

Graziela Franceschini Dorigon

**USO DE DADOS REAIS PARA INTERPRETAÇÃO
DE GRÁFICOS ESTATÍSTICOS SOBRE FUNÇÃO
EXPONENCIAL**

Passo Fundo

2023

Graziela Franceschini Dorigon

USO DE DADOS REAIS PARA INTERPRETAÇÃO
DE GRÁFICOS ESTATÍSTICOS SOBRE FUNÇÃO
EXPONENCIAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, do Instituto de Humanidades, Ciências, Educação e Criatividade, da Universidade de Passo Fundo, como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Matemática, sob a orientação do professor Dr. Adriano Pasqualotti.

Passo Fundo

2023

CIP – Catalogação na Publicação

D697u Dorigon, Graziela Franceschini
 Uso de dados reais para interpretação de gráficos
 estatísticos sobre função exponencial [recurso eletrônico] /
 Graziela Franceschini Dorigon. – 2023.
 5.9 MB ; PDF.

 Orientador: Prof. Dr. Adriano Pasqualotti. Dissertação
 (Mestrado em Ensino de Ciências e
 Matemática) – Universidade de Passo Fundo, 2023.

 1. Matemática (Ensino médio) - Estudo e ensino.
 2. Funções exponenciais. 3. Tecnologia educacional.
 4. Estatística. I. Pasqualotto, Adriano, orientador.
 II. Título.

CDU: 372.851

Catálogo: Bibliotecária Juliana Langaro Silveira - CRB 10/2427

Graziela Franceschini Dorigon

Uso de dados reais para interpretação de gráficos
estatísticos sobre função exponencial

A banca examinadora abaixo, APROVA em 9 de maio de 2023, a Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo, como requisito parcial de exigência para obtenção de grau de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, na linha de pesquisa Tecnologias de Informação, Comunicação e Interação Aplicadas ao Ensino de Ciências e Matemática.

Dr. Adriano Pasqualotti - Orientador
Universidade de Passo Fundo - UPF

Dra. Ieda Maria Giongo
Universidade do Vale do Taquari- UNIVATES

Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira
Universidade de Passo Fundo - UPF

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me permitir mais essa conquista pessoal e profissional.

Aos meus queridos pais, Nela Dorigon e Leonir Dorigon, pelo incentivo constante ao estudo. À minha irmã Francieli Dorigon, pelo apoio, ombro amigo de todas as horas. Ao amado esposo Erony Gradaschi Júnior e minha filha Eduarda Dorigon Gradaschi, por tanta compreensão na falta de minha atenção e tempo durante esses dois anos.

Aos Mestres, que durante esse curso de pós-graduação (Mestrado) me proporcionaram muito conhecimento, em especial ao professor Dr. Adriano Pasqualotti, por toda paciência e compartilhamento de saberes. Aos meus colegas, que sempre foram prestativos durante as aulas.

Ao Paulo Roberto Pasqualotti, que contribuiu significativamente na elaboração dos simuladores. Ao Reiferson Mello, que me auxiliou na construção do site (produto educacional) e à Andreia Brunhera da Rosa, pela correção ortográfica e formatação do projeto.

E a todos que, direta ou indiretamente, tiveram participação efetiva na realização deste sonho, no qual escalei mais um degrau em minhas conquistas.

Dedico este trabalho aos meus pais, que sempre me incentivaram a estudar, e a minha família, que me apoia e vibra na conquista dos meus sonhos.

“O saber que não vem da experiência, não é realmente saber”.

Vygotsky

RESUMO

O presente estudo aborda o uso de dados reais para a interpretação de gráficos estatísticos sobre função exponencial, explorando o tripé letramento estatístico, dados reais e resolução de problemas, buscando responder à seguinte problemática: como desenvolver letramento estatístico para interpretação de gráficos que envolvam função exponencial em alunos do ensino médio utilizando dados reais? Teve como objetivo geral modelar, desenvolver, aplicar e avaliar produto educacional para a interpretação de gráficos de função exponencial a partir de dados reais. Para tanto, partiu da exploração de modelos aplicados na saúde, como aqueles aplicados na disseminação de organismos patógenos entre a população, a exemplo do vírus Sars-Cov2. Explorando outras aplicações do modelo matemático, investigou também o campo da biologia, na relação presa e predador, e na Matemática financeira, quando analisou o rendimento das criptomoedas. Fundamentou suas reflexões na premissa de que a Matemática, conforme preconiza a Base Nacional Comum Curricular, deve estar voltada à resolução de problemas reais, o que evidencia a sua importância na formação escolar. Assim, buscou-se analisar as orientações deste documento quanto à resolução de problemas a partir de dados reais, ao letramento estatístico e à utilização da tecnologia como instrumento de ensino. As reflexões encontram amparo em Vygotsky, e na teoria do socio interacionismo. O estudo de campo efetivou-se por meio da criação, desenvolvimento e aplicação de um produto educacional explorando o tripé apresentado. O produto educacional consistiu na criação de um site, com foco nas funções exponenciais, e sua aplicação ocorreu por meio do desenvolvimento de uma sequência didática aplicada a estudantes do primeiro ano do ensino médio, de uma escola pública localizada no município de Soledade, região Norte do Rio Grande do Sul. O tratamento dos dados coletados ocorreu de forma quali e quantitativa, a partir dos pressupostos da análise de conteúdo de Bardin, utilizando o software NVivo; as fontes de análise foram textos resultantes da transcrição de encontros, relatando a aplicação da sequência didática e a avaliação dos alunos. A submissão dos textos ao software gerou quatro categorias de análise: dificuldade dos alunos, protagonismo dos alunos, Matemática e funções exponenciais e produto educacional e sequência didática. Os resultados obtidos permitiram concluir a eficácia da relação entre letramento estatístico, dados reais e resolução de problemas no ensino da Matemática. O produto educacional está disponível no site do programa, no portal dos produtos educacionais do PPGECM e no portal EduCapes <https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/742159>.

Palavras-chave: Funções exponenciais. Letramento estatístico. Matemática aplicada à realidade. Resolução de problemas.

ABSTRACT

The present study addresses the use of real data for the interpretation of statistical graphs on exponential function, exploring the tripod statistical literacy, real data, and problem-solving, seeking to answer the following problem: how to develop statistical literacy for the interpretation of graphs involving exponential function in high school students using real data? Its general objective was to model, develop, apply, and evaluate educational products for the interpretation of exponential function graphs from real data. To this end, it started from the exploration of models applied in health, such as those applied in the dissemination of pathogenic organisms among the population, such as the Sars-Cov2 virus. Exploring other applications of the mathematical model, he also investigated the field of biology, in the relationship between prey and predator, and in financial mathematics, when he analyzed the yield of cryptocurrencies. He based his reflections on the premise that mathematics, as recommended by the National Common Curricular Base, should be focused on solving real problems, which highlights its importance in school education. Thus, we sought to analyze the guidelines of this document regarding the resolution of problems from real data, statistical literacy, and the use of technology as a teaching tool. The reflections find support in Vygotsky, and in the theory of socio-interactionism. The field study was carried out through the creation, development, and application of an educational product exploring the tripod presented. The educational product consisted of the creation of a website, focusing on exponential functions, and its application occurred through the development of a didactic sequence applied to students in the first year of high school, from a public school located in the municipality of Soledade, the northern region of Rio Grande do Sul. The treatment of the collected data occurred in a qualitative quantitative way, based on the assumptions of Bardin's content analysis, using the NVivo software; The sources of analysis were texts resulting from the transcription of meetings, reporting the application of the didactic sequence and the evaluation of the students. The submission of the texts to the software generated four categories of analysis: students' difficulty, students' protagonist, mathematics, and exponential functions, and educational product and didactic sequence. The results obtained allowed to conclude the effectiveness of the relationship between statistical literacy, real data, and problem-solving in the teaching of mathematics. The educational product is available on the program's website, on the PPGECM educational products portal, and on the EduCapes portal <https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/742159>.

Keywords: Exponential functions. Statistical literacy. Mathematics is applied to reality. Troubleshooting.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Trabalhos sobre letramento estatístico na plataforma Scielo	32
Quadro 2 - Trabalhos sobre letramento estatístico no portal Capes	33
Quadro 3 - Habilidades Matemáticas propostas pela BNCC correlatas ao ensino das funções exponenciais	35
Quadro 4 - Número de encontro e síntese das atividades.....	56
Quadro 5 - Taxa de reprodução básica igual a 3	61
Quadro 6 - Taxa de reprodução básica	89
Quadro 7 - Coeficientes de correlação linear de Pearson entre as categorias definidas para analisar os textos 1 e 2	110

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Tripé do letramento estatístico.....	18
Figura 2 - Temas contemporâneos transversais.....	21
Figura 3 - Casos e óbitos de covid-19, por países, até setembro de 2022.....	29
Figura 4 - Casos e óbitos de covid-19, por Estado, até setembro de 2022.....	30
Figura 5 - Exemplo de gráfico com curva exponencial.....	39
Figura 6 - Propriedades da função exponencial.....	40
Figura 7 - Evolução dos óbitos por covid-19 no Brasil, período 3/2020 a 6/2021.....	43
Figura 8 - Evolução de ocupação de leitos por covid-19.....	43
Figura 9 - Situação epidemiológica do país em meados de abril de 2022.....	44
Figura 10 - Características do predador.....	46
Figura 11 - Padrão básico de oscilação numérica predador presa.....	46
Figura 12 - Curva de crescimento de protozoários.....	47
Figura 13 - Tipos de mercado financeiro.....	48
Figura 14 - Taxa de remuneração da poupança a partir de 2012.....	49
Figura 15 - Variação de dinheiro investido na poupança por juros compostos.....	49
Figura 16 - Tecnologias das moedas digitais.....	51
Figura 17 - Exemplo de nuvem de palavras, utilizando o aplicativo <i>Mentimeter</i>	59
Figura 18 - Exemplo de nuvem de palavras mais repetidas em destaque.....	59
Figura 19 - Modelo de propagação de vírus.....	65
Figura 20 - Modelo Kemp.....	66
Figura 21 - Layout do produto educacional.....	68
Figura 22 - Página inicial do produto educacional.....	68
Figura 23 - Menu Funções Exponenciais.....	69
Figura 24 - Vídeos sobre crescimento exponencial.....	70
Figura 25 - Menu Áreas de Aplicação das funções exponenciais.....	71
Figura 26 - Menu Simuladores.....	72
Figura 27 - Valores definidos para representatividade do comportamento exponencial.....	73
Figura 28 - Exemplo de simulação: curva padrão e curva estimada covid-19.....	73
Figura 29 - Curva padrão versus curva estimada no crescimento da curva covid-19.....	74
Figura 30 - Curva padrão versus curva estimada na relação presa x predador.....	75
Figura 31 - Crescimento de criptomoeda por curva padrão e estimada.....	76
Figura 32 - Curva padrão versus curva estimada no crescimento de bactérias.....	76

Figura 33 - “Onde a Matemática está presente em nosso dia a dia?”	79
Figura 34 - Como a Matemática foi fundamental para acompanhar a evolução da pandemia da covid-19?	80
Figura 35 - Slide convite para assistir a vídeo	81
Figura 36 - Onde a Matemática está presente em nossas vidas?	82
Figura 37 - Cena do documentário “Gripe Espanhola: mortos esquecidos”	84
Figura 38 - Documentário “Gripe Espanhola: a pandemia que varreu o mundo”	86
Figura 39 - Alunos em atividade de leitura de texto	87
Figura 40 - Construção das redes no quadro	90
Figura 41 - Casos acumulados de covid-19 no Brasil por data de notificação.....	91
Figura 42 - Pesquisa e interação no protagonismo da aprendizagem.....	92
Figura 43 - Trabalhos realizados pelos alunos	94
Figura 44 - Simulação feita pelos alunos no site do tesouro direto.....	96
Figura 45 - Trabalho dos alunos sobre a evolução temporal do coronavírus	97
Figura 46 - Imagem da construção dos gráficos no aplicativo <i>Geogebra</i>	98
Figura 47 - Dinâmica sobre disseminação de <i>fake news</i>	100
Figura 48 - Trabalhos realizados pelos alunos sobre funções exponenciais	102
Figura 49 - Imagens do encontro.....	104
Figura 50 - Produção de <i>storyboard</i> pelos alunos	106
Figura 51 - Frequência das palavras	110
Figura 52 - Nós em cluster a partir dos relatos do professor acerca da aplicação do produto educacional.....	111
Figura 53 - Nós em cluster a partir do Texto 2, contemplando as avaliações dos alunos acerca do produto educacional.....	112
Figura 54 - Hierarquia das categorias emergentes segundo perspectiva do professor	113
Figura 55 - Hierarquia das categorias emergentes segundo a perspectiva dos alunos	114

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	14
2	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, DADOS REAIS E LETRAMENTO ESTATÍSTICO NO ENSINO DA MATEMÁTICA	18
2.1	Temáticas cotidianas: diálogos a partir da BNCC	19
2.2	Resolução de problemas à luz das contribuições de Vygotsky	21
2.3	Letramento estatístico: tratamento à informação possibilitado pelo pensamento matemático	26
3	LETRAMENTO ESTATÍSTICO PAUTADO NAS FUNÇÕES EXPONENCIAIS.....	32
3.1	O letramento matemático na literatura	32
3.2	A resolução de problemas possibilitada pela tecnologia	34
3.3	s funções exponenciais na perspectiva do letramento matemático	38
3.4	As funções exponenciais na resolução de problemas reais.....	40
<i>3.4.1</i>	<i>As funções exponenciais no campo da saúde</i>	<i>40</i>
<i>3.4.2</i>	<i>A aplicação das funções exponenciais no campo da biologia</i>	<i>45</i>
<i>3.4.3</i>	<i>As funções exponenciais e sua aplicação no mundo financeiro.....</i>	<i>48</i>
4	METODOLOGIA.....	52
4.1	Caracterização da pesquisa	52
4.2	Contexto de aplicação.....	52
4.3	População.....	53
4.4	Procedimentos para coleta e análise de dados	54
4.5	Materiais utilizados	55
4.6	Lócus de aplicação do produto	55
5	SEQUÊNCIA DIDÁTICA	57
5.1	Proposição do primeiro encontro: aplicação da Matemática no nosso dia a dia	57
5.2	Proposição do segundo encontro: fatos históricos relacionados à pandemia de 1918	60
5.3	Proposição do terceiro encontro: explorando a relação entre covid-19 e o crescimento exponencial.....	60
5.4	Proposição do quarto encontro: entendendo a taxa de reprodução básica do vírus.....	61

5.5	Proposição do quinto encontro: apresentação dos trabalhos e exploração das funções exponenciais em outros contextos	62
5.6	Proposição do sexto encontro: dinâmica das <i>fake news</i> , e construção do gráfico da função exponencial com uso do aplicativo <i>Geogebra</i>	63
5.7	Proposição dos sétimo e oitavo encontros: explorando o site Matemática Exponencial	64
5.8	Proposição dos nono e décimo encontros: avaliação dos encontros.....	64
6	DESCRIÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL	66
7	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	78
7.1	Relatório de Aplicação do Produto Educacional	78
7.1.1	Relatório do primeiro encontro	78
7.1.2	Relatório do segundo encontro.....	84
7.1.3	Relatório do terceiro encontro	86
7.1.4	Relatório do quarto encontro	88
7.1.5	Relatório do quinto encontro.....	93
7.1.6	Relatório do sexto encontro.....	99
7.1.7	Relatório do sétimo e oitavo encontros	102
7.1.8	Relatório do nono encontro	105
7.1.9	Relatório do décimo encontro	106
7.2	Análise da Sequência Didática e da Aplicação do Produto Educacional	109
7.3	Resultados da Sequência Didática e da Aplicação do Produto Educacional	109
7.4	Matemática e funções exponenciais	113
7.4.1	Protagonismo dos alunos	115
7.4.2	Falta de conhecimento.....	115
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS	117
	REFERÊNCIAS	121
	APÊNDICE A - Slides de apresentação: A Matemática em nossa vida	126
	APÊNDICE B - Texto de apoio referente ao 3º encontro, sobre a relação entre covid-19 e o crescimento exponencial	128
	APÊNDICE C - Texto de apoio referente ao 4º encontro, abordando a comparação entre covid e o sarampo	129
	APÊNDICE D - Texto de apoio referente ao 5º encontro, sobre disseminação de <i>fake news</i>	130
	APÊNDICE E - Texto de apoio: conceitos referentes às funções exponenciais	131

ANEXO A - Termo de Autorização da Escola.....	134
ANEXO B - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.....	135

1 INTRODUÇÃO

O estudo sempre teve muita importância na minha vida pessoal; sempre fui uma aluna dedicada e muito esforçada. Provinda de família humilde, vislumbrava nos estudos um meio de ascensão para o meu crescimento intelectual e profissional. Foi no Ensino Médio que meu interesse pelas disciplinas que envolviam cálculo despertou; porém foi no 2º ano, pela influência da minha professora que me apaixonei pela Matemática, e desde então, projetei meu percurso profissional: entraria no magistério e atuaria como educadora nessa área.

