106752 61205572 2123 7 4573527 612057? l, rt, rl, tt, …
2 002106752 2 003155 902 12 42957, 90071452 70 45735270 6120570? y, g, ç, rt, rw, …
9292 2 002106752 2 003155 21250 70 45735270 75677 6120570? r, w, ç, ry, ...

Fonte: Dados da pesquisa 2022

CRIPTOGRAFIA

Quadro 3 - Criptografia

Alfabeto		**Números**
A - 2	O - 7	1 – r
B - 4	P - 4	2 – t
C - 7	Q - 2	3 - y
D - 9	R - 5	4 - j
E - 0	S - 0	5 - w
F - 1	T - 9	6 - g
G - 3	U- 1	7 – l
H - 4	V - 8	8 – k
I - 5	W - 5	9 – ç
J – 6	X - 3	0 - q
K – 8	Y - 4	
L – 3	Z - 9	
M - 2		
N - 6		

Fonte: Dados da pesquisa 2022

TRADUÇÃO DOS CÓDIGOS

Quadro 4 - Códigos traduzidos para consulta do professor

A sequência a seguir tem um padrão, descubra os próximos números. 10, 100, 1000, 10 000, …
Seguindo o padrão da sequência numérica, qual o próximo número? -3, -1, 1, 3, , …
Dada a sequência a seguir, quais os próximos cinco números? 4, 8, 12, 16, …
Seguindo o padrão da sequência numérica, qual o próximo número? 7, 12, 17, 22, …
A sequência a seguir tem um padrão, descubra os próximos números. 3, 6, 9, 12, 15, …
Dada a sequência a seguir, quais os próximos cinco números? 1, 5, 9, 13, ...

Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

4.4. PASSO 4 - Diferenciação Progressiva

Moreira (2011), no quarto passo, observa que levada em conta a diferenciação progressiva, uma vez trabalhadas as situações iniciais, apresentar o conhecimento a ser ensinado/aprendido deve iniciar neste passo, ainda em aspectos mais gerais, inclusivos. Deve-se dar uma visão inicial do todo, do que é mais importante na unidade de ensino, mas logo exemplificando, abordando aspectos específicos.

Tema: Conceitos básicos de álgebra: expressão algébrica, valor numérico, termo algébrico, coeficiente e parte literal, simplificação de expressões algébricas e redução de termos semelhantes.

Objetivo: Promover a diferenciação progressiva por meio de situações-problema.

Recursos: Quadro branco e caneta.

Tempo estimado para a aula: 12 períodos de 45 min cada.

Nota ao (à) professor (a) para o quarto encontro:

Neste encontro, buscando aprofundar e aumentar o nível de complexidade do conhecimento em questão, serão apresentadas aos alunos situações para que escrevam as expressões algébricas. Para isso, retome a última aula sobre as sequências que foram construídas.

Inicie a aula perguntando a seus alunos sobre as sequências numéricas que solucionaram na aula anterior. A partir disso, você pode questionar: como é possível descobrir o décimo termo da sequência, sem precisar escrever os primeiros nove termos? Como eles já resolveram, escreva no quadro a continuação da sequência, então eles perceberão que a primeira envolve potência de 10, a segunda é o dobro menos 5, e assim por diante. Você pode explicar que na sequência chamamos os números de termos e que isso corresponde ao número que será substituído no lugar do n.

Dessa forma, já é possível escrever as sequências, pois a letra que será usada também representa a posição do termo na sequência, o primeiro termo é 1, o segundo termo é 2, e assim por diante.

Nota ao (à) professor (a) para o quarto encontro:

Na primeira sequência será 10n, na segunda 2n - 5, na terceira 4n, na quarta 5n + 2, na quinta 3n e na sexta 4n -3. Inicie, então, explicando que essa expressão que contém uma letra é chamada de expressão algébrica. Também já é possível explicar o que é valor numérico. Em seguida, dê exercícios para que façam a tradução da linguagem comum para a linguagem simbólica da Matemática. As atividades aplicadas nesse material estão em seguida. Para essa atividade, você precisará de 3 períodos de 45 minutos cada.

Note que nas atividades propostas os alunos podem escolher a letra em algumas questões para expressar a expressão algébrica, portanto, para a correção, peça que leiam suas respostas, e juntos com os outros alunos colegas verifiquem se estava correta.

Atividades sobre expressão algébrica

1) Escolha uma letra para representar um número e traduza para a linguagem simbólica da Matemática cada expressão relativa a esse número.

a) O triplo desse número mais dez.

b) Esse número menos quatro.

c) O quádruplo desse número.

d) A terça parte desse número.

e) Três quartos desse número.

Lembre-se professor(a):

É de suma importância sempre no início da aula retomar os conceitos da aula anterior, solicitando exemplos.

Nota ao (à) professor (a) para o quinto encontro:

Inicie a aula questionando: O que é uma expressão algébrica? O que é valor numérico? Como é chamada a letra na expressão algébrica? Após retomar os conceitos de expressão algébrica, faça o registro no quadro da definição, e os alunos registram no caderno. Após os alunos respondem a algumas questões sobre expressão algébrica, para que possam traduzir uma expressão algébrica da linguagem comum para a linguagem simbólica da Matemática. O tempo para essa atividade será de 2 períodos de 45 minutos cada.

4.4.1 Expressões algébricas

Expressões algébricas

Em algumas situações, você teve a oportunidade de trabalhar com expressões matemáticas. Observe estas expressões, escritas na linguagem comum e na linguagem simbólica da Matemática.

a) Dois vezes cinco $\rightarrow$ $2 \, . \, 5$

b) Três vezes quatro mais um $\rightarrow \frac{3}{4} + 1$

c) O quadrado de dois sétimos somado a dois quintos $\rightarrow$ $\left(\frac{2}{7}\right)^2 + \frac{2}{5}$

Quando falamos de um número racional qualquer, podemos usar uma letra para representá-lo. Veja alguns exemplos.

a) O dobro de um número → $2 . x$

b) O triplo de um número mais quatro → $3 . x + 4$

c) A metade de um número menos um terço → $\frac{x}{2} - \frac{1}{3}$

d) Um número mais seus três quintos → $x + \frac{3}{5} . x$

e) A soma de dois números inteiros consecutivos → $x + (x + 1)$

Note que em todos esses exemplos, a letra *x* pode ser qualquer número racional. Dizemos, então, que *x* é uma **variável**. Conforme o valor assumido por *x*, há um valor para a expressão matemática.

As expressões $2 . x$, $3 . x + 4$, $\frac{x}{2} - \frac{1}{3}$, $x + \frac{3}{5} . x$ e $x + (x + 1)$ são exemplos de **expressões algébricas.**

Em expressões como essa, a variável não precisa ser obrigatoriamente a letra *x*, ela pode ser representada por qualquer outra letra. Observe.

a) O dobro de um número → $2 \cdot y$ ou $2y$ (sem o sinal de multiplicação)

b) O triplo de um número menos dez → $3z - 10$

c) O quadrado da metade de um número menos um terço desse número →

$$\left(\frac{t}{2}\right)^2 + \frac{1}{3}t$$

d) A soma de um número com o dobro de outro número → $a + 2b$

Atividades sobre expressão algébrica

1) Sendo a e b dois números racionais, represente na linguagem simbólica da Matemática:

a) a soma desses números;

b) a diferença entre esses números;

c) o dobro de a menos o triplo de b;

d) o produto desses números.

2) Nas expressões a seguir, a letra x representa um número. Identifique cada expressão escrita na linguagem comum com a expressão algébrica correspondente, escrevendo o número romano e a letra que estão associados a elas.

I. O dobro do quadrado de *x*.	a) $2x - 3$
II. O quadrado do dobro de *x*.	b) x2+32
III. A diferença entre o dobro de *x* e 3.	c) $(2x)^2$
IV. O dobro da diferença entre *x* e 3.	d) $(x + 3)^2$
V. A divisão da soma de *x* com 3 por 2.	e) $2x^2$
VI. A soma dos quadrados dos números *x* e 3.	f) $\frac{x+3}{2}$
VII. O quadrado da soma dos números *x* e 3.	g) $2(x - 3)$

Nota ao (à) professor (a) para o sexto encontro:

Inicie a aula perguntando qual conteúdo estava sendo visto na última aula. Os alunos respondem que era expressão algébrica. Após, de forma expositiva, retome o conceito de valor numérico usando um exemplo que envolva perímetro e área para generalizar e encontrar valor numérico. No decorrer da aula, retome o que é perímetro, dando exemplos, como a de uma tela para cercar um terreno, em seguida peça para que apliquem no problema e explique como seria o perímetro. Aqui já é possível trabalhar o conceito de termos semelhantes para adicionar as letras semelhantes. Na área, faça da mesma forma, explique o que é a área e depois peça que digam como seria no retângulo. Assim, os alunos participam ativamente da aula. Peça que os alunos registrem no caderno as informações, em seguida passe exercícios no quadro sobre valor numérico e após faça a correção. Essa atividade levará aproximadamente 2 períodos de 45 minutos cada.

4.4.2 Valor numérico de uma expressão algébrica

Valor numérico de uma expressão algébrica

Considere o retângulo em que x representa a medida da base e y a medida de altura.

y

x

Lembrando que o perímetro de um polígono é a soma das medidas de seus lados, então o perímetro desse retângulo é dado pela expressão:

$$x + x + y + y = 2 \cdot x + 2 \cdot y = 2x + 2y$$

Dessa maneira, usando a expressão 2x+2y, podemos calcular o perímetro de um retângulo cuja medida da base é 50 cm, e a medida da altura é 20 cm.

Nesse caso, $x = 50$ e $y = 20$

Veja,

$$2x + 2y = 2 \cdot (50) + 2 \cdot (20) = 100 + 40 = 140$$

Logo, o perímetro desse retângulo é 140 cm.

Quando trocamos as letras da expressão por números e efetuamos as operações indicadas, o número obtido é chamado de **valor numérico.**

No exemplo anterior, o número 140 é o valor numérico da expressão $2x + 2y$ para $x = 50$ e $y = 20$.

Considerando agora a região retangular delimitada pelo retângulo acima e lembrando que a área de uma região retangular é o produto das medidas da base e da altura, então sua área é dada pela expressão:

$$x \cdot y \text{ ou } xy$$

Como $x = 50$ e $y = 20$, medidas em centímetro, temos:

$$x \cdot y = 50 \cdot 20 = 1.000$$

A área dessa região retangular e 1.000 cm^2

Agora, veja como calcular o valor numérico da expressão $p^2 + 2pq$ para $p = -2$ e $q = \frac{3}{5}$. Substituindo na expressão a letra p por -2 e a letra q por $\frac{3}{5}$, temos:

$$p^2 + 2pq = (-2)^2 + 2 \,.\, (-2) \,.\, \frac{3}{5} = 4 - \frac{12}{5} = \frac{8}{5}$$

Logo o valor numérico da expressão $p^2 + 2pq$, $p = -2$ e $q = \frac{3}{5}$, é $\frac{8}{5}$.

Atividades sobre valor numérico das expressões algébricas

1) Calcule o valor numérico das expressões.

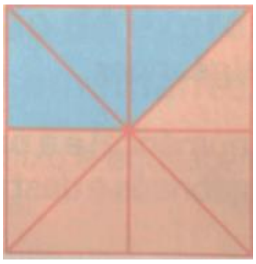
a) $3x + 5$ para $x = -6$

b) $2a + 7b$ para $a = -3$ e $b = \frac{1}{7}$

c) $a^2 + 3a$ para $a = -\frac{1}{2}$

d) $-2ab + b$ para $a = -5$ e $b = 2$

2) Esta região quadrada está dividida em 8 partes iguais. Determine a expressão que representa. Sabendo que o lado do quadrado mede *y*.



a) a área da região quadrada;

b) o perímetro do quadrado que delimita essa região;

c) a área da parte laranja.

- Agora, determine o valor numérico da área da região quadrada para $y = 2$.

3) Uma empresa de confecção assume um custo mensal fixo de R$ 10.000,00 para o pagamento de algumas despesas com funcionários e impostos, além do custo de RS 3,00 para cada camiseta produzida.

O custo mensal para essa empresa pode ser dado pela expressão algébrica

$$C = 10.000 + 3x.$$

em que C é o custo mensal, em real, e x, o número de camisetas produzidas.

a) Determine o custo para a empresa no mês em que eles fabricaram 1.000 camisetas.

b) Se cada camiseta for vendida a RS 20,00, a empresa terá lucro? Em caso afirmativo, de quanto?

4) Em certa cidade o plano de uma linha telefônica, com direito a 100 minutos iniciais, custava RS 40,00. Se o consumidor excedesse esses 100 minutos, ele pagaria RS 1,00 por minuto excedente.

a) Escreva no caderno uma expressão algébrica que represente a situação em que o consumidor excedeu os 100 minutos.

b) Quanto um consumidor pagará se usar 82 minutos em um mês? E se usar 320 minutos?

Nota ao (à) professor (a) para o sétimo encontro:

No sétimo encontro, retome e explique os conceitos iniciais de valor numérico e o conceito de variável. É possível que eles confundam com expressão numérica, por isso esclareça que quando a variável é substituída pelo valor dado na questão, ela se transforma em uma expressão numérica. Retome esse conceito já estudado para resolver a expressão algébrica, assim conseguirão diferenciar expressão numérica de expressão algébrica, visto que a última tem uma letra.

Retome a aula anterior, solicitando que deem exemplos de expressão algébrica e o que é valor numérico. Em seguida, de forma expositiva e dialogada, diferencie termo algébrico, coeficiente e parte literal. A seguir, esclareça o que são termos semelhantes, e os alunos farão as anotações no caderno. Essa atividade levará 3 períodos de 45 minutos cada.

4.4.3 Termos algébricos e termos semelhantes

Termos algébricos

As expressões $20x$, $3y^2$ e $\frac{5}{9}a^2$, são exemplos de **termos algébricos.**

Em um termo algébrico, distinguimos o **coeficiente** (parte numérica) e a **parte literal** (parte com letras). No quadro a seguir, mostramos alguns termos algébricos e destacamos, em cada um, o coeficiente e a parte literal.

Termo algébrico	Coeficiente	Parte literal
5x	5	x
- m	-1	m
$-\frac{3}{4}xy^2$	$-\frac{3}{4}$	xy^2
$-\frac{ax}{6}$	$-\frac{1}{6}$	ax

Termos semelhantes

A medida do segmento da figura 1 é representada por 3x.

O perímetro do pentágono da figura 2 é representado por 5x.

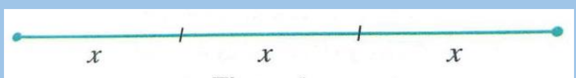


Figura 1

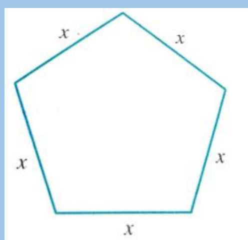


Figura 2

Os termos algébricos 3x e 5x têm a mesma parte literal (x); dizemos, então, que eles são **termos semelhantes.**

Veja outros exemplos.

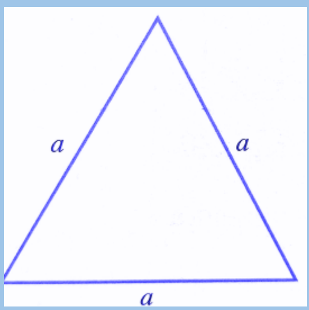
a) -2ax e 8ax são termos semelhantes, porque possuem a mesma parte literal (ax).

b) $5ax^2$ e $2a^2x$ não são termos semelhantes, porque as partes literais são diferentes

($ax^2 \neq a^2x$) , embora as variáveis, a e x, sejam as mesmas.

Simplificação de expressões algébricas e redução de termos semelhantes

O triângulo abaixo é equilátero, isto é, todos os seus lados têm a mesma medida, que indicamos pela letra a.



Então, o perímetro desse triângulo é dado por: $a + a + a$

Como o triângulo é equilátero, podemos calcular seu perímetro obtendo o triplo da medida do lado, ou seja, o perímetro também é dado por: $3a$

Assim, é possível simplificar a expressão $a + a + a$ escrevendo $3a$

Veja outros exemplos.

a) Simplificar a expressão algébrica $2 \cdot (x + 6) + x$.

Para isso, vamos usar a propriedade distributiva da multiplicação:

$$2 \cdot (x + 6) + x = 2 \cdot x + 2 \cdot 6 + x = 2x + 12 + x = 3x + 12$$

b) Simplificar a expressão $\frac{15x+9}{3} + x + 4 = \frac{15x}{3} + \frac{9}{3} + x + 4 = 6x +$

Na prática, para reduzir termos semelhantes a um único termo, adicionamos algebricamente os coeficientes e conservamos a parte literal.

Nota ao (à) professor (a) para o oitavo encontro:

No oitavo encontro, use a diferenciação progressiva e explore os conceitos iniciais para poder aprofundá-los e, consequentemente, elevar o nível de complexidade. Retome os conceitos de expressão algébrica e simplificação de termos. Peça aos alunos que deem exemplos e expliquem como reduziram os termos, ou seja, a variável tem quer ser a mesma. Após, passe no quadro atividades para que os alunos entendam bem esse conceito, tirando as dúvidas de forma individual e, posteriormente, corrija-as no quadro. Essa atividade levará 2 períodos de 45 minutos cada.

Atividade sobre simplificação de expressões algébricas e redução de termos semelhantes

1) Reduza os termos semelhantes e simplifique as expressões algébricas.

a) - 4x + 6y + 10x - 2y - x =

b) x + 7x + 10y - 3x =

c) 2x - 8y - 6y - y - 9x =

d) 4 (x - 1) + 3 (x + 1) =

e) -2 (2x - 4) + 5 (-2x - 10) =

4.5 PASSO 5 - Aprofundamento em nível de complexidade maior

No quinto passo, Moreira (2011), indica que é necessário, em continuidade das aulas, retomar os aspectos mais gerais, estruturantes, aquilo que efetivamente se pretende ensinar, do conteúdo da unidade de ensino, em nova apresentação. Porém, em nível mais alto de complexidade em relação à primeira apresentação; as situações-problema devem ser propostas em níveis crescentes de complexidade; dar novos exemplos, destacar semelhanças e diferenças relativamente às situações e exemplos já trabalhados, ou seja, promover a reconciliação integradora;

Tema: Conceito de sentença matemática e equação usando a balança de dois pratos.
Objetivo: Retomar os conceitos básicos de álgebra, por meio de situações problema de maior complexidade, estimulando o trabalho em grupo e a interações entre os alunos.
Recursos: Cópias impressas sobre sentença matemática e equação usando a balança de dois pratos e material de uso comum em sala de aula.
Tempo estimado para a aula: 14 períodos de 45 min cada.