Cursei Matemática - LP na Universidade de Passo Fundo; com muito empenho, concluí minha graduação e, após dois anos, iniciei minha jornada na Educação Pública, com muita expectativa e entusiasmo para colocar em prática o que havia estudado na faculdade. No começo, fiquei frustrada, pois me deparei com uma realidade muito diferente do que esperava. Tive muita dificuldade para trabalhar com os alunos, devido a fatores como o baixo desempenho escolar, a falta de interesse e a indisciplina. Contudo, com o decorrer do tempo, fui amadurecendo, ganhando experiência, e aprendendo a lidar melhor com as incitações que o ser educador implica. Hoje, me sinto uma profissional mais preparada para enfrentar os desafios da educação, mas ainda vejo a necessidade de continuar estudando e me aprimorando, pois a busca pelo conhecimento nunca deve cessar, por se tratar de um processo contínuo.

Nesse sentido, ao concluir o curso de Mestrado, percebo a necessidade de propor e executar uma proposta de trabalho que vá ao encontro das minhas aspirações pessoais e profissionais. A criação de um produto educacional capaz de contemplar a aplicação da Matemática a situações reais, de modo a promover o letramento estatístico, representa uma ação inovadora dentro da minha prática pedagógica, e exige a superação de muitos desafios, mas resulta na obtenção de um recurso que ultrapassa as barreiras do livro didático e das aulas corriqueiras. A utilização dos recursos tecnológicos, tão essenciais hoje à sociedade, representa a sua inegável contribuição à educação, que não pode permanecer inerte às evoluções científicas do século XXI.

Acredito que, como educadores, devemos buscar alternativas para melhorar o desenvolvimento da educação e conseguir ajudar os estudantes- seja no ensino público ou privado, básico ou superior a melhorar- a qualificar o seu desempenho escolar e incentivá-los a estudar, fazendo com que desenvolvam seu potencial, sendo sujeitos da sua aprendizagem para que interajam, de forma crítica e criativa, com o mundo que está em constante transformação,

O ensino eficaz e eficiente da Matemática representa um desafio para a sociedade brasileira. Avaliações do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes - Pisa - revelam resultados bastante insatisfatórios atingidos pelo país; 68,1% dos estudantes brasileiros, com 15 anos de idade, não possuem nível básico de Matemática, o mínimo para o exercício pleno da cidadania. O desempenho em Matemática figura entre o 69º e o 72º lugar entre os 78 países que participam da avaliação. Esses fatos escancaram a necessidade de se buscar a qualificação do ensino da Matemática, de modo a contemplar os critérios necessários para superar esses déficits, que também aparecem na leitura e no ensino de ciências.

Partindo de tais apontamentos, este estudo se justifica pela importância de o professor de Matemática propor reflexões sobre o seu processo de ensino-aprendizagem, e sua contribuição para a formação cognitiva do estudante. Para tanto, torna-se fundamental tomar como referência a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Médio, cuja redação orienta para a inter-relação da aprendizagem em uma visão integrada da Matemática na perspectiva de sua aplicação à realidade.

Entre as inúmeras situações em que a Matemática se faz presente, menciona-se a sua aplicação na resolução de situações reais quando foi amplamente evidenciada no tratamento à informação durante a pandemia da covid-19, que colocou o mundo todo em alerta devido aos riscos de contaminação, complicações e óbitos. Tais informações, divulgadas pelos diversos meios de comunicação, apresentavam, entre as suas finalidades, a conscientização da população diante da necessidade de cuidados na ação de um vírus altamente contagioso, que se propaga em escalas exponenciais, assumindo um padrão de comportamento entre a população.

Para compreender as projeções de comportamento de um organismo patogênico, entre eles os vírus, Lluch (2021) explica a existência de um parâmetro matemático utilizado pela ciência, conhecido como taxa de reprodução básica: o R_0 . Essa taxa representa o número médio de novos casos que um caso positivo gera durante um período de infecção, e varia para cada organismo patogênico, sendo que, quanto maior for essa taxa, maior será o seu potencial de contaminação. O R_0 da variante inicial de Wuhan, na China, era de 2,5, o que significa que cada pessoa infectada contaminaria, em média, 2,5 pessoas, o que representa um crescimento exponencial. À medida que se espalhou entre os humanos, o vírus foi sofrendo alterações e dando origem a variantes, com taxas de reprodução diferenciadas. A variante Alpha apresentou um R_0 de 3; a Delta apresentou R_0 de 7, e a Ômicron tem R_0 10, o que confirma a essencialidade de redução do R_0 por meio de medidas de confinamento ou quarentena (LLUCH, 2021).

Desse modo, ressalta-se que as projeções acerca do comportamento epidemiológico de determinado organismo são realizadas a partir de cálculos matemáticos que consideram a taxa de reprodução básica desse organismo, permitindo projeções diante de cenários sem isolamento, e com isolamento social. Um dos problemas a serem enfrentados pelas autoridades esteve relacionado à real percepção da população acerca dos dados divulgados, o que contribuiria, de forma determinante, para a adoção de uma conduta adequada por cada indivíduo diante do risco.

Esse cenário colocou em evidência a necessidade de aprimoramento de competências relacionadas ao ensino da Matemática no Ensino Médio, de onde emerge o problema desta pesquisa, tais como a aplicação da Matemática na solução de problemas emergentes no contexto social, de maneira ética e eficaz, e a interpretação de situações em diversos contextos. Diante de tais apontamentos, partiu-se do seguinte problema de pesquisa: como desenvolver letramento estatístico para interpretação de gráficos que envolvam função exponencial em alunos do Ensino Médio utilizando dados reais?

Partindo de tal problemática, o estudo ora proposto teve como objetivo modelar, desenvolver, aplicar e avaliar produto educacional para a interpretação de gráficos aplicando a função exponencial a partir de dados reais. De forma específica, objetivou-se também: avaliar como o letramento estatístico possibilita a compreensão da realidade na qual o educando está inserido; analisar se dados reais são capazes de promover uma aprendizagem estatística crítica e com significado; avaliar o uso de dados reais para o letramento estatístico com relação à função exponencial.

Nesse sentido, o presente estudo direciona suas reflexões à especificidade das funções exponenciais e sua aplicação no cotidiano das pessoas. Considera a necessidade de oportunizar aos estudantes atividades que desencadeiam a compreensão e utilização de gráficos envolvendo função exponencial como forma de registro de representação Matemática. Parte da premissa de que as funções exponenciais estão presentes em situações diversas, nos mais variados campos das ciências que envolvem o tratamento à informação, como a apresentação e interpretação dos dados sobre a covid-19. O tratamento dos dados sobre essa doença e suas variantes foi essencial para o acompanhamento da evolução de seu quadro por autoridades, cientistas, médicos e sanitaristas em diversos países, servindo como instrumento primordial ao planejamento e execução de políticas sanitárias voltadas ao controle da epidemia. A utilização desse instrumento também foi essencial para a busca da conscientização da população em relação aos riscos de contágio e transmissão em escala exponencial.

O exemplo citado de aplicação das funções exponenciais a partir do uso de dados reais para interpretação de gráficos estatísticos representa apenas uma situação entre as mais diversas aplicações possíveis deste objeto do conhecimento, e evidencia como a Matemática está presente em diversas situações do contexto social. No entorno desse apontamento, o presente estudo explorou ainda a aplicação dos conceitos matemáticos referentes às funções exponenciais na relação presa versus predador, no mercado financeiro e rendimento das criptomoedas, e no campo da biologia. Todas as ações propostas estiveram voltadas à resolução de problemas com base em dados reais, mediada pela ação, pela interação, e pela tecnologia.

Ao propor a relação entre análise de dados reais e a possibilidade de promoção de uma aprendizagem significativa crítica, este estudo vai ao encontro de Vygotsky, em cuja teoria se encontra um arcabouço de conceitos amplamente difundidos na educação. Entre esses conceitos, a concepção sociointeracionista, que considera que a formação do sujeito ocorre por meio de uma relação dialética entre esse sujeito e a sociedade que o cerca: o homem modifica o ambiente, e o ambiente o modifica. Contemplado sob esse enfoque, o ensino da Matemática, ao colocar o aluno em uma posição dialógica com a realidade, amplia o seu significado para a formação do sujeito, contribuindo, de forma determinante, para o desenvolvimento da criticidade.

Assim, cabe ao professor de Matemática o planejamento de atividades capazes de desafiar o aluno para a construção de uma aprendizagem efetiva, muito além de somente trabalhar conceitos teóricos das funções exponenciais. Para tanto, a adoção de mecanismos de simulação que exemplifiquem o crescimento da função exponencial pode representar uma importante alternativa nessa construção, à medida que promove a vivência, reflexão, experimentação, resolução de problemas e utilização das tecnologias como procedimentos de ensino e aprendizagem. Além disso, evidencia-se a importância da contextualização dos conteúdos matemáticos, o que ocorre por meio da exploração de temáticas por meio de sequências didáticas que oportunizam atividades de coletas de informações, sínteses, análises e conclusões.

Realizados tais apontamentos iniciais, a redação deste estudo está estruturada da seguinte maneira: inicialmente, se abordam teorias referentes à temática proposta, onde se amparam as análises dos dados coletados. Posteriormente, se descreve a metodologia utilizada, descrevendo-se as etapas da construção. Na sequência, se descreve a sequência didática e o produto educacional propostos; por fim, se apresenta a análise das informações coletadas, adotando-se um enfoque qualitativo.

2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, DADOS REAIS E LETRAMENTO ESTATÍSTICO NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Discorre-se acerca de referenciais pedagógicos que abordam o ensino da Matemática na Educação Básica e, de forma mais específica, no Ensino Médio. Entre os referenciais contemplados neste estudo, aborda-se, inicialmente, a resolução de problemas para a conquista do letramento estatístico. A resolução de problemas é conceito que perpassa o texto da BNCC, estando relacionada à aprendizagem com significado e ao letramento estatístico. Partindo das diretrizes curriculares propostas no referido documento, apresenta-se a interlocução entre as referidas diretrizes e a teoria de Vygotsky. Por fim, se aborda o exemplo das funções exponenciais aplicadas à resolução de problemas reais, como a compreensão do padrão de comportamento do vírus Sars-CoV-2 para o controle da pandemia. A Figura 1 mostra as três ideias no entorno das quais o presente estudo se desenvolve:

Figura 1 - Tripé do letramento estatístico



Fonte: Autora, 2023.

Observa-se uma relação de interdependência e/ou interconexão entre as expressões letramento estatístico, dados reais e resolução de problemas. Nessa engrenagem, o letramento estatístico é construído a partir de habilidades e/ou conhecimentos que se movem e dialogam entre si dentro de um contexto.

2.1 Temáticas cotidianas: diálogos a partir da BNCC

O presente estudo teve como um de seus aportes teóricos a BNCC, implantada no ano de 2018. O referido documento é descrito no texto que o introduz como um documento normativo, “que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da educação básica”. O documento vai ao encontro do Plano Nacional de Educação (PNE), e busca assegurar os direitos de aprendizagem e desenvolvimento do estudante (BRASIL, 2018, p. 7).

Ou seja, se trata de um conjunto organizado de aprendizagens, que ocorrem de maneira gradual e sucessiva, garantindo a articulação entre esses diversos saberes. O conceito de aprendizagem com significado, visando à prática social, ganha relevância nas propostas apresentadas. O desenvolvimento de competências necessárias à resolução de problemas do cotidiano do aluno deve direcionar as ações da escola no decorrer da educação básica nos mais variados componentes curriculares. Tal entendimento está explícito na segunda competência geral da Educação Básica, que estabelece, entre as habilidades a serem adquiridas, a capacidade de recorrer à abordagem própria das ciências na investigação de causas, elaboração e testagem de hipóteses, formulação e resolução de problemas e busca de soluções (BRASIL, 2018).

Chama a atenção, entre as competências específicas da Matemática propostas para o Ensino Fundamental, o seu reconhecimento enquanto ciência humana, viva, voltada ao atendimento das necessidades e preocupações da sociedade (BRASIL, 2018). Trata-se de uma inovação na concepção da Matemática outrora adotada pela escola tradicional, tratada apenas como uma ciência exata. Assim, a Matemática deve ser abordada por meio de uma metodologia que organize a construção do conhecimento científico. Sob esse prisma, a BNCC menciona a investigação, a argumentação, a observação de aspectos qualitativos e quantitativos, a busca de soluções, a interpretação, a avaliação crítica, entre outros processos que norteiam o saber científico como práticas a serem adotadas no ensino fundamental.

Na etapa do Ensino Médio, o desenvolvimento das competências deve dar continuidade às proposições do Ensino Fundamental, com o objetivo de consolidação, aprofundamento e ampliação das capacidades desenvolvidas para a resolução de problemas mais complexos, onde grau mais elevado de reflexão e abstração é necessário. A integração da Matemática às outras áreas do conhecimento e sua aplicação à realidade são necessidades apontadas pelo documento também nessa etapa da escolarização, atentando para práticas de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas (BRASIL, 2018). Nessa

etapa do ensino, a Base apresenta, entre as competências a serem adquiridas, a utilização de estratégias, conceitos e procedimentos para interpretação de situações em diversos contextos, de modo a aplicar os conhecimentos produzidos na área das Ciências da Natureza e Humanas, abordando “[...] questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral” (BRASIL, 2018, p. 531).

A competência supramencionada exemplifica, com exatidão, a aplicação das funções exponenciais na investigação de problemas como a pandemia da covid-19, cujos gráficos construídos a partir do tratamento à informação foram fundamentais, guiando as decisões de maneira ética e responsável para o controle da epidemia e previsibilidade dos recursos necessários ao seu enfrentamento. Tal competência está relacionada à capacidade de proposição ou participação em

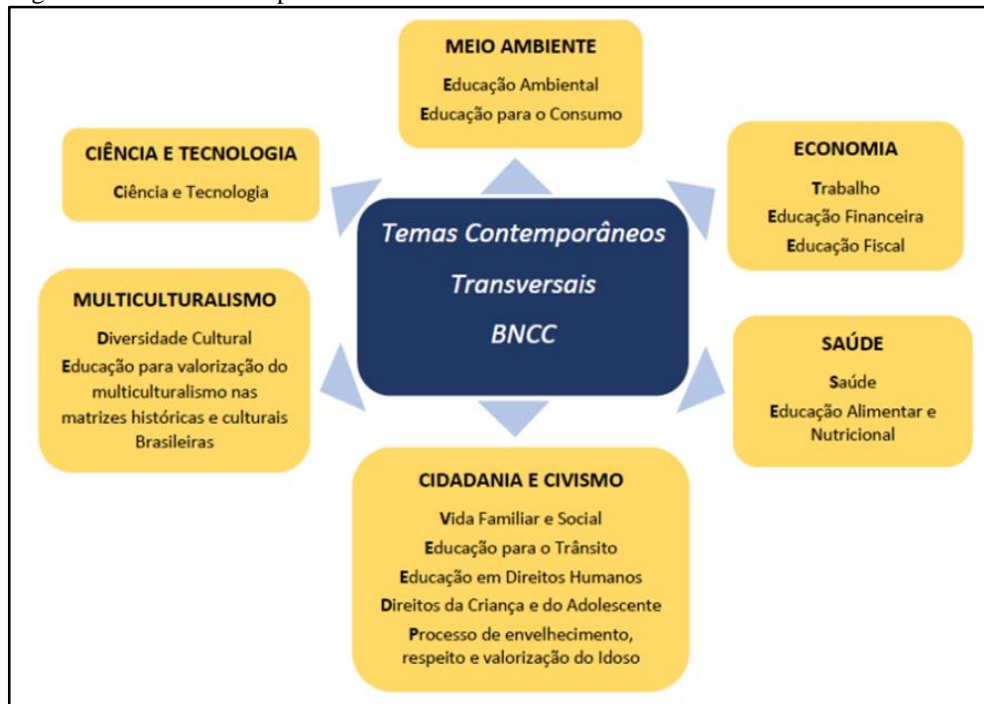
[...] ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática (BRASIL, 2018, p. 531).

Nessa mesma toada, merece destaque também a competência matemática que propõe a compreensão e utilização de diferentes registros de representação “na busca de solução e comunicação de resultados de problemas”. Entre esses diferentes tipos de registros, mencionam-se a álgebra, a geometria, a estatística, e computação, entre outros (BRASIL, 2018, p. 531). Nesse ponto da discussão ora em voga, apresentam-se os temas transversais contemporâneos propostos pela BNCC, como forma de estabelecer a unidade do trabalho pedagógico por meio da abordagem de temas diversos inseridos no contexto social do aluno, nas áreas diversas do conhecimento. A metodologia de trabalho a partir da exploração dos temas transversais está baseada em quatro pilares: problematização da realidade e das situações de aprendizagem; superação da concepção fragmentada do conhecimento para uma visão sistêmica; integração das habilidades e competências curriculares à resolução de problemas; promoção de um processo educativo continuado e do conhecimento como uma construção coletiva (BRASIL, 2018).

Segundo se verifica também entre os temas transversais, a resolução de problemas emerge como prática de ensino. Todos os pilares apresentados encontram respaldo em Vygotsky, ao considerar a importância da realidade como referência curricular, a visão integrada do conhecimento, a aprendizagem enquanto processo e o conhecimento enquanto

construção coletiva e, portanto, efetivada pela integração. Os seis temas contemporâneos propostos sob o enfoque da transversalidade são expostos na Figura 2.

Figura 2 - Temas contemporâneos transversais



Fonte: Brasil, 2018.

Conforme a BNCC, os temas apresentados devem ser abordados de maneira transversal, ou seja, transpondo todas as áreas do conhecimento, em todos os componentes curriculares, o que contribui para uma visão do ensino enquanto uma unidade. Ao longo da redação da Base, conceitos pedagógicos construídos desde muito tempo são colocados em evidência. Assim, verifica-se que, no arcabouço de referenciais da BNCC que orientam a produção do conhecimento científico emerge, no campo da Matemática, a metodologia de resolução de problemas.

2.2 Resolução de problemas à luz das contribuições de Vygotsky

As reflexões sobre a resolução de problemas encontram amparo em Vygotsky e na teoria do desenvolvimento proximal concebida pelo estudioso. A vasta produção de Vygotsky, fruto de vivências bastante diferenciadas, poderia sugerir a leitores desatentos ou desavisados de sua importância para a pedagogia uma abordagem superficial acerca de temas difusos. Contudo, uma análise mais cuidadosa de sua produção permite afirmar que essa variedade tem o mesmo fio condutor em todas as suas pesquisas: o desenvolvimento da

aprendizagem. De acordo com Morais e Onuchic (2021) teorias pedagógicas surgem ancoradas por teorias psicológicas, justificadas pela complexidade da aprendizagem. Discorre-se que teorias psicológicas e pedagógicas surgidas no final do século XIX e vigentes no século XX auxiliam na compreensão da incorporação ou não de novas teorias no contexto atual da educação.

Oliveira (1997) relata a busca pela construção de uma nova psicologia por Vygotsky, baseado na crença de que as concepções existentes até então não eram mais suficientes para uma nova sociedade que emergia. Essa nova psicologia deveria representar uma síntese entre duas tendências que prevaleciam na época pós-revolução: a psicologia como ciência natural e a psicologia como ciência mental. A primeira tendência abordava o homem basicamente como um corpo, aproximando-se da psicologia experimental; a segunda tendência tomava o homem como mente, consciência e espírito. A concepção de Vygotsky e seus seguidores integra uma nova ideia: o homem enquanto corpo e mente; enquanto ser biológico e social. Essa síntese inaugura três ideias consideradas estruturantes na sua produção científica, a saber: os aspectos biológicos constituem-se como suporte às funções psicológicas; as funções sociais fundamentam o funcionamento psicológico; sistemas simbólicos mediam a relação homem e mundo (OLIVEIRA, 1997).

No enfoque das concepções vigotskianas, o estudo de Chaiklin (2011) acerca da Zona de Desenvolvimento Próximo¹ (ZDP) identifica, na análise de Vygotsky, a necessidade de explorar uma teoria da aprendizagem capaz de explicar o desenvolvimento das capacidades intelectuais. Ao analisar a teoria do desenvolvimento proximal, o autor constata que se trata de um tema que apresenta concepções comuns, muitas vezes superficiais, entre as quais é possível identificar o entendimento de que se trata da interação basicamente composta por três elementos: uma tarefa a ser realizada, uma pessoa menos competente, e uma pessoa mais competente. Em uma compreensão simplista, essa interação seria capaz de promover o nível de competência do aprendiz, tornando-o eficiente na resolução da tarefa proposta. Nesse entendimento, três pressupostos são apontados: da generalidade, da assistência e do potencial. O primeiro pressuposto considera que a teoria pode ser aplicável a diversas situações; o segundo, considera a necessidade de intervenção de alguém mais competente; o terceiro pressuposto seria uma propriedade do aprendiz, sua condição e/ou prontidão para aprender (CHAIKLIN, 2011).

¹ A Zona de Desenvolvimento Próximo ou Zona de Desenvolvimento Proximal, segundo a teoria de Vygotsky consiste na distância entre o que a criança consegue fazer sozinha, de forma autônoma, e aquilo que ela necessita de ajuda para conseguir realizar.

Recusando esse entendimento comum muitas vezes adotado, destaca-se a existência de uma crítica, pautada na constatação de uma visão de perfeição educacional que reside nesse entendimento, quando bastaria a submissão dos elementos envolvidos na interação para a efetivação da aprendizagem. Contrariando de forma veemente o senso comum, Chaiklin (2011) coloca em discussão o pressuposto da generalidade da teoria, defendendo que o uso do termo ‘desenvolvimento’ considera que o conceito de ZDP está relacionado ao desenvolvimento integral do aluno, e não à capacidade de execução de determinada tarefa. Quanto ao pressuposto da assistência, ressalta-se que o ato de interação não exige, necessariamente, a existência de alguém mais competente; o importante é compreender o significado da assistência em relação à aprendizagem e desenvolvimento da criança, de modo que a criança aprenda com seus pares. Quanto ao pressuposto do potencial adotado pelo senso comum, Chaiklin (2011) pondera que, para Vygotsky, não se trata da capacidade de aprendizagem, mas da existência de certas funções em maturação, alvos de uma intervenção significativa.

Montealegre (2011) discorre que a ZDP expõe aquelas funções que estão em processo de maturação e auxiliam em seu desenvolvimento por meio do estímulo de uma série de processos evolutivos internos que entram em operação nas atividades de interação. Estabelecendo associações entre a teoria de Vygotsky apresentada e a resolução de problemas enquanto metodologia de ensino no enfoque dessa reflexão, destaca-se a sua contribuição nos mais variados aspectos mencionados, entre os quais se destaca: o sujeito integral, constituído por corpo e mente; a importância do contexto social para o desenvolvimento da aprendizagem; a aprendizagem como processo construído por interações entre condições do ambiente e entre pares; a importância de intervenções significativas para o desenvolvimento das funções em maturação; o homem como produto de um processo sócio-histórico.

Bonilha e Vidigal (2016) discorrem acerca da resolução de problemas nas aulas de Matemática expondo diferentes enfoques sob os quais o tema foi abordado ao longo do tempo. Tal explicação é de suma importância para se esclarecer qual desses enfoques estará em evidência neste estudo, alinhado aos documentos curriculares que devem embasar a prática pedagógica contemporânea. Em uma primeira concepção, a resolução de problemas adotada pelo ensino tradicional no Brasil até os anos 60 é compreendida como o objetivo do ensino da Matemática, ou seja, a escola desenvolve conceitos, técnicas e procedimentos para que, ao final do processo de aquisição dessas habilidades, o aluno esteja apto à resolução de problemas propostos. No enfoque dessa concepção, a resolução de problemas é apresentada como resultado do saber matemático, e a Matemática se torna importante em si mesma. Logo,

não há a preocupação da aplicação da Matemática na solução de problemas cotidianos (BONILHA; VIDIGAL, 2016). Na segunda concepção de resolução de problemas apresentada, a atenção docente está voltada aos processos ou procedimentos utilizados pelos estudantes, de modo que o foco está nessas estratégias, de modo que a resposta se torna menos relevante. Há a recomendação de passos a serem seguidos por todos os alunos, a fim de se chegar ao resultado. A Matemática é aprendida por meio de modelos (BONILHA; VIDIGAL, 2016).

A terceira concepção que dominou o ensino da Matemática a partir dos anos 70 considera que a resolução de problemas deve ser uma competência básica do aluno, como condição de inserção no mundo do conhecimento e do trabalho. Enfatiza-se tanto os problemas tradicionais, quanto os diversos tipos de situações-problema, bem como métodos e estratégias de resolução (BONILHA; VIDIGAL, 2016). Segundo Allevato e Onuchic (2021) a resolução de problemas ganha ênfase nos anos 80, quando o Construtivismo, a Psicologia Cognitiva e a teoria sociocultural de Vygotsky eram as teorias da aprendizagem que interferiam no pensamento pedagógico da época, cujo foco estava voltado à aprendizagem Matemática.

Os anos 90 introduzem no Brasil uma nova concepção: a resolução de problemas enquanto metodologia de ensino. Nessa metodologia, destacam-se algumas práticas, tais como: problema detonador ou desafio, problemas abertos; problematização ou formulação de problemas em projetos, modelagem ou ensino por projetos (BONILHA; VIDIGAL, 2016). Por fim, apresenta-se a concepção de resolução de problemas denominada Perspectiva Metodológica da Resolução de Problemas. Tal concepção é ainda mais abrangente que a simples concepção de metodologia, pois considera que o ensino abrange aspectos que vão muito além da metodologia: exige a adoção de uma concepção do significado de ensinar e aprender, e por que ensinar. Essa perspectiva está pautada na investigação e no inconformismo por meio da problematização, rompendo com a resolução tradicional. Na resolução de problemas de forma tradicional estão envolvidas duas ações centrais: a proposição do problema pelo professor ou pelo material didático, e a busca de resolução pelos alunos. Na Perspectiva Metodológica de Resolução de Problemas destaca-se, pelo menos, quatro ações que incluem, além das ações já mencionadas na resolução tradicional: o questionamento das respostas obtidas, e o questionamento da própria situação inicial. Evidencia-se a essencialidade do planejamento das situações-problema e das questões que orientam a reflexão acerca das respostas obtidas. Problema é, nessa concepção, toda a situação que pode ser problematizada, e não possui solução evidente, exigindo a combinação

de conhecimentos e decisão acerca de como utilizar esses conhecimentos. Como exemplos de atividades desenvolvidas nessa perspectiva menciona-se; jogos, busca de informações, construções geométricas, resolução de problemas não convencionais e convencionais que permitam a investigação (BONILHA; VIDIGAL, 2016). Ressalta-se que as concepções apresentadas surgiram para contemplar os anseios da educação de determinadas épocas; contudo, uma concepção não anula aquela que a antecedeu, de modo que diferentes visões coexistiram ao longo dos anos, e coexistem na educação contemporânea, resistindo em práticas docentes ainda adotadas, bem como em materiais didáticos propostos (BONILHA; VIDIGAL, 2016).

Em uma linha de pensamento similar à apresentada, Allevato e Onuchic (2021) defendem a existência de três formas de realizar um trabalho fundamentado na resolução de problemas. A primeira delas é o ensino que considera a resolução de problemas como conteúdo, com ênfase nas heurísticas, com a utilização de regras e processos gerais. Segundo Montealegre (2011) os métodos heurísticos constituem-se como estratégias gerais de decisão e resolução, que se baseiam em experiências prévias similares.

A segunda forma de trabalho apontada é o ensino que tem a resolução de problemas como o objetivo. A proposta consiste na resolução de problemas após a introdução de conceitos ou treinos. Por fim, menciona-se o ensino da Matemática através da resolução de problemas, considerando que Matemática e resolução de problemas se constroem de forma mútua e contínua. Essa última forma de ensinar é contemplada na BNCC, quando o referido documento menciona a investigação, o desenvolvimento de projetos e a modelagem como atividades privilegiadas no ensino da Matemática. Em consonância com a teoria do sociointeracionismo de Vygotsky, a resolução de problemas em Matemática pressupõe o envolvimento dos sujeitos- professores e alunos- em comunidades de aprendizagem, visando uma aprendizagem com significado (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021).