Nota ao(à) professor (a) para o nono encontro:

Sempre de forma questionadora, pergunte sobre o que é expressão algébrica, solicite que deem exemplos e escreva-os no quadro.

Inicie o conceito de sentença matemática, na sequência do material, siga o que foi utilizado. Tal atividade visa promover situações em que os estudantes consigam diferenciar expressão algébrica de sentença matemática e a relação entre elas, já que toda a expressão algébrica é uma sentença matemática, no entanto a expressão algébrica é uma sentença aberta, pois a letra é chamada de variável, podendo assumir qualquer valor. Já na sentença fechada, o sentido é completo, portanto, tem uma única resposta certa, podendo ser avaliada como verdadeira ou falsa.

4.5.1 Sentenças matemáticas

Sentenças matemáticas

Sentença é um conjunto de palavras com sentido completo. Algumas são consideradas ditados populares. por exemplo:

a) De poeta e de louco, todo mundo tem um pouco.
b) Mais difícil que encontrar uma agulha no palheiro e encontrar duas.
c) Quem não tem cão caça como gato.
d) Batatinha, quando nasce, espalha a rama pelo chão.

Quando uma sentença envolve números, ela é chamada de **sentença matemática**, Veja alguns exemplos.

a) Cinco mais três é igual a oito.
b) Dois e menor que vinte.
c) Sete é diferente de nave.
d) Doze é o dobro de seis.
e) Dez e maior ou igual a dez terços.

Podemos escrever as **sentenças matemáticas** por extenso, como vimos nos exemplos, ou na linguagem simbólica da Matemática. Observe.

a) $5 + 3 = 8$ **b)** $2 < 20$ **c)** 7 # 9 **d)** $12 = 2 . 6$ **e)** $10 \geq \frac{10}{3}$

As sentenças matemáticas podem ser classificadas como verdadeiras ou falsas.

Verificamos facilmente que as sentenças são verdadeiras enquanto as sentenças

5 + 7 = 12 e $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = 1$ são verdadeiras, enquanto as sentenças 4 + 5 < 2 e 7 - 2 = 4 são falsas.

A sentença $10 \geq \frac{10}{3}$ é classificada coma verdadeira, porque dez é maior ou igual a dez terços, e a conjunção **ou** liga duas afirmações:

- dez é maior que dez terços (verdadeira);
- dez é igual a dez terços (falsa).

Pelo fato de **ou** ser uma conjunção alternativa, basta uma das afirmações ser verdadeira para que a sentença também o seja.

Nota ao (à) professor (a) no décimo encontro:

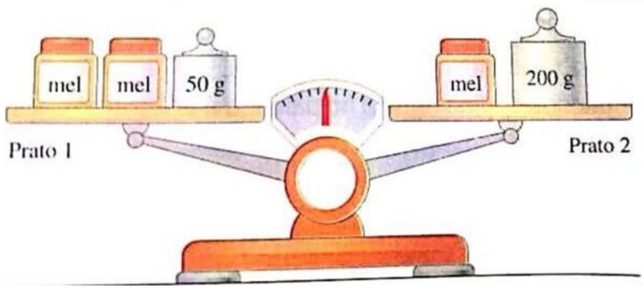
Após a diferenciação dos conceitos de expressão algébrica e de sentenças matemáticas, inicie o conceito de equação, usando a balança de dois pratos. Na continuação do texto, seguem os exemplos usados.

Em seguida, sempre de forma questionadora: Como podemos identificar a massa do pote de mel? Que informações podemos usar para começar a resolver? O que vocês percebem em relação aos pratos da balança? Os alunos devem concluir que os dois pratos têm a mesma massa.

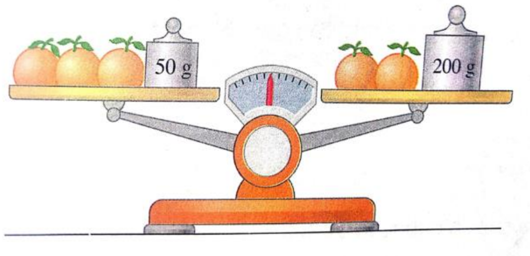
Para continuar pergunte: Como podemos começar a resolver usando essa informação? Nos pratos, o que nós temos certeza da massa? Eles responderão que o peso de 50kg e 200kg, um em cada prato, já possui valor conhecido.

Na sequência, indague: Se a massa dos pratos é a mesma, que símbolo podemos usar para representar quando escrevemos em linguagem matemática? Eles precisaram responder que é igual, portanto será o sinal de igual, após a escrita. Os alunos, por tentativa e erro, encontrarão a massa do pote de mel. Essa atividade levará 3 períodos de 45 minutos cada.

Exemplo 1



Exemplo 2



Nota ao (à) professor (a) no décimo encontro:

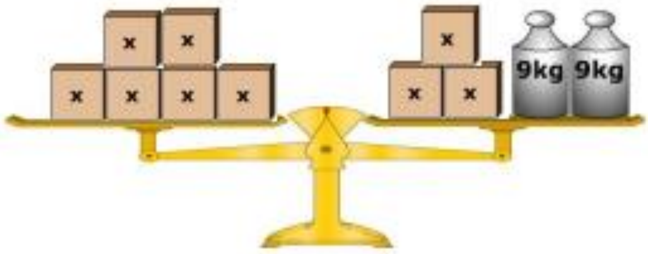
Inicie questionando o que estavam estudando na última aula, questione também o que diferencia expressão algébrica de equação, eles podem responder que é o sinal de igual. Após a retomada dos conceitos, busque ampliar os conceitos e diferenciá-los entregando a folha de atividades com balanças, conforme quadro abaixo, para que os alunos possam revisar e ampliar esse conceito.

Oriente que primeiro encontrem a massa dos blocos e de forma individual os respondam na folha as equações. Se perceber que os alunos estão com dificuldade, faça a correção da massa e, usando os mesmos questionamentos da aula anterior, escreva as equações no quadro correspondentes à cada balança. Essa atividade levará 2 períodos de 45 minutos cada.

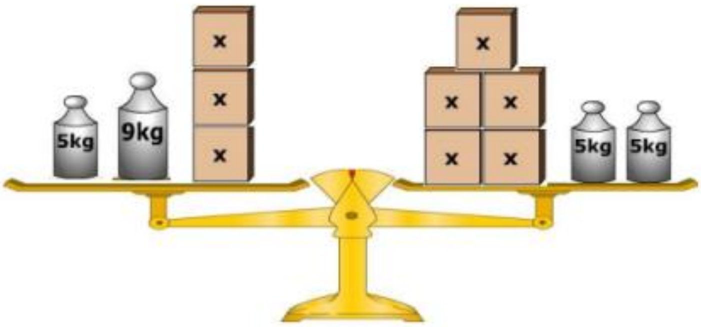
Atividade envolvendo equações e balanças de dois pratos

1) Escreva uma equação que representa a equivalência entre os pratos das balanças a seguir. Determine o valor de “x”

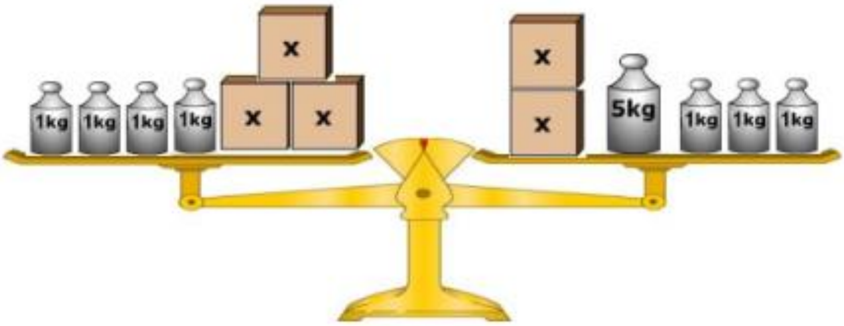
a)



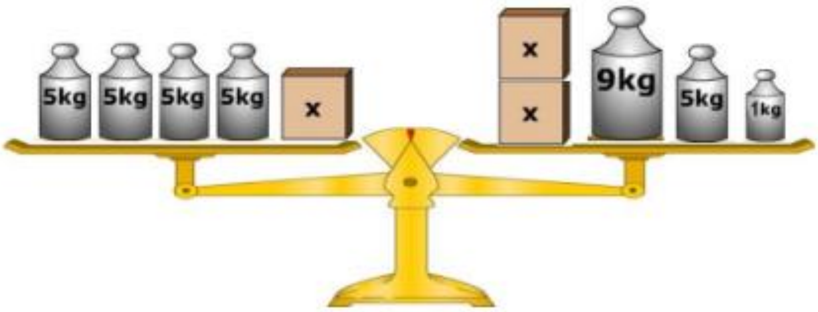
b)


5kg
9kg
x
x
x
x
x
x
x
x
5kg
5kg

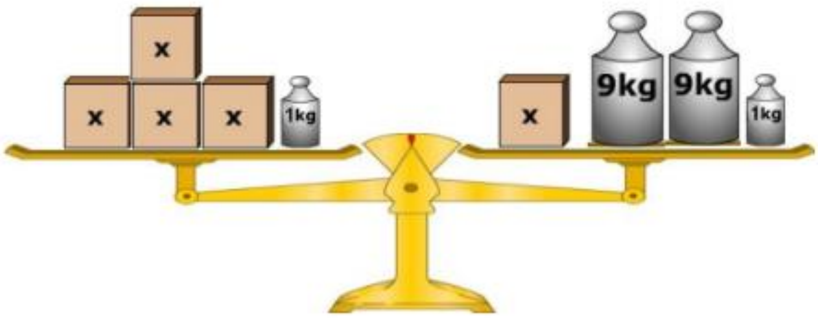
c)


1kg
1kg
1kg
1kg
x
x
x
x
x
5kg
1kg
1kg
1kg

d)


5kg
5kg
5kg
5kg
x
x
x
9kg
5kg
1kg

e)


x
x
x
x
1kg
x
9kg
9kg
1kg

Nota ao (à) professor (a) no décimo encontro:

Na continuidade, explique que assim como a balança tem dois pratos, a equação tem dois membros que são separados pelo sinal de igualdade. Após, peça que os alunos anotem essas informações no caderno. Na sequência, explique a eles que na equação temos um elemento desconhecido, e que as letras representam esse número; chamamos na equação esse elemento de incógnita. Então, anote no quadro o conceito de equação, dando alguns exemplos, para que identifiquem a incógnita. De forma expositiva e dialogada, peça que os alunos respondam e a vá anotando as respostas no quadro. Em seguida, peça que façam o registro no caderno.

4.5.2 Conceito de equação

Conceito de equação

Sentenças matemáticas expressas por uma igualdade que contém pelo menos uma letra são chamadas de **equações**. Cada letra que aparece em uma equação é chamada de **incógnita** e representa um número desconhecido.

Veja os exemplos:

a) $7x + \frac{5}{2} = 4$ **b)** $2y^2 - 3y + 7 = 0$ **c)** $2x + 3y = 8$

Outros exemplos, agora identificando a incógnita:

A. $2x - 4 = 29$ → a incógnita é x

B. $-\frac{h}{7} + 15 = 20 + z$ → as incógnitas são h e z

Nota ao (à) professor (a) no décimo encontro:

Na sequência, de forma expositiva, explique o conceito de raiz ou solução de uma equação, e os alunos fazem o registro no caderno.

4.5.3 Raiz ou solução de uma equação

Raiz ou solução de uma equação

As incógnitas de uma equação podem ser substituídas por diversos números, mas apenas alguns deles tornam a igualdade verdadeira.

Por exemplo, vamos considerar a equação *x + 12 = 25* e substituir a incógnita *x* pelos números 10 e 13.

Para x = 10, temos	Para x = 13, temos
x + 12 = 25	x + 12 = 25
10 + 12 = 25	13 + 12 = 25
22 = 25 (falso)	25 = 25 (verdadeiro)

Observe que o número 13 torna a sentença verdadeira, mas o número 10, não. Dizemos que o número 13 é a solução ou a raiz da equação x + 12 = 25.

Raiz ou **solução** de uma equação e todo número pelo qual a incógnita é substituída e que torna a sentença verdadeira.

<u>**Exemplo:**</u>

Vamos verificar se 1 é raiz da equação $y^2 + 3 = 2 - \frac{1}{4}y$

Para isso, substituímos *y* por 1 na equação dada.

$$y^2 + 3 = 2 - \frac{1}{4}y$$

$$12 + 3 = 2 - \frac{1}{4}.1$$

$$12 + 3 = 2 - \frac{1}{4}$$

$$4 = \frac{8}{4} - \frac{1}{4}$$

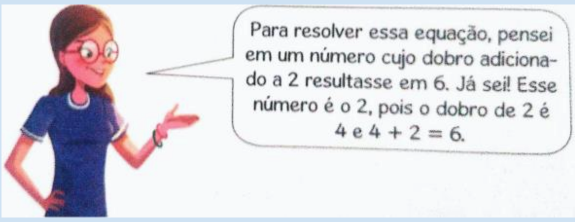
$4 = \frac{7}{4}$ (falso)

Portanto, 1 não é solução da equação.

Para resolver uma equação, devemos pensar em um número que, ao substituir a incógnita, mantém a sentença verdadeira.

Leia como Clara pensou para resolver a equação *22n + 2 = 6.*

Perceba que o número 2 torna a sentença *2n + 2 = 6* verdadeira e, por tanto, é solução dessa equação.



2n + 2 = 6

2·2 + 2 = 6

4 + 2 = 6

6 = 6 (verdadeiro)

Nota ao (à) professor (a) no décimo primeiro encontro:

Nesta aula, visando iniciar a reconciliação integrativa dos conceitos, solicite que os alunos expliquem qual é a diferença entre expressão algébrica e equação, e peça que deem dois exemplos, um de expressão algébrica e outro de equação. Assim, junto com os alunos, diferencie seus elementos.

Ainda, buscando relacionar, organizar e adquirir novos significados, faça também a retomada do conceito de raiz ou solução de uma equação, por meio da seguinte pergunta: o que é raiz ou solução de uma equação? Então, solicite um exemplo, anote-o no quadro. Após a retomada, os alunos deverão fazer atividades para entender melhor o conceito, anotando do quadro e também corrigindo de forma coletiva. Essa atividade pode utilizar 2 períodos de 45 minutos cada.

Atividade sobre raiz ou solução de uma equação

1) Nos itens abaixo, são apresentados equações e valores para as incógnitas. Verifique se os valores fornecidos são raízes dessas equações.

a) $5\ (x+4)\ -(x-1) = 40$, $x = 6$

b) $-3(t)^2 + 4 = 16$, $t = -2$

c) $2z^2 + 2a - 14 = 0$, $z = -2$ e $a = 3$

d) $3x^3 - 12 = 0$, $x = 3$

e) $2m + 2 = 6$, $n = 2$

Nota ao (à) professor (a) no décimo segundo encontro:

Ainda explorando o passo 5, retome o conceito de raiz de uma equação de forma expositiva e introduza o conceito de conjunto universo ou conjunto solução de uma equação, como é um conceito novo. Essa aula será mais expositiva.

Este conceito fecha os conceitos importantes para o próximo passo para concluir a UEPS, pois todos os conceitos básicos para a resolução das equações foram explorados. Dessa maneira, os alunos realizarão atividades sobre esse conceito e farão a correção coletiva. Essa atividade pode utilizar 2 períodos de 45 minutos cada.

4.5.4 Conjunto universo ou conjunto solução de uma equação

Conjunto universo ou conjunto solução de uma equação.

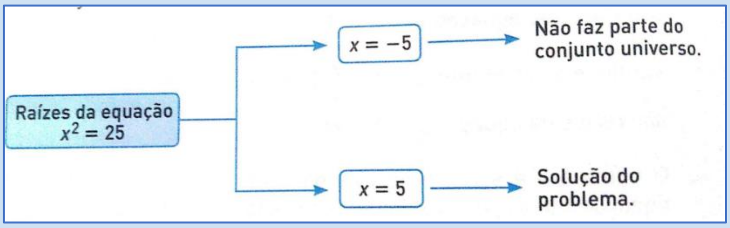
O conjunto formado por todos os valores possíveis que a incógnita pode assumir, em uma equação, é chamado de **conjunto universo *(U)***. Já o conjunto formado pelos valores de *U*, que, ao serem substituídos nas incógnitas, tornam a sentença verdadeira, é chamado de **conjunto solução *(S).***

Resolver uma equação consiste em determinar seu conjunto solução. Como exemplo, acompanhe a situação a seguir.

Júlia adotou alguns cães e vai construir um canil em uma região quadrada de $25m^2$. Para determinar a medida x do lado dessa região, ela precisa encontrar as raízes da equação $x^2 = 25$.

Vamos analisar a situação para determinar o conjunto universo *(U)*. Como a incógnita *x* se refere a uma medida de comprimento, ela pode ser qualquer número racional, com exceção dos valores negativos e do zero. Assim, representamos esse conjunto universo da seguinte maneira: $U = Q_+^*$.

Júlia pensou nos possíveis valores de *x* que tornariam a sentença $x^2 = 25$ verdadeira e concluiu que esses valores seriam 5 e - 5, pois $5^2 = 25$ e $(-5)^2 = 25$.



Observe que os valores que Júlia encontrou estão corretos, pois ambos tornam a sentença verdadeira, mas não pertencem ao conjunto universo.

Nessa situação, o conjunto solução é dado por S = {5}.

Atividade sobre conjunto universo

1) Associe cada equação ao conjunto solução correspondente.

a) $3x - 2 = 7$, com $U = \mathbb{N}$.

b) $8 - m = 11$, com $U = \mathbb{Z}$.

c) $a^2 - 4a + 4 = 0$, com $U = \mathbb{Z}$.

d) $z^3 + 1 = 0$, com $U = \mathbb{N}$.

e) $\frac{b}{3} + \frac{1}{6} = 0$, com $U = \mathbb{Q}$.