Desse modo, ao considerar o contexto enquanto espaço de aprendizagens, resgata-se a teoria Vygotsky e sua abordagem sociointeracionista, que defende a importância do meio e das interações para a aprendizagem. Ao elaborar a teoria da ZDP, Vygotsky considerou que o desenvolvimento prévio e anterior é condição necessária à aprendizagem. Segundo Antunes (2002, p. 28), isso significa que as atividades propostas devem contemplar tanto aquelas que o aluno realiza de maneira autônoma, quanto aquelas que podem ser aprendidas por meio de uma interação, de modo que todos os envolvidos no problema se tornam “[...] agentes do desenvolvimento humano que atuam sobre a ZDP”. Retoma-se, nesse sentido, a aprendizagem enquanto um processo construtivo gradual, significativo e interativo.

2.3 Letramento estatístico: tratamento à informação possibilitado pelo pensamento matemático

A compreensão acerca do significado da expressão “letramento estatístico” é fundamental para que o profissional, consciente desse conceito, realize o planejamento de seu trabalho, de modo a direcionar as suas ações para uma finalidade bastante abrangente. Corbello (2019) discorre que as principais fontes de informações no mundo contemporâneo são abordadas e transmitidas por meio de gráficos e de estatísticas, o que justifica a necessidade do trabalho no entorno da educação estatística para estudantes que serão os futuros consumidores dessas informações, necessárias à tomada de decisões.

Conforme Monteiro e Carvalho (2021), o ensino da estatística foi introduzido como conteúdo curricular no Brasil no ano de 1990 pelos Parâmetros Curriculares Nacionais- PCN, dando início ao desafio de desenvolver a educação estatística e, conseqüentemente, a um processo de mobilização de estudiosos e desenvolvimento de pesquisas no entorno dessa temática. Os referidos autores destacam a dimensão crítica do letramento estatístico e sua contribuição para a promoção de uma participação social consciente e protagonista dos cidadãos. Pautados nas ideias de Paulo Freire, destaca-se a emancipação, em detrimento da opressão e da escravização, e o diálogo, em detrimento da imposição de verdades e técnicas prontas propostas pelo ensino bancário, quando o estudante tem como tarefa a reprodução de fórmulas e procedimentos descontextualizados.

Segundo Gal (2002, apud CORBELLO, 2019), o letramento estatístico exige duas habilidades: capacidade de interpretação e avaliação crítica de uma informação estatística, e capacidade de discussão ou comunicação das suas reações frente essas informações estatísticas, como sua compreensão acerca da informação, suas opiniões sobre as implicações desta informação ou suas considerações sobre a aceitação das conclusões apresentadas. Sob tal enfoque, por letramento, entende-se a aquisição de habilidades necessárias à formulação de um pensamento mais profundo e complexo sobre determinado fenômeno. Está, portanto, relacionado ao contexto, pois deve permitir a aplicação de determinado conhecimento sobre um problema da realidade.

O letramento estatístico esteve no foco de pesquisa documental realizada por Santos (2021), que considerou os resultados das provas das Olimpíadas de Matemática no período de 2005 a 2019. O referido estudo teve como objetivo analisar como o ensino de Estatística vem sendo avaliado do ponto de vista da construção do letramento estatístico nas provas, que foram avaliadas de acordo com os seguintes critérios: níveis de compreensão gráfica, níveis e

compreensão de tabelas e os níveis de letramento estatístico. Acerca das questões propostas, o estudo concluiu: ausência de vínculo entre as mesmas e dados reais, sejam eles advindos de fontes da imprensa ou qualquer outro meio; contextos hipotéticos e pobres de qualquer visão cultural, política e/ou social e, portanto, acríticos.

Lopes (2021) destaca a importância de um processo de ensino e de aprendizagem de estatística que permitam a aquisição de habilidades que possibilitem realizar, compreender e interpretar pesquisas envolvendo dados. Segundo a autora, habilidades de interpretação e conclusão acerca de informações estatísticas pode auxiliar a análise crítica, com argumentação adequada, para resolver problemas emergentes do exercício profissional. A autora estabelece relação entre o pensamento crítico e o letramento estatístico. Segundo defende, o pensamento crítico conduz ao letramento, e vice e versa. A autora problematiza as práticas nas escolas que enfatizam habilidades do pensamento analítico, como analisar, criticar, julgar, avaliar, comparar e contrastar. Com base em Halpern (2006, apud LOPES, 2021) apresenta-se a seguinte taxionomia, constituída como um roteiro de questões que podem nortear para a abordagem estatística de temas diversos, nos mais variados contextos, divididas em dez categorias:

1. Estrutura de pensamento crítico: um conjunto geral de perguntas para guia de pensamento: Qual é o objetivo? Qual(is) habilidade(s) de pensamento auxiliam no alcance do objetivo? Os objetivos foram alcançados?
2. Memória: a aquisição, retenção e recuperação de conhecimento: Como fazer informações abstratas de forma significativa? Como usar o super aprendizado, técnicas de entrevista cognitiva e gatilhos de memória para lembrar e organizar informações? Como desenvolver uma consciência de preconceitos em memória?
3. A relação entre pensamento e linguagem: Como entender e usar o questionamento e as estratégias de escuta? Como reconhecer e defender-se contra o uso de linguagem emocional inadequada? Como escolher e usar organizadores gráficos?
4. Raciocínio: desenho Conclusões dedutivamente válidas: Como discriminar entre raciocínio dedutivo e raciocínio indutivo? Como entender as diferenças entre verdade e validade? Como usar adequadamente quantificadores no raciocínio?
5. Análise de argumentos: Como fazer o diagrama da estrutura de um argumento? Como examinar a credibilidade de uma fonte de informação? Como julgar seus próprios argumentos?
6. Pensando como teste de hipóteses: Como entender os limites do raciocínio correlacional? Como isolar e controlar variáveis em ordem para fazer fortes






















afirmações causais? Como saber quando as alegações causais podem e não podem ser feitas?

7. Probabilidade e incerteza: Compreendendo as probabilidades: Como usar julgamentos de probabilidade para melhorar a tomada de decisão? Como calcular os valores esperados em situações com probabilidades conhecidas? Como evitar excesso de confiança em situações de incertezas?
8. Tomada de decisão: Como reformular decisões para considerar alternativas? Como preparar uma planilha de tomada de decisão? Como entender a distinção entre a qualidade de uma decisão e seu resultado?
9. Desenvolvimento de habilidades para resolver problemas: Como planejar e monitorar uma estratégia para encontrar uma solução? Como usar gráficos, diagramas hierárquicos, árvores, matrizes e modelos como auxiliares de solução? Como selecionar apropriadamente estratégias para solução de problemas?
10. Pensamento criativo: Como visualizar o problema? Como fazer uma “chuva de ideias” de forma produtiva e criar alternativas? Como coletar informações adicionais?

Lopes (2021) defende essas ações como contributos à ampliação de um pensamento estatístico atrelado ao pensamento crítico. Distintas formas de pensamento se entrelaçam, contribuindo para a qualidade do pensamento crítico. Como exemplo da contribuição do letramento estatístico para a construção desse pensamento crítico, este estudo remete, mais uma vez, para o exemplo dos dados da covid-19, propondo reflexões acerca da média de mortes no mundo, em comparação com a média de mortes no Brasil. De acordo com dados publicados, até o mês de setembro de 2022 o número de casos no Brasil foi de 34.568.833, totalizando 685.203 mortes. No mundo, o total de casos registrados até meados de setembro de 2022 foi de 611.874.152, totalizando 6.525.928 mortes². Verifica-se que o Brasil, na referida data, se encontra na quarta posição no número de óbitos no mundo, considerando-se a relação número de habitantes e número de óbitos (Figura 3).

² Google Notícias, 2022. Disponível em: <<https://news.google.com/covid19/map?hl=pt-BR&gl=BR&ceid=BR%3Apt-419>>.

Figura 3 - Casos e óbitos de covid-19, por países, até setembro de 2022

Local	Total de casos ↓	Novos casos (1 dia*)	Novos casos (últimos 60 dias)	Casos a cada um milhão de pessoas	Mortes
  Worldwide	611.874.152	252.818		78.689	6.525.928
 Estados Unidos	95.439.991	5.259		289.601	1.049.765
 Índia	44.539.046	4.858		32.736	528.355
 Brasil	34.568.833	0		163.572	685.203
 França	33.884.825	0		505.171	151.169
 Alemanha	32.680.356	0		393.032	148.933
 Coreia do Sul	24.413.873	19.407		471.487	27.867
 Reino Unido	23.585.305	0		355.010	206.151
 Itália	22.161.016	12.081		367.858	176.578
 Japão	20.693.615	64.009		164.300	43.765





















Fonte: Google Notícias³

São Paulo, conforme se verifica na figura que segue⁴, foi o estado que registrou, até o mês de setembro de 2022, o maior número de casos e, conseqüentemente, o maior número de óbitos com a doença, totalizando 6.065.920 casos, com 174.419 óbitos. Na sequência, aparece o Rio de Janeiro, com 2.505.607 casos, com 75.606 óbitos. Comparado aos estados do Paraná e do Rio Grande do Sul, o desempenho do Rio de Janeiro no combate à doença foi menos eficiente, já que o número de casos registrados entre os referidos estados é bastante próximo; contudo, o número de óbitos registrado no Rio de Janeiro é bem superior (Figura 4).

³ Google Notícias, 2022. Disponível em: <<https://news.google.com/covid19/map?hl=pt-BR&gl=BR&ceid=BR%3Apt-419>>.

⁴ Idem.

Figura 4 - Casos e óbitos de covid-19, por Estado, até setembro de 2022

Local	Total de casos ↓	Novos casos (1 dia*)	Novos casos (últimos 60 dias)	Casos a cada um milhão de pessoas	Mortes
 Worldwide	611.874.152	252.818		78.689	6.525.928
 Brasil	34.568.833	0		163.572	685.203
 São Paulo	6.065.920	0		137.751	174.419
 Minas Gerais	3.876.579	0		185.757	63.703
 Paraná	2.743.221	0		247.545	45.237
 Rio Grande do Sul	2.726.151	0		241.541	40.989
 Rio de Janeiro	2.505.607	0		152.213	75.606
 Santa Catarina	1.871.346	0		261.187	22.382
 Bahia	1.691.828	0		111.842	30.685
 Goiás	1.691.135	0		259.248	27.510

Fonte: Google Notícias⁵, 2022.

Explorando informações apresentadas pela Organização Pan Americana em Saúde-OPAS⁶, extrai-se os seguintes dados, considerados relevantes na proposição de reflexões propostas aos alunos: a maioria das mortes em excesso (84%) está concentrada no Sudeste Asiático, Europa e Américas; cerca de 68% das mortes estão concentradas em apenas 10 países em todo o mundo; os países de média renda respondem por 81% das 14,9 milhões de mortes em excesso; países de alta e baixa renda representam 15% e 4%, respectivamente. Verifica-se, portanto, que os índices de mortes estão relacionados, principalmente, a condições socioeconômicas.

Com base nos dados descritos, é possível levantar hipóteses com os alunos: o que fez com que o Brasil atingisse um número tão elevado de óbitos? Por que esse número foi mais elevado em alguns estados e/ou regiões do Brasil? Qual a relação entre número de habitantes e número de casos? O número de óbitos no Brasil foi proporcional ao número de casos no mundo? Que medidas poderiam ter sido adotadas para um melhor desempenho do país em relação ao restante do mundo? Que fatores, possivelmente, contribuíram para esse

⁵ Google Notícias, 2022. Disponível em: <<https://news.google.com/covid19/map?hl=pt-BR&gl=BR&ceid=BR%3Apt-419&mid=%2Fm%2F015fr>>.

⁶ Organização Pan Americana de Saúde – OPAS, 2022. Disponível em: <<https://www.paho.org/pt/noticias/5-5-2022-excesso-mortalidade-associado-pandemia-covid-19-foi-149-milhoes-em-2020-e-2021>>.

desempenho do Brasil no combate à covid? Como o Sistema Único de Saúde- SUS estava preparado para o enfrentamento da situação pandêmica? Os problemas do SUS são recentes, ou um Sistema mais sólido e eficiente poderia ter obtido resultados mais eficazes? Esses e outros questionamentos podem ter ainda outros desdobramentos, como a aversão ao tratamento precoce, a situação econômica do país, que nem sempre permitiu às pessoas o isolamento social indicado, a superlotação do transporte urbano em determinadas regiões do país, entre outros. Ou seja: o letramento estatístico é a habilidade que permite ao aluno não apenas a compreensão de gráficos na sua leitura ou construção, mas possibilita a ele a interpretação e reinterpretação dos incontáveis fenômenos que levam à compreensão exata de um contexto, permitindo-lhe, por meio dessa compreensão, a construção de um pensamento verdadeiramente crítico e consciente.

3 LETRAMENTO ESTATÍSTICO PAUTADO NAS FUNÇÕES EXPONENCIAIS

A aplicação da presente proposta consistiu na simulação de situações que envolvem as funções exponenciais referentes aos campos da saúde, da biologia e do mundo financeiro, utilizando site de simulação. Os referidos campos representam a aplicação da Matemática à realidade, permitindo a simulação de situações diferenciadas, que permitem ao aluno a visualização de resultados diversos, de acordo com o lançamento dos dados tomados como referência. Ao longo deste capítulo, apresenta-se a síntese de resultados produzidos nos últimos dez anos acerca do tema letramento estatístico. Discorre-se, também, acerca da resolução de problemas possibilitada pela tecnologia. Aborda-se, ainda, acerca das funções exponenciais na perspectiva do letramento matemático. Por fim, discorre-se sobre as funções exponenciais na resolução de problemas reais.

3.1 O letramento matemático na literatura

A pesquisa acerca do tema abordado não encontrou nenhum resultado aplicando-se combinações entre os termos letramento estatístico, resolução de problemas e dados reais na plataforma Scielo. Ao aplicar apenas o termo “letramento estatístico” na referida plataforma Scielo foram encontrados, ao todo, nove resultados. Aplicando-se os filtros “coleção Brasil”, idioma Língua Portuguesa, restaram cinco trabalhos, conforme Quadro 1.

Quadro 1 - Trabalhos sobre letramento estatístico na plataforma Scielo

Título e autoria	Metodologia e objetivo	Principais resultados
Compreensão estatística de professores em formação inicial. BARRETO, Marcília Chaves et al. (2022).	Pesquisa diagnóstica, com objetivo de analisar o conhecimento de 11 futuros professores de Matemática em relação a quatro elementos do componente cognitivo - letramento, conhecimento de contexto, conhecimento matemático e conhecimento estatístico.	O elemento conhecimento matemático foi revelado entre os participantes como aquele de maior domínio. Em contrapartida, o conhecimento estatístico e o letramento - o primeiro referindo-se ao domínio dos conceitos estatísticos e o segundo à leitura do mundo a partir das informações estatísticas - foram os de maior fragilidade. Até o período em que se encontram os estudantes, os cursos de graduação não conseguiram apoiá-los satisfatoriamente na construção desses elementos do componente cognitivo do letramento estatístico.
Interpretação de gráficos de barras em Educação de Jovens e Adultos. LIMA, Izaurina Borges (2021).	Estudo de campo, com objetivo de analisar os avanços e as dificuldades de estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental da educação de jovens e adultos (EJA) na interpretação de gráficos de barras antes e depois de serem submetidos à realização de quatro intervenções pedagógicas distintas.	Intervir apenas com atividades de interpretação contribuiu para a compreensão de gráficos de maneira mais forte, entretanto, intervir apenas com atividades de construção, articulando interpretação e construção, também favorece o desenvolvimento das habilidades interpretativas em gráficos de barras.

Aspectos da interpretação de gráficos de estudantes universitários em ambiente virtual. ANDRADE, Fabiana Chagas de et al. (2020).	Estudo de campo, com objetivo de analisar elementos da compreensão de gráficos em uma atividade que consistia na identificação de gráficos estatísticos incorretos, veiculados pela mídia, seguido da análise da argumentação e interação entre os estudantes sobre esses erros.	Elementos do construto <i>Graph Sense</i> estiveram presentes nas discussões e que houve ganhos em relação à postura crítica dos estudantes. O AVA foi responsável por facilitar a comunicação, fomentar a participação e melhorar a linguagem escrita, portanto, inferiu-se que iniciativas que envolvem tecnologias digitais e que favorecem a colaboração e interação são importantes para o desenvolvimento do letramento estatístico, mas que tal construção é um processo gradual.
Traduzindo pensamento e letramento estatístico em atividades para sala de aula: construção de um produto educacional. SANTANA, Mário de Souza (2016).	Apresentar a construção de um produto educacional para o ensino e aprendizagem da Estatística discutindo os fundamentos teóricos que a embasaram. Além disso, pretende mostrar apontamentos, que podem configurar-se em orientações, a respeito da condução das atividades por parte do docente visando a uma maior eficácia quando da utilização de tal proposta didático-metodológica.	O Produto Educacional apresentado se configura como uma alternativa para o ensino e aprendizagem de Estatística, o qual se dá por meio da contextualização dos conteúdos em atividade de cunho investigativo ao invés de centrar-se na repetição mecânica de algoritmos e procedimentos. O professor deve considerar a comunicação como um aspecto relevante na promoção da aprendizagem, bem como promover uma maior interação entre os estudantes utilizando-se de atividades de caráter investigativo em pequenos grupos que trabalharão juntos como uma equipe para resolver/investigar um problema, completar uma tarefa, ou realizar um objetivo comum.
Narrativa de aula de uma professora sobre investigação estatística. GRANDO, Regina Célia et al. (2014).	Análise de discurso, com o objetivo de investigar os letramentos matemáticos escolares e as práticas de formação docente.	A análise traz indícios de aprendizagens docente, relativos ao letramento estatístico das crianças - em particular, no que se refere ao desenvolvimento da linguagem gráfica, - e revela a apropriação de práticas de letramento pela professora.

Fonte: Dados da Pesquisa, 2022.

No portal Capes, aplicando-se a busca com as expressões “letramento estatístico” e “dados reais”, foram gerados cinco resultados, conforme apresenta o Quadro 2.

Quadro 2 - Trabalhos sobre letramento estatístico no portal Capes

Título e autoria	Metodologia e objetivo	Principais resultados
Letramento estatístico na Educação Básica: os desafios de ensinar o diagrama da caixa (box-plot) em contexto. ALMEIDA, Carolina Ribeiro de et. al., (2021).	Pesquisa de campo do tipo qualitativa descritiva, em que participaram 31 estudantes do ensino médio, com objetivo de analisar e refletir sobre os resultados da implementação de uma sequência de ensino de estatística envolvendo variáveis quantitativas e o papel dos registros de representação na transnumeração dos dados brutos no diagrama da caixa (box-plot).	Verificou-se a complexidade de trabalhar variáveis quantitativas e a construção do diagrama da caixa com dados reais em sala de aula e que as estratégias adotadas contribuíram para a compreensão dos dados e conceitos estatísticos em contexto. Além disso, verificou-se que a metodologia adotada propiciou o engajamento dos estudantes na atividade, a tomada de consciência dos fatores que interferem no rendimento escolar, a importância de hábitos adequados e a frequência de estudo para o aprendizado.
Educação de jovens, adultos e idosos: um projeto com produção de vídeos para o ensino de	Pesquisa qualitativa, efetivada por meio de relato de experiência, teve como objetivo abordar a elaboração de vídeos	São necessários metodologias e materiais didáticos adequados para o ensino e aprendizagem de conceitos estatísticos que valorizem o letramento estatístico e a

noções estatísticas para alunos idosos. LOZADA, Cláudia de Oliveira de et. al. (2022).	para o YouTube com conteúdos de Estatística baseados no cotidiano, a partir de dados reais extraídos de jornal.	competência crítica dos alunos idosos. Além do mais, é essencial a existência de iniciativas diversas que integrem o idoso ao processo de alfabetização estimulando a sua participação ativa na construção dos conhecimentos e a elaboração desses vídeos constitui um recurso potencialmente significativo que foca nos saberes dos alunos idosos e em suas práticas sociais.
Desenvolvimento de competências estatísticas no Novo Ensino Médio. BALLEJO, Clarissa Coragem; BRAGA, Elisabete Rambo (2022).	Pesquisa de Campo, que analisou atividades propostas on line na disciplina Estatística aplicada à Pesquisa; buscou o desenvolvimento do letramento, do raciocínio e do pensamento estatísticos mediante a triangulação de objetivos, atividades e avaliação.	As atividades propostas favoreceram o fomento de competências estatísticas, uma vez que oportunizaram aos discentes o desenvolvimento da leitura, interpretação, exploração, análise e posicionamentos críticos frente às situações apresentadas, baseadas em dados reais e contextualizados.
Alunos de 5º ano do Ensino Fundamental aprendendo a interpretar e construir tabelas a partir de sequências de ensino. EVANGELISTA, Betania; PONTES, Marcília (2021).	Refletir sobre duas propostas de ensino desenvolvidas com turmas de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental (10 a 11 de idade) para a aprendizagem de tabelas. A primeira proposta teve como foco promover a habilidade de interpretar tabelas simples e de dupla entrada, utilizando o software Excel. Já a segunda explorou a construção de tabela simples, a partir de classificação de dados brutos, e a interpretação de tabela de dupla entrada.	Ambas as propostas possibilitaram aos alunos trabalhar com dados significativos de fontes reais, nas quais alunos foram levados a compreender a representação em tabela, refletir sobre os dados de forma crítica e opinar sobre eles para tomar decisões. Defende-se que é necessário adotar diferentes recursos que possibilitem uma maior ampliação no que se refere à aprendizagem de alunos sobre tabela como forma de promover o letramento estatístico.

Fonte: Dados da Pesquisa, 2022.

3.2 A resolução de problemas possibilitada pela tecnologia

Conforme já observado neste estudo, a escola deve pautar as suas ações na BNCC a partir da data de sua implementação. O referido documento apresentou inúmeras alterações na educação, buscando adequar o currículo escolar às demandas da sociedade contemporânea. Entre essas demandas, o uso da tecnologia perpassa todo o documento, nos mais diversos componentes curriculares. Ao mencionar a recriação da escola como uma necessidade, a BNCC alia o conhecimento à aplicação da tecnologia em sua produção. A aprendizagem com significado, visando à prática social, também ganha relevância nas propostas apresentadas.

Assim, a tecnologia representa um recurso de ensino imprescindível à educação contemporânea, devendo estar presente nas diversas práticas cotidianas que perfazem o processo de ensino e aprendizagem (BRASIL, 2018). Nesse sentido, aliar metodologias de ensino a instrumentos tecnológicos capazes de possibilitar a efetivação das competências previstas na Base deve ser uma ação permanente na sala de aula. Partindo de tal

entendimento, e tomando como documento de referência curricular a BNCC, a proposta de modelagem em questão deverá contribuir para o desenvolvimento nos alunos das seguintes habilidades (Quadro 3).

Quadro 3 - Habilidades Matemáticas propostas pela BNCC correlatas ao ensino das funções exponenciais

(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT508) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
(EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.
(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.
(EM13MAT403) Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.

Fonte: Brasil, 2018.

Todas as habilidades mencionadas convergem para a aplicação da Matemática em contextos reais, reafirmando a sua função social na formação do sujeito enquanto cidadão, que necessita estar preparado para atuar nessa sociedade e compreendê-la em todos os seus aspectos. Destaca-se, também, a proposta Vygotsky de permanente interlocução com o ambiente, com o outro, e com o próprio objeto de ensino, que permeia o documento da BNCC, e, ainda, a ideia de que a aprendizagem é resultado de um processo socialmente construído.

Encontra-se consonância entre ideia supracitada e Demo (2021). O autor concebe a própria vida como um espaço de permanente aprendizagem, que ocorre na família, na roda de amigos, na reunião do bar, no ambiente de trabalho, nos mais diversos espaços de convivência, provando que a aprendizagem decorre da interação com a realidade. Além disso, direcionando a teoria de Vygotsky para o contexto contemporâneo da educação, vislumbra-se a utilização da tecnologia como recurso didático para que essa construção aconteça, abolindo-se práticas meramente teóricas e, muitas vezes, desconexas da realidade.

Conforme se verifica, é possível identificar muitos aspectos da teoria de Vygotsky no texto da BNCC. Entre esses aspectos, identifica-se o Ensino Médio como continuidade das aprendizagens introduzidas no nível Fundamental, valorizando-se o conhecimento prévio e anterior do estudante. Veja-se que a Lei de Diretrizes e Bases, retomada no texto da BNCC, determina, entre as finalidades do Ensino Médio, a consolidação e o aprofundamento dos

conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos (BRASIL, 2018).

A característica emancipatória da educação exige a pesquisa como seu método formativo, pela razão principal que somente um ambiente de sujeitos gera sujeitos. Pesquisa e educação se posicionam contra a ignorância, descrita por Demo (2011, p. 10), como “[...] fator determinante da massa de manobra”. Assim, a pesquisa busca o conhecimento, enquanto a educação busca a consciência crítica. Extrai-se, portanto, do pensamento de Demo, que conhecimento e educação devem estar alinhados no processo de ensino e aprendizagem, de modo que conhecimento sem educação tem seu sentido reduzido, pois não gera reflexão, apenas assimilação e aceitação. Por outro lado, educação sem conhecimento também tem sua importância reduzida, uma vez que a educação deve ser responsável pelo desenvolvimento de habilidades pautadas em conhecimentos previamente produzidos. A pesquisa representa, portanto, uma indispensável metodologia de ensino, capaz de integrar conhecimento e educação.

Destaque-se, contudo, que o conhecimento não deve ser tomado como algo pronto, mas deve ser colocado em permanente reflexão, o que se faz por meio da pesquisa. Mencionando uma das mais importantes etapas da pesquisa, Demo (2011, p. 10) defende que o questionamento é visto como marca inicial do sujeito histórico, pois “[...] enquanto a pesquisa se alimenta da dúvida, de hipóteses, de alternativas de explicações e de superação constante de paradigmas, a educação alimenta o aprender a aprender, fundamento da alternativa histórica”. Assim, a proposição da pesquisa como metodologia de ensino pode representar importante contributo para a construção do aluno sujeito de sua aprendizagem, consciente de sua realidade e capaz de nela atuar, em detrimento da formação do indivíduo passivo, mero consumidor de informações.

De acordo com o Instituto Geogebra, o referido *software* possibilita a vivência da Matemática de maneira dinâmica. É um recurso gratuito e multiplataforma, direcionado a todos os níveis de ensino, combinando geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação, vindo ao encontro de estratégias de ensino e aprendizagem inovadoras. Assim, verifica-se que o *Geogebra* é um instrumento que vem ao encontro das propostas da modelagem Matemática à medida que, segundo o Instituto, possibilita a exploração, a conjectura e a investigação na construção do conhecimento matemático. Em consonância com as possibilidades de simulação oferecidas por aplicativos, Vicentin (2016) destaca a necessidade de que as pessoas compreendam a Matemática como um dos instrumentos para a compreensão do mundo que as cercam, e questiona fato de que problemas

em sala de aula que nada têm de similar com a realidade do aluno continuam sendo utilizados pelos professores, o que leva esses alunos a inquirir sobre a utilidade da Matemática na vida real. Nesse viés, o autor aponta a capacidade da modelagem Matemática de incitar o interesse dos alunos diante de sua perspectiva de interlocução com diferentes realidades.

Informações obtidas por meio de experiência realizada com alunos do 3º ano do Ensino Médio utilizando a modelagem Matemática no ano de 2008 levaram o pesquisador a importantes conclusões. A referida experiência partiu da percepção de que conceitos já abordados no Ensino Fundamental sobre geometria não teriam sido devidamente assimilados pelos alunos, e teve o propósito de suprir as deficiências verificadas por meio da substituição da abordagem tradicional da Matemática. Apontaram-se as seguintes considerações acerca dessa aplicação: envolvimento dos alunos, relação com o cotidiano, possibilidade para discussão, reflexões sobre a proposição da atividade e sobre as respostas, utilização de algoritmos próprios em determinadas situações, trabalho em equipe e autonomia (VICENTIN, 2016).

Destacam-se, ainda, os aspectos identificados por Kluber (2016) ao estabelecer diálogo entre autores que contemplaram a modelagem em seus estudos: construção e desenvolvimento de conceitos e de conteúdos matemáticos, contextualização, integração com outras áreas do conhecimento, socialização favorecida pelo trabalho em grupo e ruptura com o currículo linear.

A modelagem Matemática apresenta cinco passos sugeridos por Burak (2006, apud KLUBER, 2016), a saber: escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento dos problemas, resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos, análise crítica das soluções. O autor destaca a necessidade de se considerar as seguintes premissas para o andamento da proposta: o interesse do grupo, e a obtenção de informações e dados do ambiente. O papel assumido pelo professor é de mediador, orientador e problematizador. Os temas a serem discutidos podem ser sugeridos pelo professor, e não impostos, e podem estar inseridos em áreas diversas do conhecimento que não a Matemática. A pesquisa exploratória é fundamental, e servirá de subsídio para o prosseguimento da atividade, que segue com o levantamento dos problemas abertos e contextualizados. Os problemas determinam os conteúdos a serem utilizados para resolução deles, em um movimento oposto ao ensino tradicional. A análise crítica permite a reflexão e verificação acerca da viabilidade e adequabilidade das respostas encontradas para o problema proposto, contribuindo para a formação da cidadania, da autonomia, da participação e da transformação social (KLUBER, 2016). Com base nas etapas de modelagem Matemática apresentadas, e considerando-se a

importância do modelo das funções exponenciais devido a sua larga aplicação no cotidiano, apresentam-se referenciais acerca da modelagem Matemática proposta neste estudo.