I. $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

II. $S = \{3\}$

III. Não tem solução.

IV. $S = \{-3\}$

V. $S = \{2\}$

Nota ao (à) professor (a) no décimo terceiro encontro:

Nesse encontro, aumentando o nível de complexidade dos conceitos, de forma expositiva, explique os conceitos de equação equivalente para introduzir os princípios aditivo e multiplicativo da igualdade, sempre dando exemplos.

Esclareça que no 7º ano, ano da turma, eles aprendem sobre o conceito de equações do 1° grau com uma incógnita. Diferencie, então, equação de equação do 1° grau com uma incógnita, destacando que como o nome diz, a equação terá um valor desconhecido, que aprenderão a resolver, usando os princípios. Peça, na sequência, que façam o registro das informações no caderno.

Para que o aluno entenda a importância e por que usamos os princípios para resolver, o próximo conceito é de equação equivalente e os princípios aditivo e multiplicativo. Essa atividade pode utilizar 1 período de 45 minutos.

4.5.5 Equação equivalente e os princípios aditivo e multiplicativo

Equações equivalentes

Sendo U = $\mathbb{Q}$, considere as seguintes equações:

I. $x + 3 = 7$ **II.** $3x = 16 - x$

Observe que 4 é raiz de todas elas.

I. $x + 3 = 7$
$4 + 3 = 7$
$7 = 7$

II. $3x = 16 - x$
$3.4 = 16 - 4$
$12 = 12$

Em um mesmo conjunto universo, equações que apresentam o mesmo conjunto solução (não vazio) são chamadas de **equações equivalentes.**

Assim, dizemos que as equações I e II são equivalentes.

Para obter equações equivalentes mais simples que as equações dadas, podemos aplicar os princípios de equivalência das igualdades, que estudaremos a seguir.

Princípio aditivo da igualdade

Ao adicionar um mesmo número aos dois membros de uma equação ou ao subtrair um mesmo número dos dois membros de uma equação, obtemos uma equação equivalente à primeira.

Exemplos: Considere U = *Q*.

A. x – 4 = 8
x – 4 + 4 = 8 + 4
x = 12

B. w + 8 = 13
w + 8 – 8 = 13 – 8
w = 5

As equações x – 4 = 8 e x = 12 são equivalentes.
As equações w + 8 = 13 e w = 5 são equivalentes.

Princípio multiplicativo da igualdade

Ao multiplicar os dois membros de uma equação ou ao dividir os dois membros de uma equação por um mesmo número diferente de zero, obtemos uma equação equivalente à primeira.

Exemplos: Considere U = **Q.**

A. $\frac{x}{2} = 5$ $\frac{x}{2} . 2 = 5 . 2$ x = 10 As equações $\frac{x}{2} = 5$ e x = 10 são equivalentes.	**B.** 3w = - 87 (3w) : 3 = - 87 : 3 w = - 29 As equações 3w = - 87 e w = - 29 são equivalentes.

Nota ao (à) professor (a) no décimo quarto encontro:
Para o décimo quarto encontro, é necessário retomar conceitos, então explique o que significa resolver uma equação do 1° grau com uma incógnita, escrevendo o conceito no quadro.

4.5.6 Equações do 1° grau com uma incógnita

Equações do 1° grau com uma incógnita

Agora, vamos estudar as equações do 1° grau com uma incógnita.

Uma equação do 1° grau com uma incógnita é qualquer equação que pode ser escrita na forma *ax + b = 0*, em que *x* é a incógnita e os coeficientes *a* e *b* são números racionais,com a ≠ 0.

Exemplos:

A. 2*y* - 5 = 29 incógnita é *y*, a = 2 e b = - 5.

B. $-\frac{t}{2} + 10 = 20$ incógnita é *t*, a = $-\frac{1}{2}$ e b = 20

Note que equações desse tipo apresentam apenas uma incógnita, com expoente igual a 1.

Nem toda equação é equação do 1° grau com uma incógnita. Observe os exemplos:

- w^2 - 4 = 0 **não** é uma equação do 1° grau com uma incógnita, pois o expoente da incógnita *w* é diferente de 1.
- 0y - 1 = 0 **não** é uma equação do 1° grau com uma incógnita, pois o coeficiente a é igual a zero.

Nota ao (à) professor (a) no décimo quarto encontro:

Observe, professor(a), que à medida que se explora cada conceito, chega-se mais perto da resolução, por isso esse processo é importante para que o aluno entenda qual a razão de se resolver equações. Na sequência do material, será feita a resolução das equações do 1° grau com uma incógnita, usando os princípios aditivo e multiplicativo, assim o aluno relacionará com a balança de dois pratos um conceito já visto.

Os alunos já resolveram as equações de forma intuitiva quando aprenderam sobre a balança de dois pratos e também durante a explicação dos princípios, por tanto você irá questioná-los à medida que explica os exemplos.

Algumas sugestões de perguntas:

Como chamamos o valor desconhecido na equação? O que diz o princípio aditivo? E o princípio multiplicativo?

Por onde começamos a resolução? Em que membro vai ficar a incógnita? Que princípios será usado primeiro?

Dessa forma, eles revisam os conceitos e já entendem como é a resolução de uma equação do 1° grau com uma incógnita.

Usando exemplos, conforme abaixo, de forma dialogada, em que os alunos precisam traduzir da linguagem comum para a linguagem simbólica da Matemática, antes de resolver e usando os princípios aditivo e multiplicativo. De forma questionadora e junto com os alunos, faça a tradução e resolva os exemplos, registrando no caderno as informações do quadro. As atividades deverão ser escritas no quadro, copiadas no caderno pelos alunos, que as responderão na sequência. Conforme as dúvidas persistirem, de forma individual, explique. Faça a correção no quadro. Essa atividade pode utilizar 2 períodos de 45 minutos cada.

Atividades sobre equação do 1º grau com uma incógnita

1) A diferença entre um número e 17 é 35. Que número é esse?

2) A metade de um número adicionada a 2 é igual a um terço desse número adicionada a 3. Que número é esse?

3) Somando-se 7 ao resultado da multiplicação de um número por 3, obtém-se 13.

4) Somando-se um número ao seu triplo, o resultado é 32.

5) A metade de um número adicionado a 5 é igual a 14.

6) Sabendo que os pratos da balança abaixo estão em equilíbrio, faça o que se pede.

a) Considerando que os valores estampados indicam a respectiva massa em quilograma de cada objeto, escreva uma equação que represente esse equilíbrio.

b) A equação que você usou é do 1° grau com uma incógnita? Justifique sua resposta.

c) Qual a massa de cada lata, em quilograma.

Nota ao (à) professor (a) no décimo quinto encontro:

No décimo quinto encontro, retome os conceitos de equação e os princípios aditivo e multiplicativo de forma oral, fazendo os seguintes questionamentos: Como chamamos o valor desconhecido na equação? O que diz o princípio aditivo? Da mesma forma que foi questionado sobre o princípio multiplicativo.

Após a retomada dos conceitos, anote o conceito de resolução de equação do 1° grau no quadro, e os alunos registram no caderno. Na sequência, entregue uma cópia/folha, conforme segue abaixo, contendo situações-problema, em que os alunos deverão traduzir da linguagem comum para a linguagem algébrica e resolver as equações do 1° grau.

À medida que perceber alguma dificuldade questione: Por onde começamos a resolução? Em que membro vai ficar a incógnita? Que princípios será usado primeiro? A aula encerra com os registros no caderno. Essa atividade pode utilizar 2 períodos de 45 minutos cada.

4.5.7 Resolução de equações do 1° grau com uma incógnita

Resolução de equações do 1° grau com uma incógnita.

Resolver uma equação do 1°grau com uma incógnita significa determinar o número pelo qual a incógnita é substituída e que torna a sentença verdadeira. Podemos usar o que vimos sobre equações equivalentes e princípios de equivalência de igualdades para resolver equações desse tipo.

Atividades sobre equação do 1º grau com uma incógnita

1) As reproduções de telas acima são assinadas por Elza Bernardes. Eu as comprei por R$ 1.320,00. Pela tela A, paguei o dobro do que paguei pela tela B. e pela ela C, paguei o triplo do que paguei pela tela B. Quanto paguei pela tela C?

tela A

Frutas à mesa, óleo sobre tela, 77 cm x 54 cm, 1999

tela B

Vila dos pescadores, óleo sobre tela, 72 cm x 59 cm, 1987

tela C

Choupana no Tietê , óleo sobre tela, 60 cm x 50 cm, 1990

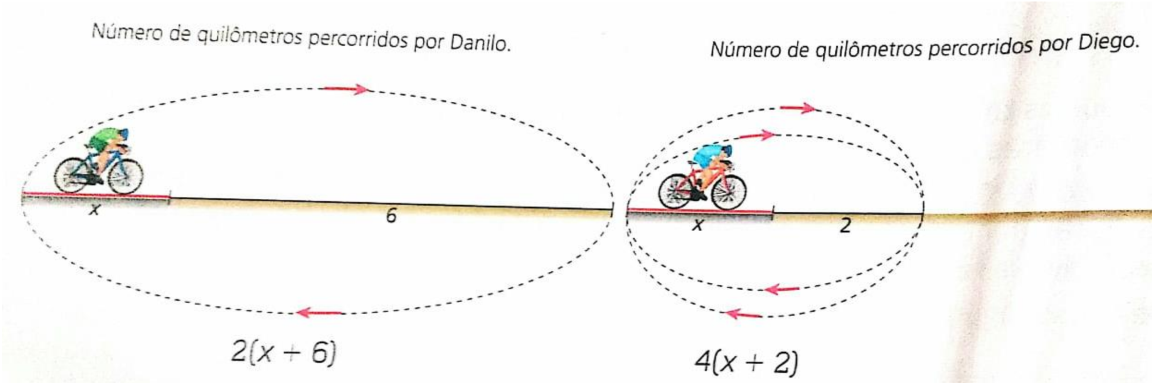
2) Danilo e Diego são ciclistas e resolveram percorrer uma estrada que tem um trecho asfaltado e outro de terra.