3.3 As funções exponenciais na perspectiva do letramento matemático

A aplicação da Matemática à realidade, conforme visto, é um fundamento que norteia o texto da BNCC na abordagem ao referido componente curricular. A realização desse processo de contextualização encontra consonância com a construção de sentidos dos conteúdos trabalhados. Assim, os significados construídos por meio das interações garantem a aplicação da Matemática no contexto externo à escola. Veja-se o que preceitua a BNCC com relação à área da Matemática:

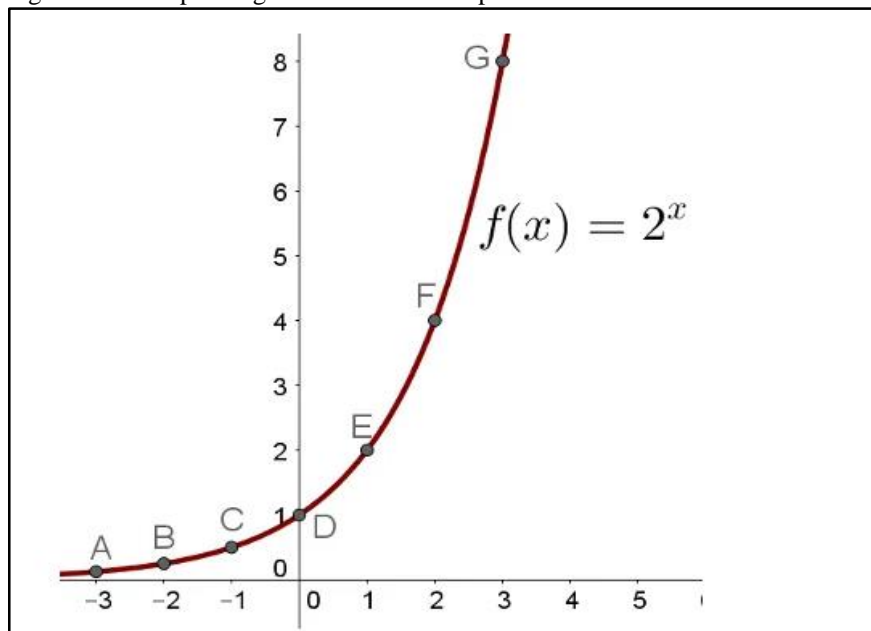
A área de Matemática, no ensino fundamental, centra-se na compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos e no desenvolvimento do pensamento computacional, visando à resolução e formulação de problemas em contextos diversos. No Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos na etapa anterior e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração. Também devem construir uma visão mais integrada da Matemática, da Matemática com outras áreas do conhecimento e da aplicação da Matemática à realidade (BRASIL, 2018, p. 471).

Verifica-se, no fragmento supracitado, a ênfase da aplicação da Matemática à realidade, contribuindo para a resolução de conflitos em áreas diversas das relações humanas; assim, a Matemática está presente na geografia, na biologia, na Matemática financeira, na computação, por exemplo, auxiliando a compreensão de fenômenos, apontando possíveis respostas, realizando projeções, entre outras praticabilidades. No Ensino Médio a realidade deve ser a referência, sendo necessário considerar as vivências cotidianas dos estudantes. Tais vivências são impactadas por fatores diversos, como os avanços tecnológicos, as exigências do mercado de trabalho, os projetos de vida, a potencialidade das mídias sociais, entre outros. No enfoque dessas mudanças permanentes, a BNCC evidencia a importância das tecnologias digitais e aplicativos na investigação Matemática e no desenvolvimento do pensamento computacional (BRASIL, 2018). Emerge, nesse sentido, a importância da metodologia de ensino a ser adotada para a contemplação de tal referencial. Diante de tal apontamento, para o ensino das funções exponenciais, propõe-se uma metodologia pautada na realidade, que leve em consideração o entendimento de Souza e colaboradores (2017), que se trata de um tema fundamental e motivador, cuja abordagem oportuniza aos alunos a aplicação prática da Matemática, tanto para resolver problemas do dia a dia, quanto para resolver problemas

relacionados às ciências, como a Física, a Química, a Biologia, a Economia, entre outras. Os referidos autores defendem a importância da utilização de ferramentas como calculadoras científicas e *softwares* de simulação como apoio ao processo de ensino e aprendizagem. Retome-se, nesse sentido, a teoria de Vygotsky, mencionada por Antunes (2002), de que a aprendizagem é mediada a partir de interações. Da mesma forma, identifica-se em Demo (2021) a abordagem da vida como espaço para que a aprendizagem aconteça. Nessa mesma reflexão, emerge o conceito da aprendizagem com significado.

Para dar prosseguimento à proposta de trabalho apresentada, julga-se a necessidade de se abordar conceitos referentes às funções exponenciais. De acordo com Lima et al. (2016 p. 182) uma função exponencial de base a , como sendo “[...] $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, indicada pela notação $f(x) = a^x$, na qual $x, y \in \mathbb{R}$ ”. A Figura 5 mostra um exemplo de função, quando sua curva é chamada curva exponencial. À medida que se aumenta os valores de x , os valores correspondentes de y também aumentam (ANDRADE, 2022).

Figura 5 - Exemplo de gráfico com curva exponencial



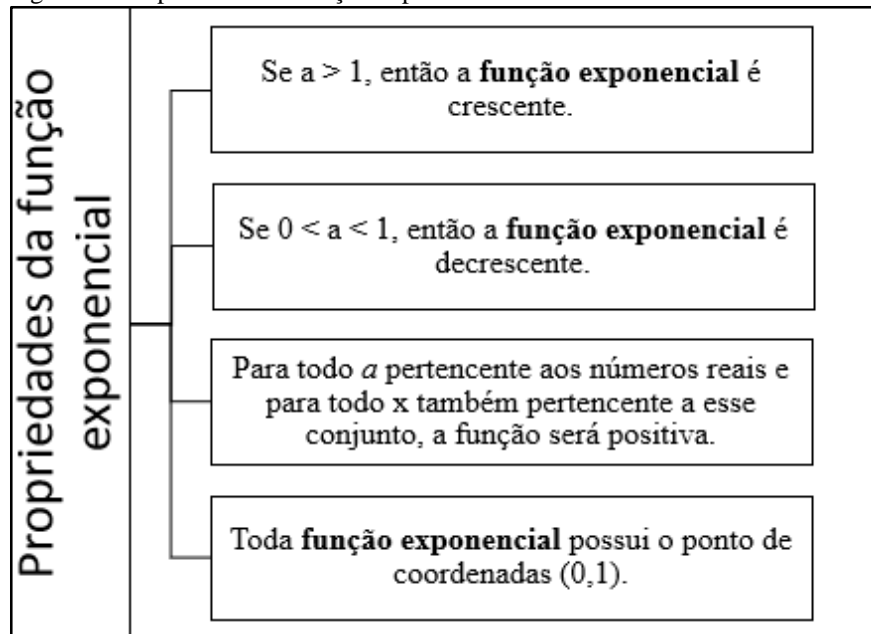
Fonte: Mundo Educação, 2022⁷.

Visualiza-se, na curva traçada, um crescimento exponencial. Os pontos não devem ser ligados com linhas retas, devem estar sobre uma curva⁸. As funções exponenciais apresentam as seguintes propriedades (Figura 6):

⁷ Mundoeducação, 2022. Disponível em: <<https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/grafico-funcao-exponencial.htm>>.

⁸ Idem.

Figura 6 - Propriedades da função exponencial



Fonte: Mundo Educação, 2022⁹.

3.4 As funções exponenciais na resolução de problemas reais

Conforme já mencionado no início deste estudo, a busca pela construção de um letramento matemático eficiente passa pela compreensão acerca da sua necessária aplicabilidade para a resolução de problemas reais. Com base em tal premissa, a presente pesquisa direcionou as suas reflexões para a aplicação de conceitos matemáticos referentes às funções exponenciais para três contextos: saúde (transmissão de organismos patológicos), biologia (relação presa e predador) e mundo financeiro (rendimento das criptomoedas).

3.4.1 As funções exponenciais no campo da saúde

Direcionando o conceito de resolução de problemas para a especificidade das funções exponenciais, e as funções exponenciais para a área da saúde, avalia-se a finalidade de se calcular a capacidade de dispersão de um organismo patogênico, entre eles os vírus. Para tanto, Lluch (2021) explica a existência do parâmetro matemático conhecido como número básico ou taxa de reprodução básica (R_0). Esse parâmetro leva em consideração o número médio de novos casos gerados por um caso positivo durante um período de infecção, de modo

⁹ Mundoeducação, 2022. Disponível em: <<https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/grafico-funcao-exponencial.htm>>.

que, se um organismo tem um $R_0 = 2$, significa que uma pessoa infectada irá infectar duas outras, em média, fazendo com que o número de infectados aumente exponencialmente.

Importa destacar que o parâmetro R_0 é inerente aos vírus, podendo variar de acordo com fatores locais, e até mesmo individuais, como a intensidade de exposição de um indivíduo infectado com outros indivíduos. Quanto menor for essa exposição, menor pode se tornar o R_0 . Assim, explica-se que a redução do R_0 em casos de pandemia, é essencial para seu controle. Se o R_0 atinge um valor inferior a 1, o patógeno desaparece com o tempo. Por outro lado, se for maior, o contágio aumenta (LLUCH, 2021). R_0 representa o número médio de contágios causados por cada pessoa infectada, em uma população onde todos os indivíduos são susceptíveis. A gripe sazonal¹⁰, por exemplo, tem um número R_0 entre 1 e 2; a varicela tem um R_0 de cerca de 5, enquanto o valor de R_0 para a catapora está em 10 e 12 (FAMBRINI, 2020).

O surgimento de disseminação de organismos patogênicos, com capacidade de reprodução em escala exponencial, foi responsável por outros momentos de alerta pandêmico no mundo. No ano de 1918, a influenza espanhola dizimou milhões de vítimas no mundo todo. Considerada a mãe das pandemias, a gripe espanhola mobilizou a comunidade científica na identificação de sua natureza e seu agente causal. Tornou-se pandemia caracterizada pela alta contagiosidade e difusibilidade, e sob formas variadas, com ausência de uma sintomatologia própria (SILVEIRA, 2005).

Os sintomas da doença, que ficou conhecida como gripe espanhola, são citados por Souza (2009): prostração (fraqueza, moleza), cefalalgia (excesso de dor de cabeça), catarro nas vias aéreas superiores, intolerância à luz, dores pelo corpo, olhos injetados (corado pelo afluxo do sangue), conjuntivas tumefactas (pálpebras inchadas) e perturbações digestivas. No ano de 2019, um vírus de semelhante preocupação assolou o mundo. A covid-19 é uma doença infecciosa causada pelo coronavírus Sars-CoV-2, e tem como principais sintomas febre, cansaço e tosse seca. De acordo com a Organização Pan Americana de Saúde (OPAS, 2020), outros sintomas menos comuns e que podem afetar alguns pacientes são: perda de paladar ou olfato, congestão nasal, conjuntivite, dor de garganta, dor de cabeça, dores nos músculos ou juntas, diferentes tipos de erupção cutânea, náusea ou vômito, diarreia, calafrios ou tonturas, a oportunidade de mutações de um vírus está relacionada à sua circulação entre a população, de modo que, quanto mais o vírus da covid-19 circular, maiores são as

¹⁰ Atlas da saúde, 2022. Disponível em: <<https://www.atlasdasaude.pt/publico/content/gripe-sazonal>>.

probabilidades de sofrer mutações. Assim, a redução da movimentação das pessoas e os cuidados ao risco de contaminação reduzem a possibilidade de mutações.

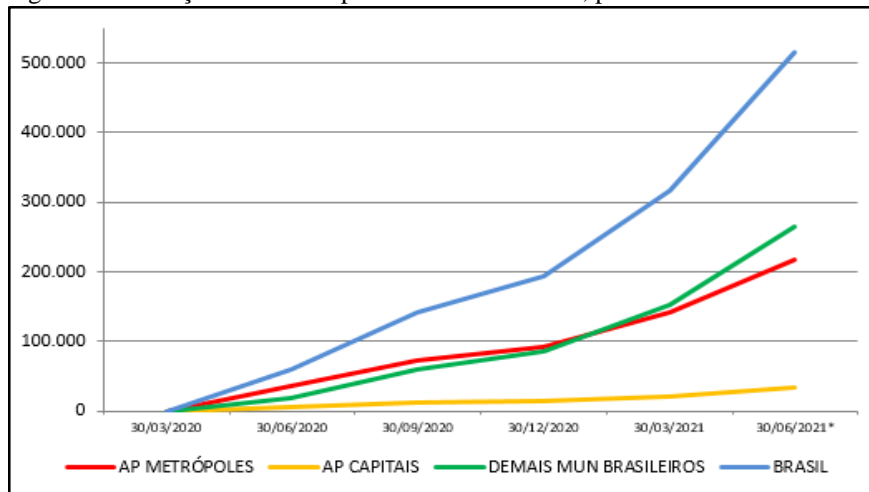
No caso do Sars-CoV-2, vírus causador da covid-19, o R_0 da variante inicial de Wuhan, na China, era de 2,5. Essa taxa das diferentes variantes do Sars-CoV-2 aumentou à medida que o vírus se espalhou entre os humanos. A variante Alpha apresentou R_0 de 3 sendo, portanto, mais transmissível que a cepa original. Esse fenômeno de mutação e aumento da transmissibilidade ocorreu com as variantes do vírus, quando se calculou e apresentou em forma de gráficos as projeções matemáticas para as ações do vírus e suas mutações (LLUCH, 2021).

A variante Delta, detectada pela primeira vez na Índia, em outubro de 2020, foi descrita pela Fiocruz, em agosto de 2021, como a mais transmissível entre as variantes até então identificadas (Alfa, Beta e Gama), o que a fez mais contagiosa do que a cepa original. As projeções de contaminação da variante Alpha eram de que cada pessoa contaminada contaminava mais três, calculando-se que o poder de contaminação da Delta, inicialmente projetou-se o dobro ou mais do que isso, sendo mais transmissível, inclusive, que a varicela e que o ebola (MALAVÉ, 2021).

No mês de janeiro de 2021, a variante Delta levou o estado de Manaus a um colapso na saúde, com hospitais superlotados, falta de oxigênio, transporte de pacientes para outros estados do país e taxas de transmissão fora do controle. Além dos cuidados já convencionados entre as autoridades sanitárias, o toque de recolher, entre 19h e 6h, também foi adotado como tentativa de redução dos casos de contaminação. Em meados daquele mês, os casos cresceram 183% em sete dias¹¹. O gráfico a seguir mostra a evolução dos óbitos por covid-19 no Brasil, no período de março de 2020 a junho de 2021, onde se verifica o crescimento exponencial, que se intensificou a partir da identificação da variante Delta no país. No primeiro trimestre de 2021, o número de óbitos foi maior que o dobro do trimestre anterior, crescimento demonstrado até meados de 2021 (Figura 7).

¹¹ G1, 2021. Disponível em: <<https://g1.globo.com/am/amazonas/noticia/2021/01/13/manaus-e-a-prioridade-nacional-neste-momento-afirma-ministro-da-saude.ghtml>>.

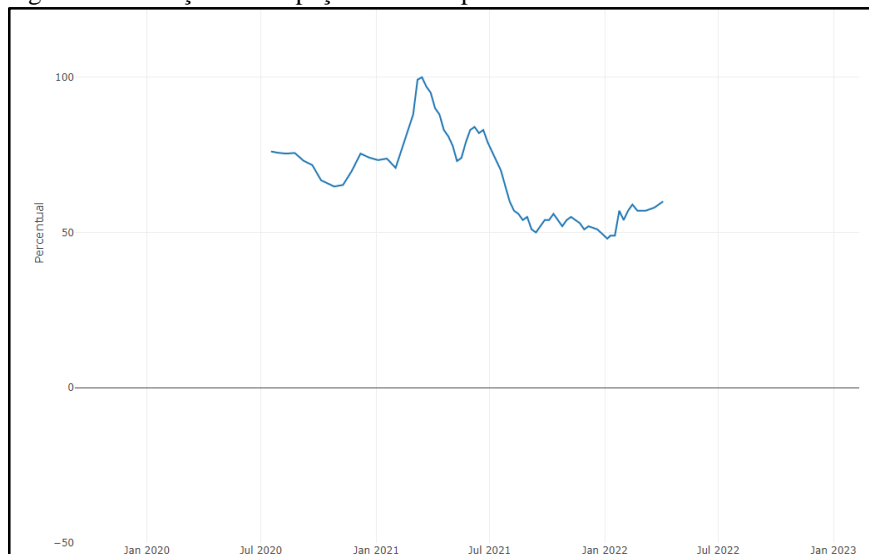
Figura 7 - Evolução dos óbitos por covid-19 no Brasil, período 3/2020 a 6/2021



Fonte: Ibge (2020); Fiocruz (2021).

No caso da Ômicron, detectada na África do Sul, sua taxa de reprodução básica é 10, ou seja, cada pessoa contaminada tem o potencial de contaminar mais dez indivíduos, o que torna a variante a mais transmissível entre as detectadas até o momento, podendo se tornar a cepa prevalente no mundo. Destaque-se que o parâmetro R_0 é inerente aos vírus, mas pode variar conforme as condições, e depende diretamente do número de contatos, o que justifica a necessidade de conscientização da população diante dos cuidados necessários devidamente planejados pelas autoridades sanitárias (LLUCH, 2021). A Figura 8 revela a linha de evolução na ocupação de leitos ocasionada pela covid-19, traçado a partir de julho de 2020, atingindo seu ápice na metade do primeiro semestre de 2021.

Figura 8 - Evolução de ocupação de leitos por covid-19

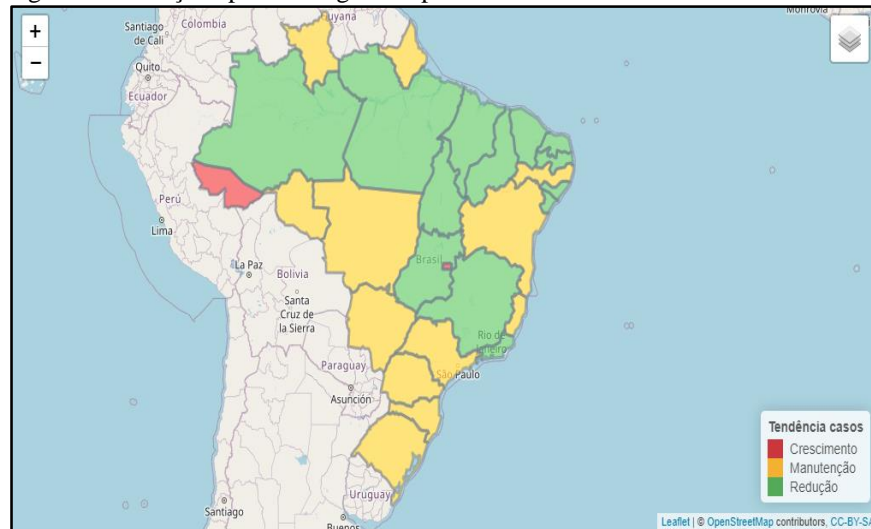


Fonte: Fiocruz, 2022¹².

¹² Fiocruz, 2022. Disponível em: <<https://portal.fiocruz.br/observatorio-covid-19/cenarios-epidemiologicos>>.

Essa projeção revela que o risco de contaminação pelo covid-19 apresenta crescimento exponencial, o que, muitas vezes, não é exatamente compreendido pela população, de modo geral. No mês de abril de 2022, passados mais de dois anos desde o surgimento da covid-19 no mundo, a situação do Brasil é demonstrada com base em dados coletados nos últimos 14 dias (Figura 9).

Figura 9 - Situação epidemiológica do país em meados de abril de 2022



Fonte: Fiocruz, 2022¹³.

Verifica-se que a situação epidemiológica do país no período de referência estava sendo, aos poucos, controlada. As áreas em amarelo representam os estados onde os índices de contaminação se encontram estagnados; as áreas em verde representam os estados onde a contaminação estava em declínio; percebe-se um único estado, representado em vermelho, onde a contaminação ainda se encontrava em alta. Sintetizando, as informações matemáticas disponíveis naquele momento revelavam um cenário de estagnação e redução das taxas de infecção em todo o território. Tratava-se de um panorama momentâneo que, embora seria alterado a qualquer momento, exemplificava o quanto as projeções matemáticas são importantes.

Convém ressaltar que, além do vírus da covid-19, outros organismos patógenos altamente contagiosos, cuja progressão pode ser medida de forma semelhante, podem ser mencionados. O vírus do sarampo apresenta R_0 entre 12 e 18; a coqueluche apresenta um R_0 de 12 a 17; o R_0 da difteria varia de 6 a 7; a varíola, poliomielite e rubéola possuem um R_0 de 5 a 7. Destaca-se que, apesar de sua alta capacidade de contágio, esses patógenos não

¹³ Fiocruz, 2022. Disponível em: <<https://portal.fiocruz.br/observatorio-covid-19/cenarios-epidemiologicos>>.

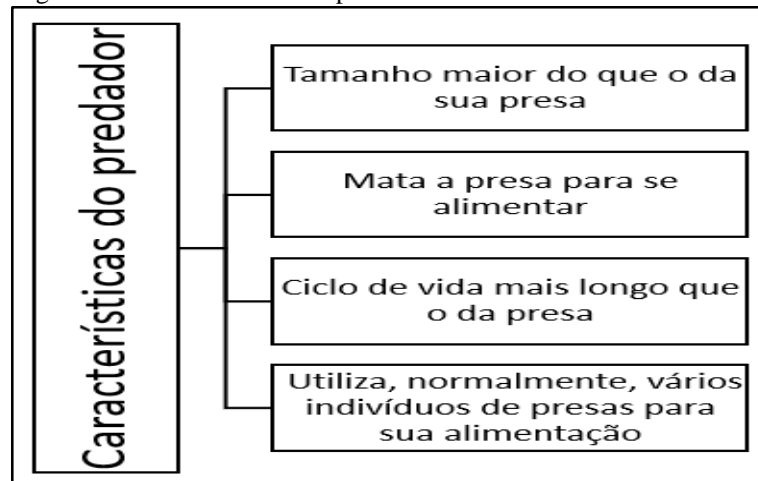
causam mais doenças, uma vez que foram controlados com a descoberta e aplicação de vacinas, que garantem a imunização desde a infância (LLUCH, 2021).

Ao tecer um diálogo entre a metodologia da resolução de problemas, letramento estatístico, funções exponenciais e aprendizagem com significado a partir de situações reais, quando se toma como exemplo o estudo das funções exponenciais em sala de aula, resgata-se inúmeras teorias abordadas neste estudo, uma vez que os conceitos convergem entre si. Nesse enfoque, é fundamental levar o aluno a perceber a Matemática como conhecimento aplicável à realidade quando, muito além de atividades propostas em livros didáticos, lhe deve ser proporcionada a oportunidade da investigação, da manipulação, da vivência, da obtenção dos resultados, e de reflexão acerca dos conhecimentos produzidos.

3.4.2 A aplicação das funções exponenciais no campo da biologia

A relação presa e predador é determinante para o equilíbrio de um determinado ecossistema. Quando essa relação é mantida sob controle, a sobrevivência de ambas as espécies pode estar preservada. Caramaschi (2010) define a predação como um fenômeno em que o predador se alimenta de parte ou de outro organismo por inteiro; como consequência, ocorre, normalmente, a morte da presa. Caramaschi (2010) defende a extrema importância de compreensão da interação das espécies, destacando a influência que a competição exerce sobre a ecologia e a evolução das populações e das espécies para conhecimento acerca do funcionamento da Natureza nos seus vários níveis de organização. A autora menciona a necessidade de conhecimento das bases teóricas dessas interações para o manejo eficiente de espécies ameaçadas de extinção, características geralmente apresentadas por um predador (Figura 10).

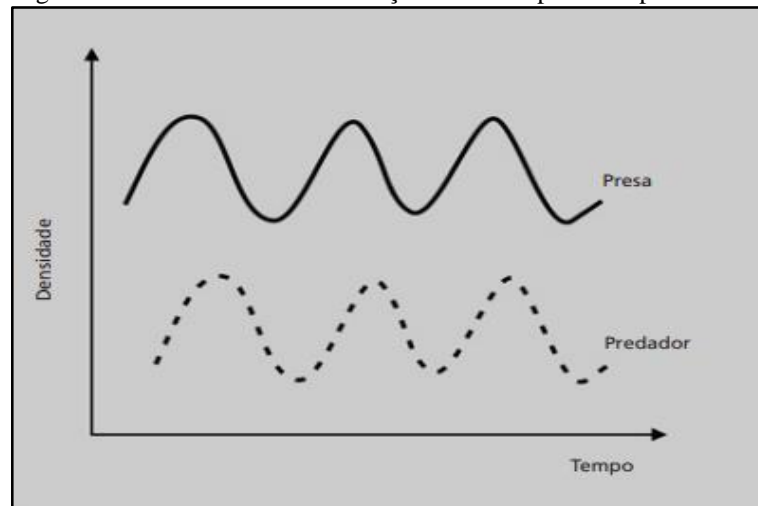
Figura 10 - Características do predador



Fonte: Autora, 2023, com base em Caramaschi, 2010.

Segundo Caramaschi (2010), o papel da predação pode ser discutido sob dois aspectos: ecológico, percebido de maneira mais imediata quando o predador reduz o tamanho de uma população de presa; e evolutivo, resultante de um processo mais lento de acúmulo de mudanças adaptativas produzidas pela ação recíproca de predador e presa. Ao atuar como regulador da presa, o predador exerce um importante papel ecológico. Esse papel de regulação é extremamente importante, tanto em ecossistemas naturais quanto em agroecossistemas, ou mesmo em ambientes urbanos. Tal importância pode ser exemplificada pela seguinte situação: a ausência de um predador pode levar uma ou algumas populações de presas a alcançarem densidades elevadíssimas, que podem, a depender da espécie e do contexto, causar problemas sérios à economia, como pragas agrícolas, ou à saúde humanas, quando são vetores de doenças. A Figura 11 mostra o padrão básico de oscilação numérica predador e presa.

Figura 11 - Padrão básico de oscilação numérica predador presa

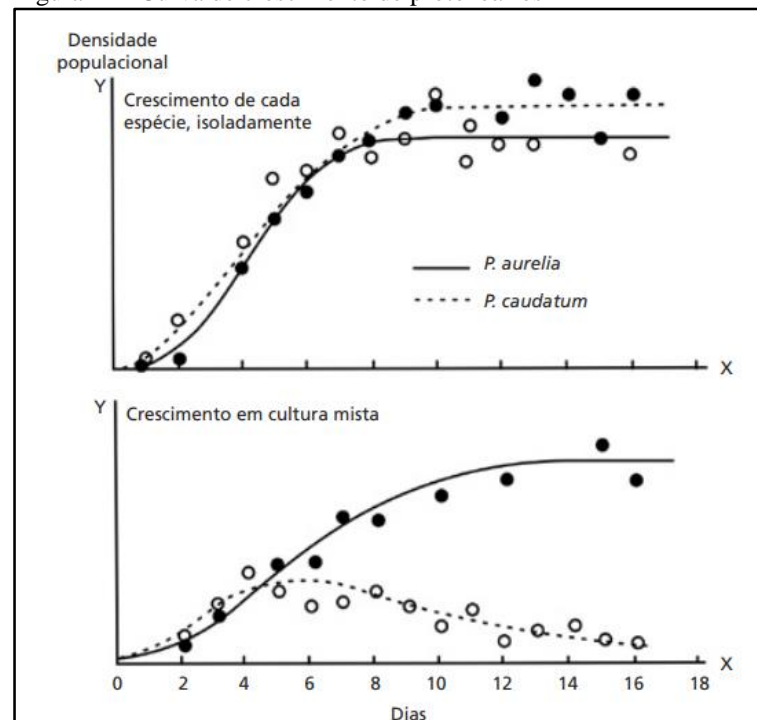


Fonte: Caramaschi, 2010.

Percebe-se uma relação de equilíbrio entre presa e predador. Segundo Caramaschi (2010) os seguintes fatores podem alterar a dinâmica presa e predador, alterando esse equilíbrio: a eficiência do predador; o número de espécies de predadores; a heterogeneidade ambiental; os processos de emigração e imigração de indivíduos e a evolução de características adaptativas de ambos.

A Figura 12 mostra a curva de crescimento de protozoários, colocados em duas condições diferentes, quando mantidos isoladamente, e quando submetidos ao experimento da cultura mista. O experimento, realizado por Gause, utilizou duas espécies de protozoários, *Paramecium aurelia* e *Paramecium caudatum*, colocados em recipientes, com a mesma quantidade de alimento. Quando separadas por espécie, as populações cresciam rapidamente dentro dos limites de seus recursos (crescimento logístico); quando cultivadas juntas, apenas *Paramecium aurelia* persistia crescendo (CARAMASCHI, 2010).

Figura 12 - Curva de crescimento de protozoários



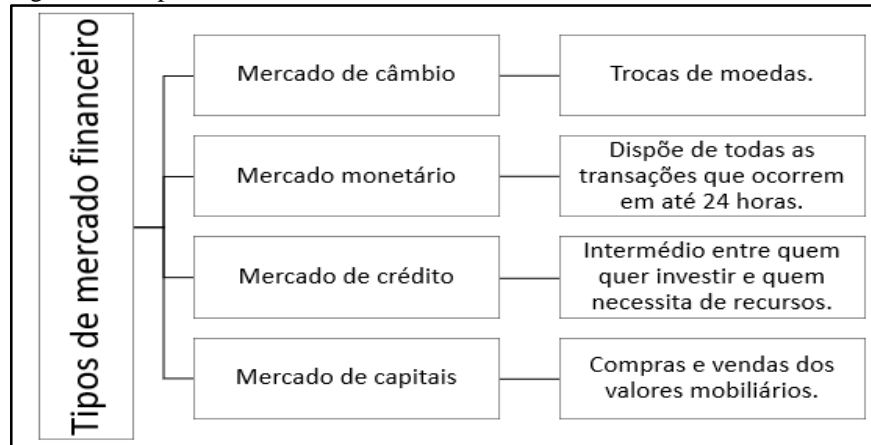
Fonte: Caranaschi, 2020.