Danilo transpôs o trecho asfaltado e mais 6 km do trecho de terra. Depois, retornou ao ponto de partida.

Diego percorreu o trecho asfaltado e mais 2 km do de terra, depois voltou ao ponto de partida. Ele fez esse percurso duas vezes.

Quando fizeram as contas, descobriram que haviam percorrido a mesma distância. Quantos quilômetros tem o trecho asfaltado?

Vamos esquematizar a situação indicando o comprimento do trecho asfaltado por x.



4.6 PASSO 6 - Reconciliação Integrativa

No sexto passo, Moreira (2011), concluindo a unidade, dar seguimento ao processo de diferenciação progressiva retomando as características mais relevantes do conteúdo em questão, porém de uma perspectiva integradora, ou seja, buscando a reconciliação integrativa; isso deve ser feito através de nova apresentação dos significados

Tema: Situações-problema envolvendo equações.

Objetivo: Resolver situações-problema envolvendo equações.

Recursos: Material de uso comum em sala de aula.

Tempo estimado para a aula: 5 períodos de 45 min cada.

Nota ao (à)professor(a) para o décimo sexto e décimo sétimo encontro:

Nesta etapa da UEPS, apresente à turma a proposta de realização de resolução de situações-problema envolvendo equações. A turma precisará ser dividida em pequenos grupos de, no máximo, quatro alunos. Os alunos serão estimulados a resolver as questões sem a ajuda do(a) professor(a).

Após a formação dos grupos, explique os detalhes, os passos que devem ser seguidos: ler a questão com calma, encontrar onde está a incógnita e ler cada frase para ir traduzindo e, posteriormente, resolver as questões usando os princípios.

O(A) professor(a) deve auxiliar os grupos em todos os passos da UEPS, dessa forma pode ajudar na leitura da questão, questionando sobre a incógnita e lembrando os passos de resolução.

Na resolução de situações-problema, observe a postura dos alunos, a argumentação em suas falas, a interação com o grupo sobre a resolução, bem como a sua criticidade em relação aos resultados apresentados pelo seu grupo e pelos demais.

Após a organização, vá ajudando à medida que perceber alguma dificuldade maior.

Atividade sobre resolução de situações-problema em grupo

1) Maria tem o dobro da idade de Lúcia. Se Maria tivesse 8 anos a menos, e Lúcia, 4 anos a mais, elas teriam a mesma idade.

- **a)** Representando a idade de Lúcia por y, como se representa a idade de Maria?
- **b)** Determine a equação correspondente ao problema.
- **c)** Qual é a idade de Lúcia?
- **d)** Qual é a idade de Maria?

2) Uma mesa plástica custa o triplo de uma cadeira plástica. Duas dessas mesas e oito dessas cadeiras custam R$ 546,00.

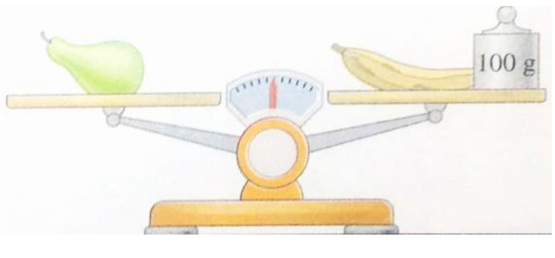
- **a)** Qual é o preço de uma cadeira?
- **b)** Qual é o preço de uma mesa?
- **c)** Quanto custam 5 mesas e 20 cadeiras?

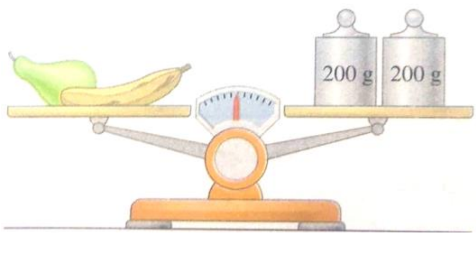
3) Quatro candidatos disputavam a prefeitura de uma cidade. Após a apuração dos 5.219 votos, foram obtidos os resultados: o primeiro candidato conseguiu 22 votos a mais que o segundo,130 a mais que o terceiro e 273 votos a mais que o último. Quantos votos recebeu o candidato eleito?

4) Ricardo e Julinho subiram juntos em uma balança, e o ponteiro da balança marcou 80 kg. Ricardo desceu, e Julinho pôde, então, verificar que ele tinha 6 kg a mais que Ricardo. Quantos quilogramas tem Julinho?

5) Observe o esquema das balanças e responda.

De acordo com o que as balanças indicam, quantos gramas tem a pera? E a banana?





6) Na figura abaixo, uma estrada com três postos de gasolina, A, B e C, está representada. A distância entre A e B é o triplo da distância de B a C. Calcule mentalmente qual é a distância entre A e B.

JOGO "CAÇA AO TESOURO"

Tema: Situações-problema envolvendo os conteúdos estudados na UEPS.

Objetivo: Revisar os conteúdos estudados durante a UEPS.

Recursos: Planta baixa da escola, cartas com as perguntas e cartas com os enigmas.

Tempo estimado para a aula: 2 a 3 períodos de 45 min cada.

Nota ao (à) professor(a) para o décimo oitavo encontro:

Professor! Para finalizar a UEPS, optou-se por um jogo de caça ao tesouro. Os alunos serão organizados em grupos de no máximo 5 integrantes.

O grupo receberá um mapa ou a planta baixa (usei o da minha escola) com questões envolvendo o conteúdo estudado até aqui que estão no formato de QR Code. os alunos devem ler a questão e resolver, quando encontrarem a resposta terão a pista de onde está a próxima.

Você vai precisar de um mapa impresso para cada grupo e que pelo menos um integrante do grupo tenha celular.

A atividade pode levar de 2 a 3 períodos dependendo da agilidade e raciocínio do grupo.

Figura 2: Exemplo de planta baixa que pode ser usado

Fonte: https://encurtador.com.br/nrxU8

SUGESTÕES PARA ORGANIZAR O JOGO

Após os combinados iniciais e a apresentação da carta, entregue aos grupos o enigma 1 para iniciar o jogo.

- Antes de iniciar a “Caça ao tesouro”, reúna a turma, separe os grupos de no máximo 5 integrantes e faça os combinados, estabelecendo regras com relação à segurança em escadas, respeito aos colegas, trabalho em equipe, etc.
- No caso de grupo, cada um terá uma cor de identificação das perguntas que irão procurar e para cada participante terá uma fita de identificação colorida no braço, para identificar a que time pertence.
- A professora é a “juiza”, que ficará com os enigmas em local fixo pré combinado e os entregará na sequência, conforme os grupos forem desvendando os enigmas, encontrando as perguntas e respondendo corretamente.

- As perguntas devem ser distribuídas em locais diversos: sala da direção, cozinha, secretaria, coordenação, sala dos professores.
- No enigma número 6 (que revela o local do tesouro).

DICAS!

- Organize o jogo de maneira que todos estejam presentes no momento em que abrir o baú de tesouros.
- Como essa brincadeira gera uma certa competição, converse previamente com o grupo sobre o espírito de equipe e os objetivos da brincadeira.

Nota ao professor(a):

A planta baixa serve para os alunos localizarem os espaços na escola (exemplo: sala da direção, secretaria) onde estão as perguntas em formato de QR Code.

A equipe volta para a sala, resolvem a questão, e a professora confere se está correta a resposta.

Caso esteja correta entrega o próximo enigma, para saberem onde está a próxima pergunta.

Questões para a atividade com QR Code		
nº	**Questão**	**QR Code**
1	Ana nasceu 8 anos depois de sua irmã Natália. Em determinado momento da vida, Natália possuía o triplo da idade de Ana. Calcule a idade das duas nesse momento.	SCAN ME

2	Um terreno retangular tem 13 metros mais de comprimento que de largura. Se o perímetro deste terreno é igual a 210 metros, quais são as medidas de largura e do comprimento do terreno?	SCAN ME
3	A soma de três números inteiros consecutivos é -57. Qual é o maior deles?	SCAN ME
4	Juliana tem 12 anos e Ana, 16. Daqui a quantos anos a soma da idade de duas será igual a 112 anos?	SCAN ME

5	O triplo de um número, menos 32, é igual ao próprio número mais 20.	SCAN ME
6	Subtraindo- se 18 do triplo de um número, obtém-se 9. Qual é esse número?	SCAN ME
7	O quádruplo da soma de um número com 14 é igual a -20.	SCAN ME

8	Resolva a equação: *4 + 3x +12 = x - 5*	SCAN ME
9	Somando-se 7 ao resultado da multiplicação de um número por 3, obtém-se 13.	SCAN ME
10	Renata é dois números mais nova que Aline. Há dez anos, a soma da idade delas era 46 anos. Quantos anos tem cada uma das jovens?	SCAN ME

11	Fabrício economizou, por alguns meses, o dinheiro de sua mesada para comprar jogos de videogame. Ao todo, economizou R$359,00, dinheiro suficiente para comprar três jogos de preços diferentes. Sabendo-se que o jogo mais caro é o dobro do mais barato e o terceiro jogo custa R$ 59,00 a mais que o de menor preço. Determine o valor de cada jogo.	SCAN ME
12	Em uma festa compareceram cinco meninas a mais que a quantidade de meninos. Quantas meninas estavam na festa, sabendo que o total de meninos e meninas eram 49?	SCAN ME
13	Júlia gastou R$ 52,00 na compra de um caderno, uma caixa de lápis de cor e uma cola bastão. A caixa de lápis de cor custou R$ 10,00 a menos que o caderno, e a cola bastão custou R$ 6,00. Quanto custou a caixa de lápis de cor?	SCAN ME

14	Na granja de Joaquim, a produção de ovos nos últimos três dias foi a seguinte: no segundo dia, uma dúzia de ovos a mais que no primeiro dia, e no terceiro dia, duas dúzias a mais que no segundo dia. Sabendo que, após os três dias, a produção total foi de cinco dúzias, quantos ovos foram produzidos no terceiro dia?	SCAN ME
15	A velocidade de um automóvel (em m/s) varia com a aceleração constante em função do tempo, obedecendo a equação $v = 10 + 2 . t$. Qual é a velocidade de um automóvel que percorre uma determinada distância em 35 segundos?	SCAN ME
16	Para calcular o valor de uma corrida, um taxista cobra R$ 4,00 pela bandeirada mais R$ 2,50 por quilômetro percorrido. a) A expressão algébrica a seguir pode ser usada para calcular o valor de uma viagem? **$4 + 2{,}5 . q$** b) Se o taxista percorrer 10 quilômetros, qual será o preço da viagem?	SCAN ME

17	Determine a solução das equações a seguir, considerando o conjunto universo indicado. a) x + 7 = 21, para U = $\mathbb{Q}$ b) 2 (6x - 4) = 3 (3x - 1), para U = $\mathbb{Q}$	SCAN ME
18	Em uma partida de basquete, dois times fizeram, juntos, 142 pontos. O time da casa fez o dobro de pontos, menos 8, que o time visitante. Quantos pontos cada time marcou nesta partida?	SCAN ME
19	Você sabia que existe uma relação entre o número do calçado e o comprimento do pé de uma pessoa? Sendo S o número do sapato que uma pessoa calça e P o comprimento do pé, em cm, da pessoa, temos a seguinte relação: S = (5P + 28)/4 . Quanto a pessoa calça se seu pé tem 24 cm?	SCAN ME

20	Um pai tem, hoje, 50 anos e os seus três filhos têm 5, 7, e 10 anos, respectivamente. Daqui a quantos anos a soma das idades dos três filhos será igual à idade do pai?	SCAN ME

Nota ao professor(a):
Na sequência estão as perguntas com o gabarito.
Espero que seus alunos tenham se divertido e gostado da atividade.

Questões para a atividade - Gabarito

1) Ana nasceu 8 anos depois de sua irmã Natália. Em determinado momento da vida, Natália possuía o triplo da idade de Ana. Calcule a idade das duas nesse momento.

Solução

Idade de Ana: x.

Como Natália tem oito anos a mais que Ana, sua idade será: $x + 8$.

Por conseguinte, a idade de Ana vezes 3 será igual à idade de Natália:

$3x = x + 8$

$3x - x = 8$

$2x = 8$

$x = 4$

R: Ana ela terá 4 anos e Natália terá 12 anos.

2) Um terreno retangular tem 13 metros mais de comprimento que de largura. Se o perímetro deste terreno é igual a 210 metros, quais são as medidas de largura e do comprimento do terreno? **Solução:** comprimento : *x + 13* largura : *x* *x + 13 + x + x + 13 + x = 210* *x= 46* **R:** *A largura é 46 metros e o comprimento 59 metros.*
3) A soma de três números inteiros consecutivos é -57. Qual é o maior deles? **Solução:** *n + n + 1 + n + 2 = - 57* *n = - 20* *O maior é -20.* **R:** *O maior é -18.*
4) Juliana tem 12 anos e Ana, 16. Daqui a quantos anos a soma da idade de duas será igual a 112 anos? **Solução:** Juliana : 12 + x Ana : 16 + x 12 + x + 16 + x= 112 2x = 112 -12 - 16 *2x = 84* *x = 42* **R:** A soma da idade das duas será igual a 112 anos daqui a 42 anos.
5) O triplo de um número, menos 32, é igual ao próprio número mais 20. Qual é esse número? **Solução:** *3m - 32 = m + 20* *3m - m = 20 + 32* *2m = 52*

m = 26 **R:** O número procurado é 26.
6) Subtraindo- se 18 do triplo de um número, obtém-se 9. Qual é esse número? **Solução:** 3x-18 = 9 3x = 9 +18 *x = 9* **R:** O número procurado é 9
7) O quádruplo da soma de um número com 14 é igual a -20.Qual é esse número? **Solução:** 4(y+14) = - 20 4y + 56 = - 20 4y = -20 - 56 4y = -76 y = - 19 **R:** O número procurado é - 19.
8) Resolva a equação: *4 + 3x +12 = x - 5* **Solução:** *3x - x = -12 - 4 - 5* *2x = - 21* x $= -\frac{21}{2}$
9) Somando-se 7 ao resultado da multiplicação de um número por 3, obtém-se 13. Qual é esse número? **Solução:** 3x + 7 = 13 3x = 13 - 7 3*x* = 6 *x* = 2 **R:** O número é 2.

10) Renata é dois números mais nova que Aline. Há dez anos, a soma da idade delas era 46 anos. Quantos anos tem cada uma das jovens?

Solução:

Idade de Aline: x

Idade de Renata: $x - 2$

$(x - 10) + (x - 2 - 10) = 46$

$2x -22 =46$

$2x = 68$

$x=34$

R: Aline tem 34 anos e Renata 32 anos

---

11) Fabrício economizou, por alguns meses, o dinheiro de sua mesada para comprar jogos de videogame. Ao todo, economizou R$359,00, dinheiro suficiente para comprar três jogos de preços diferentes. Sabendo-se que o jogo mais caro é o dobro do mais barato e o terceiro jogo custa R$ 59,00 a mais que o de menor preço. Determine o valor de cada jogo.

Solução:

b: é o preço mais barato

$b + 2b + b + 59 = 359$

$b = 75$

R: *O jogo mais barato custa R$ 75,00, o jogo mais caro R$ 150,00 e terceiro jogo R$ 134,00.*

---

12) Em uma festa compareceram cinco meninas a mais que a quantidade de meninos. Quantas meninas estavam na festa, sabendo que o total de meninos e meninas eram 49?

Solução:

Número de meninos: x

Número de meninas: $x +5$

$x+x+5=49$

$x= 22$

Número de meninas: $22 +5 = 27$

R: Estavam na festa 27 meninas.

13) Júlia gastou R$ 52,00 na compra de um caderno, uma caixa de lápis de cor e uma cola bastão. A caixa de lápis de cor custou R$ 10,00 a menos que o caderno, e a cola bastão custou R$ 6,00. Quanto custou a caixa de lápis de cor? **Solução:** Preço do caderno: *x* Preço da caixa de lápis de cor: *x - 10* x + x - 10 + 6 = 52 x = 28 Preço da caixa de lápis de cor: *28 - 10 = 18* **R:** Cada caixa de lápis de cor custou R$ 18,00
14) Na granja de Joaquim, a produção de ovos nos últimos três dias foi a seguinte: no segundo dia, uma dúzia de ovos a mais que no primeiro dia, e no terceiro dia, duas dúzias a mais que no segundo dia. Sabendo que, após os três dias, a produção total foi de cinco dúzias, quantos ovos foram produzidos no terceiro dia? **Solução:** Primeiro dia: *x* Segundo dia: *x + 12* Terceiro dia: *x + 12 + 24* *x + (x + 12) + (x + 12 + 24) = 60* *3x + 48 = 60* *3x = 12* *x = 4* Terceiro dia: *4 + 12 + 24 = 40* ***R:*** Foram produzidos 40 ovos no terceiro dia.
15) A velocidade de um automóvel (em m/s) varia com a aceleração constante em função do tempo, obedecendo a equação *v = 10 + 2 . t.* Qual é a velocidade de um automóvel que percorre uma determinada distância em 35 segundos? **Solução:** *v = 10 + 2 . 35* *v = 10 + 70* *v = 80*

R: A velocidade é de 80 m/s
16) Para calcular o valor de uma corrida, um taxista cobra R$ 4,00 pela bandeirada mais R$ 2,50 por quilômetro percorrido. a) A expressão algébrica a seguir pode ser usada para calcular o valor de uma viagem? 4 + 2,5 . q b) Se o taxista percorrer 10 quilômetros, qual será o preço da viagem? **Solução:** **a)** Sim **b)** 4 + 2,5 . 10 4 + 25 29 **R:** O preço da viagem será de R$ 29,00.
17) Determine a solução das equações a seguir, considerando o conjunto universo indicado. a) x + 7 = 21, para U = Q b) 2 (6x - 4) = 3 (3x - 1), para U = Q **Solução: a)** $x = 14$ **b)** $x = \frac{5}{3}$
18) Em uma partida de basquete, dois times fizeram, juntos, 142 pontos. O time da casa fez o dobro de pontos, menos 8, que o time visitante. Quantos pontos cada time marcou nesta partida? **Solução:** Time da casa: 2x - 8 Time visitante: x $2x - 8 + x = 142$ $3x = 150$ $x = 50$ **Time da casa:** 2. 50 - 8 = 92 **R:** O time da casa marcou 92 pontos e o time visitante marcou 50 pontos.

19) Você sabia que existe uma relação entre o número do calçado e o comprimento do pé de uma pessoa? Sendo S o número do sapato que uma pessoa calça e P o comprimento do pé, em cm, da pessoa, temos a seguinte relação:

$S = \frac{5P+28}{4}$. Quanto a pessoa calça se seu pé tem 24 cm?

Solução:

$$S = \frac{5.24 + 28}{4}$$

S = *37*

R: A pessoa calça 37.

20) Um pai tem, hoje, 50 anos e os seus três filhos têm 5, 7, e 10 anos, respectivamente. Daqui a quantos anos a soma das idades dos três filhos será igual à idade do pai?

Solução:

Daqui a *n* anos tem-se:

Pai: 50 + *n*

Filho 1: 5 + n

Filho 2: 7 + n

Filho 3: 10 + n

A equação é: *50 + n = 5+ n + 7 + n + 10 + n*

n = 14

R: *Daqui a 14 anos, a soma da idade dos três filhos será igual a idade do pai.*

4.7 PASSO 7 - Avaliação da aprendizagem discente na UEPS

No sétimo passo, Moreira (2011) aponta que a avaliação da aprendizagem através da UEPS deve ser feita ao longo de sua implementação, registrando tudo que possa ser considerado evidência de aprendizagem significativa do conteúdo trabalhado. Além disso, deve haver uma avaliação somativa individual após o sexto passo, na qual deverão ser propostas questões/situações que impliquem compreensão, que evidenciem captação de significados e, idealmente, alguma capacidade de transferência.

Tema: Avaliação formativa e avaliação individual**.**

Objetivo: Avaliar a aprendizagem discente considerando todos os passos da UEPS, observando a sua interação no grupo, suas construções e contribuições em aula, sua argumentação, bem com o uso da linguagem algébrica adequada.

Recursos: Diário de bordo, memórias de aula, atividades realizadas pelos alunos e avaliação individual impressa.

Tempo estimado para a aula: 2 períodos de 45 min cada.

Nota ao (à)professor(a) para o décimo oitavo encontro:

A avaliação da aprendizagem discente não deve se restringir à avaliação individual escrita. A avaliação somativa (prova escrita) e a avaliação formativa devem ser consideradas com o mesmo peso.

O aluno deve ser avaliado desde a primeira aula da UEPS, considerando seus conhecimentos prévios, a sua interação no grupo, a participação e o envolvimento na realização das atividades propostas, a argumentação na comunicação entre eles ou no grande grupo. Ainda, deve-se observar a evolução dos alunos, à medida que são propostos os passos da UEPS.

Durante as aulas, observe a postura dos alunos, a argumentação em suas falas, a interação com o grupo sobre os temas propostos, bem como a sua criticidade em relação aos resultados apresentados pelo seu grupo e pelos demais.

Na avaliação somativa, a resolução das atividades, usando os princípios estudados, a distinção entre os conceitos.

A seguir, está disponível a avaliação individual utilizada nesta investigação.

AVALIAÇÃO INDIVIDUAL

Questão 1. A seguir, diferencie equação de expressão algébrica:

$3x + 5 = 7$ $\quad$ $3t - 2$ $\quad$ $46v + 5 = 15$

$7d - 2c = 7$ $\quad$ $4w - 8 + 8z$ $\quad$ $-7b + 25 = 5b$

$\frac{8}{6}\mathrm{r} + 5 = 5\mathrm{r} - 9$ $\quad$ $\frac{5}{3}\mathrm{f} + 5\mathrm{f} = 18$ $\quad$ $\frac{7}{3}\mathrm{e} + 5\mathrm{p}$

Equação	Expressão algébrica

Questão 2. Traduza as situações matemáticas abaixo para a linguagem algébrica. Em seguida, resolva- as utilizando os princípios de equivalência.

a) Considere que um adulto consumiu nos três primeiros dias de sua dieta 640 calorias em alimentos. Sabendo que no segundo dia consumiu 120 calorias a mais que no primeiro dia e, no terceiro dia, consumiu o dobro de calorias que no primeiro dia, responda: Qual a quantidade de calorias que esse adulto consumiu no primeiro dia?

R.:____

b) Em um fim de semana, 876 pessoas, entre homens e mulheres, assistiram ao musical O Mágico de Oz em uma casa de espetáculos em São Paulo. A quantidade de mulheres correspondia ao triplo da quantidade de homens mais 520. Quantas mulheres assistiram a esse musical?

R.:____

Questão 3. Observe as expressões algébricas a seguir e faça o que se pede.

$$5t + 7 - \frac{5}{3}t - z$$

a) Separe os termos algébricos e identifique o coeficiente e a parte literal.

Termo algébrico	Coeficiente	Parte literal

b) Determine o valor numérico da expressão algébrica sabendo que t = 2 e z = -3.

Questão 4. Carlinhos comprou o álbum da Copa do Mundo do Qatar 2022 no valor R$ 55,00. Para completar o álbum ele precisará comprar pacotes de figurinhas, sendo que cada pacote custa R$ 5,00. Escreva a expressão que representa o custo para preencher todo o álbum.

a) Determine o custo para Carlinhos comprar 15 pacotes.

R.: ____

Questão 5. Sabendo que os pratos da balança abaixo estão em equilíbrio, faça o que se pede.

a) Considerando que os valores estampados indicam a respectiva massa em quilograma de cada objeto, escreva uma equação que represente esse equilíbrio.

b) A equação que você usou é do 1° grau com uma incógnita? Justifique sua resposta.

c) Qual a massa de cada lata, em quilograma.

Questão 6. Em cada item, escreva uma equação que represente o problema apresentado. Em seguida, determine o valor da incógnita.

a) Somando 7 ao resultado da multiplicação de um número por 3, obtém-se 13.

b) Somando-se um número ao seu triplo, o resultado é 32.

c) A metade de um número adicionada a 5 é igual a 14.

4.8 PASSO 8 - Avaliação da UEPS

Moreira (2011), como oitavo passo, esclarece que a UEPS somente será considerada exitosa se a avaliação do desempenho dos alunos fornecer evidências de aprendizagem significativa (captação de significados, compreensão, capacidade de explicar, de aplicar o conhecimento para resolver situações-problema). A aprendizagem significativa é progressiva, o domínio de um campo conceitual é progressivo; por isso, a ênfase em evidências, não em comportamentos finais.

Tema: Avaliação da UEPS.

Objetivos: Avaliar a UEPS na construção discente de conceitos algébricos, buscando evidências da aprendizagem significativa em contextos distintos daqueles abordados em sala de aula.

Recursos: Diário de bordo, memórias de aula, avaliação diagnóstica e avaliação individual.

Nota ao(à) professor(a):

A avaliação da UEPS é observar indícios de aprendizagem significativa que o aluno consiga aplicar em diferentes contextos, ou seja, se as atividades em sala de aula proporcionaram uma aprendizagem significativa, que pode ser aplicada em situações do cotidiano do seu cotidiano.

Lembrando que a aprendizagem é progressiva, dessa forma você poderá observar somente indícios dela. Para essa avaliação foram utilizados: o diário de bordo, memórias de aula, avaliação diagnóstica e avaliação individual.

REFERÊNCIAS

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini**, Editora. Moderna, São Paulo, 8º ed. 2015.

MOREIRA, Marco Antonio. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

MOREIRA, Marco Antonio. Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas – UEPS, **Aprendizagem Significativa em Revista**, v. 1, n. 2, p. 43-63, 2011.

Equacao do primeiro grau**. Toda a matéria**. 2023. Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/equacao-do-primeiro-grau/>

OLIVEIRA, Carlos N. C. de. **Geração alpha matemática: ensino fundamental**, São Paulo, 2º ed. 2018.

RIBEIRO, Francis. **Caderno de Atividades: Ensino Fundamental**, Editora. Positivo, Curitiba. 2013.

SOBRE OS AUTORES

Taís Montelli dos Santos

Licenciada em Matemática (UPF) e Mestre em Ensino de Ciências e Matemática (UPF). Integrante do grupo de Pesquisa em Educação Científica e Tecnológica (GruPECT). Membro do Projeto Integração da Universidade com a Educação Básica. Professora de Matemática da rede pública estadual do Rio Grande do Sul.

Lattes: http://lattes.cnpq.br/0944597799433126
Email: tais.montelli@gmail.com

Luiz Marcelo Darroz

Licenciado em Matemática (UPF). Licenciado em Física (UFSM). Especialista em Física (UPF). Mestre em Ensino de Física (UFRGS). Doutor em Educação em Ciências (UFRGS).
Professor permanente do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM) e membro do Grupo de Pesquisa em Educação Científica e Tecnológica (GruPECT).

Lattes: http://lattes.cnpq.br/2775138857066526
Email: ldarroz@upf.br