Ferreira (2014) discorre que muitas interações ocorrem entre as espécies na natureza, que podem ser antagônicas ou benéficas. Tais interações interferem no ambiente da seguinte maneira: definem a estrutura das comunidades, interferindo na demografia das populações.

3.4.3 As funções exponenciais e sua aplicação no mundo financeiro

O mercado financeiro faz parte da estrutura financeira do país, e é descrito como todo o universo de operações de compra e venda de ativos. Entre essas operações, menciona-se títulos emitidos por bancos, ações de empresas, e milhares de aplicações. Assim, constitui-se como o ambiente onde ocorre a compra e venda de valores mobiliários, do câmbio de moedas estrangeiras e de mercadorias como minérios e produtos agrícolas¹⁴. Com uma estrutura ampla e complexa, o mercado financeiro reúne um conjunto de instituições, entre tomadores de recursos e investidores, permitindo a negociação de produtos financeiros¹⁵. Os principais mercados financeiros estão demonstrados na Figura 13.

Figura 13 - Tipos de mercado financeiro



Fonte: Autora, com base em Parmais, 2021¹⁶.

A poupança é uma aplicação de renda fixa simples, e acessível para todo mundo. Como desvantagem, investidores apontam a baixa rentabilidade, calculada com base nos juros do mercado, sendo a mesma em qualquer instituição. Como vantagem, aponta-se a isenção de custos e tributos¹⁷. A Figura 14 apresenta a taxa que remunera a poupança a partir do ano de 2012, no primeiro dia de cada mês.

¹⁴ Leite, 2020. Disponível em: <<https://blog.nubank.com.br/como-investir-em-dolar/>>.

¹⁵ Parmais, 2021. Disponível em: <<https://www.parmais.com.br/blog/o-que-e-mercado-financeiro/>>.

¹⁶ Idem.

¹⁷ Infomoney, 2021. Disponível em: <<https://www.infomoney.com.br/guias/renda-fixa/>>.

Figura 14 - Taxa de remuneração da poupança a partir de 2012



Fonte: Clube dos Poupadores, 2022¹⁸.

É possível visualizar na figura que a poupança não é um investimento amplamente rentável o que, uma vez percebido pelo investidor, pode levar à procura de um investimento mais vantajoso. Uma forma de se aplicar o crescimento exponencial em um investimento é a modalidade de juros compostos. A figura abaixo mostra a variação de dinheiro investido na poupança, calculado a partir da aplicação dos juros compostos. O valor simulado considerou investimento inicial de R\$ 15.000,00, com investimento mensal de R\$ 1.000,00, a juros de 0,5%/mês, no período de 10 anos (Figura 15).

Figura 15 - Variação de dinheiro investido na poupança por juros compostos



Fonte: Clube dos Poupadores, 2022¹⁹.

¹⁸ Clube dos poupadores, 2022. Disponível em: <<https://clubedospoupadores.com/simulador-de-juros-compostos>>.

¹⁹ Clube dos poupadores, 2022. Disponível em: <<https://clubedospoupadores.com/simulador-de-juros-compostos>>.

O juro composto pode ser descrito como um tipo de capitalização acumulativa muito poderosa, onde os juros mensais são somados ao valor do capital investido, aumentando esse valor. No mês seguinte, os juros incidirão sobre esse valor atualizado, fazendo com que o crescimento seja exponencial. Uma proposta de rentabilidade calculada pela aplicação de juros compostos pode ser visualizada no site Clube dos Poupadores (2022). Considerando um investimento inicial de R\$ 1.000,00, com investimento mensal de 1.000,00, a uma taxa de juro mensal de 0,50%, o investidor terá, ao final de 30 anos, mais de um milhão de reais (R\$ 1.010.537,62), sendo que R\$ 361.000,00 foram investidos, e a maior parte (R\$ 649.537,62) serão ganhos graças aos juros. Conforme se verifica, o crescimento exponencial de uma aplicação financeira é, sem dúvida, significativamente mais vantajoso se comparado às aplicações com rendimento linear. Entre as possibilidades de aplicações com crescimento exponencial, estão as criptomoedas. De acordo com o Instituto Propague, o interesse e a dúvida dos agentes de mercado são provocados pela movimentação de cifras altíssimas e o crescimento exponencial dos tipos ofertados²⁰.

Criptomoedas são moedas digitais privadas, criadas em uma rede descentralizada e protegida por criptografia, cujo mercado se encontra em ascensão desde seu surgimento, em 2009. Além das criptomoedas, também se menciona entre as moedas digitais os *stablecoins* e moedas digitais emitidas pelo Banco Central (CBDC). A bitcoin e o *stablecoin* são as principais moedas usadas em pagamentos²¹. A Bitcoin é líder e precursora do mercado de criptomoedas, e seu inventor é conhecido pelo pseudônimo de Satoshi Nakamoto, sendo que, com o passar dos anos, muitas pessoas contribuíram para melhorar o *software* da criptomoeda. Tais melhorias consistiram na correção de vulnerabilidades e adição de novos recursos. Conforme o Instituto Propague²² há um avanço em escala global do pagamento com criptomoedas, inclusive no Brasil onde, atualmente, cerca de três milhões de pessoas usam, compram e guardam a moeda digital. Entre os fatores que contribuem para esse crescimento menciona-se a impossibilidade de estorno dos pagamentos, assim como as taxas mais baixas.

A partir do final de 2020 tornou-se possível no Brasil a compra e venda de bitcoin e outros criptoativos por meio de caixas eletrônicos. Conforme o Instituto Propague (2021) pesquisa mostra que 56% das empresas multinacionais *blockchain*, sendo que 58% fazem uso de pelo menos uma forma de criptomoeda, principalmente com o intuito de realizar transações comerciais entre as fronteiras. Como exemplo do crescimento exponencial dos investimentos,

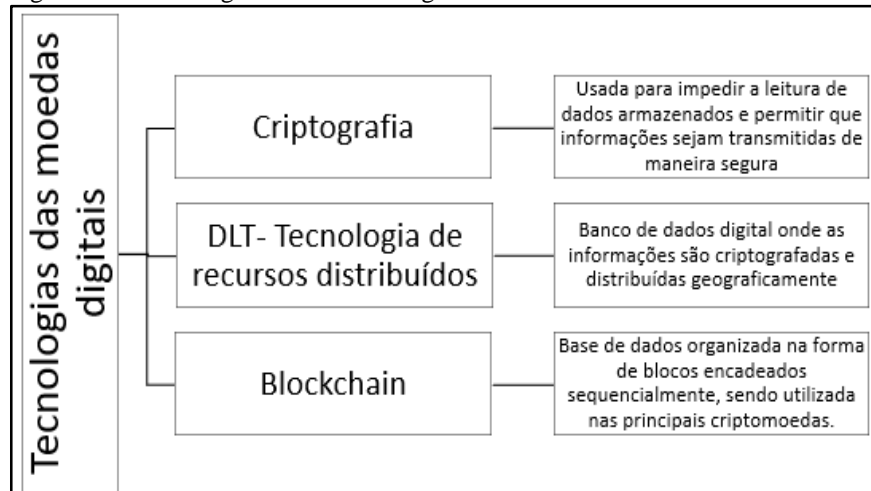
²⁰ Propague, 2021. Disponível em: <<https://institutopropague.org/noticias/pagamentos-com-criptomoedas-avancam-em-escala-global>>.

²¹ Idem.

²² Idem.

menciona-se a principal *stablecoin* do mercado (*Tether*), cuja capitalização foi multiplicada mais de 13x entre fevereiro de 2020 e junho de 2021²³. Para compreender como funcionam as criptomoedas, três tecnologias devem ser consideradas (Figura 16).

Figura 16 - Tecnologias das moedas digitais



Fonte: Autora, com base em Propague, 2022²⁴.

Uma criptomoeda pode ser usada para as mesmas funções atribuídas ao dinheiro em espécie. A compra ou investimento em criptomoedas pode ocorrer por meio da aquisição de cotas de investimento, negociação direta mediada por corretora especializada, ou recebendo como pagamento em alguma transação²⁵.

²³ Idem.

²⁴ Propague, 2022. Disponível em: <<https://institutopropague.org/noticias/o-que-e-criptomoeda/>>.

²⁵ Idem.

4 METODOLOGIA

4.1 Caracterização da pesquisa

O presente estudo efetivou-se por meio de pesquisa bibliográfica e estudo de campo. A pesquisa bibliográfica teve como fontes referenciais teóricos construídos acerca do processo de ensino e aprendizagem, especialmente aqueles direcionados ao ensino da Matemática, contemplando, especialmente, a teoria de Vygotsky. Investigou na BNCC os aportes teóricos aplicáveis ao ensino da Matemática no Ensino Médio de modo geral e, de modo mais específico, das funções exponenciais. Trata-se de um tipo de pesquisa caracterizada por Gil (2008), que tem como fontes referenciais teóricos construídos ao longo do tempo acerca do tema.

Quanto aos procedimentos técnicos, o estudo foi efetivado por meio da elaboração e aplicação de produto educacional. O produto educacional foi um site, criado e desenvolvido para atingir as finalidades desta pesquisa. O site está abrigado em uma sequência didática composta por dez aulas, cujo objeto de ensino foram as funções exponenciais, e foi aplicado em turma de primeiro ano do Ensino Médio.

A análise dos resultados obtidos tem natureza quali quantitativa, contemplando os objetivos propostos por esta pesquisa. Avaliou-se em que medida a utilização de dados reais para a exploração das funções exponenciais foi capaz de promover uma aprendizagem estatística com significado e crítica. Verificou-se, ainda, em que medida as atividades utilizando resolução de problemas contribui para a leitura e compreensão de gráficos e interpretação de dados estatísticos. No âmbito dessas informações, verificou-se a importância do letramento estatístico para a compreensão da realidade na qual o educando está inserido. As informações obtidas foram descritas e analisadas à luz dos referenciais teóricos pesquisados.

4.2 Contexto de aplicação

O campo onde a pesquisa foi desenvolvida é em uma escola pública. A instituição está localizada na Avenida Pinheiro Machado, 526, Centro, no município de Soledade, localizado na região Norte do Rio Grande do Sul. Trata-se de uma instituição da esfera pública de administração, que atende em torno de 610 alunos deste a pré-escola, até o Ensino Médio, incluindo a modalidade de Educação de Jovens e Adultos (EJA). De acordo com dados do

censo escolar, a estrutura física da escola é composta de: 17 salas de aula, sala da diretoria, secretaria, sala dos professores, laboratório de ciências, sala de recursos multifuncionais para Atendimento Educacional Especializado, cozinha, refeitório, área verde, pavilhão de esportes, biblioteca, despensa, almoxarifado, banheiros e laboratório de informática, com 30 *chromebooks* disponibilizados aos alunos, devidamente conectados à internet banda larga. Quanto aos equipamentos, a escola dispõe de: tv, projetor multimídia, copiadora e aparelhos de som. Trata-se, portanto, de uma estrutura bastante satisfatória, capaz de garantir aos alunos as condições necessárias a uma aprendizagem eficiente.

4.3 População

Os sujeitos da pesquisa foram alunos do primeiro ano do Ensino Médio. A turma é formada por 22 alunos, com faixa etária entre quinze e dezesseis anos. De acordo com a política de inclusão, a turma possui três alunos especiais, sendo com deficiência intelectual, outro com autismo leve, e uma aluna com deficiência auditiva. São alunos provenientes das zonas urbana e rural do município, em sua maioria pertencentes às classes média e média baixa, que vivenciam as possibilidades e enfrentam as limitações próprias da escola pública. Em uma conjuntura ampla, são representantes de uma realidade do ensino brasileiro que revela lacunas relacionadas ao letramento matemático, evidenciadas em avaliações externas. O Ideb da escola encontrava-se em evolução no ano de 2019, atingindo a pontuação de 5,7, diante de uma meta de 6.0²⁶. Some-se a isso, um contexto educacional de pós-pandemia, onde os desafios que se apresentam são variados, relacionados à dificuldade de aquisição de inúmeras habilidades nas diversas áreas do conhecimento. A defasagem de conhecimento ocasionada pelo período de pandemia quando, por meio de aulas remotas, apenas conceitos básicos puderam ser desenvolvidos, é um importante fator a ser considerado em qualquer planejamento de ensino.

Além disso, são jovens que, apesar de usufruir de recursos tecnológicos em seu cotidiano, sendo esse uso intensificado durante a pandemia, ainda possuem pouca familiaridade com o uso desses instrumentos quando aplicados a metodologias variadas de ensino em sala de aula. Diante desse quadro, aponta-se a necessidade de que conceitos básicos dos anos anteriores sejam trabalhados, a fim de que sirvam de base para a construção de novos conceitos, garantindo-se, dessa forma, a interlocução e continuidade dos conceitos a serem introduzidos por meio da proposta que se apresenta.

²⁶ Edu, 2022. Disponível em: <<https://novo.qedu.org.br/escola/43150748-inst-estadual-sao-jose/ideb>>.

4.4 Procedimentos para coleta e análise de dados

Os procedimentos adotados para a coleta de dados foram os seguintes: contato com a turma; assinatura dos termos de consentimento para realização da pesquisa; explanação sobre a pesquisa a ser realizada; aplicação de sequência didática durante as aulas de Matemática. Para a obtenção das informações decorrentes da ação, foram gravados áudios durante a aplicação da sequência didática que, posteriormente, foram transcritos em forma de texto em documento word. Também foram utilizadas produções realizadas pelos alunos ao longo da sequência, verificando-se as suas compreensões acerca do conteúdo trabalhado. Por fim, foi realizada uma roda de conversa com os alunos, quando foram coletadas as impressões dos sujeitos da pesquisa acerca do trabalho realizado. Todos os instrumentos mencionados comportaram aspectos importantes desta pesquisa, relacionados aos objetivos propostos. Foram utilizados, ainda, recursos de vídeos e fotos para registrar o desenvolvimento das atividades.

A análise dos dados observou a organização proposta por Bardin (2016) composta por três etapas: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados obtidos e interpretação. A pré-análise consistiu na organização do material coletado, e uma primeira leitura das informações, direcionando uma esquematização precisa do desenvolvimento dos procedimentos posteriores. Assim, procedeu-se a leitura prévia, chamada de leitura flutuante, a elaboração de hipóteses e objetivos, a preparação do material a ser utilizado na etapa posterior, com a seleção dos materiais a serem incluídos, observando-se a regra da exaustividade, da representatividade, da homogeneidade e da pertinência. Nesse momento da pesquisa, foram selecionados textos resultantes da transcrição de cinco encontros da sequência didática aplicada, de acordo com os critérios citados.

A exploração do material consistiu na aplicação sistemática das decisões tomadas na fase prévia. Identificaram-se, nessa fase, as categorias emergentes que auxiliaram na construção das respostas aos objetivos. A análise dos textos foi realizada por meio do aplicativo NVivo 12, um aplicativo que auxilia na análise de dados qualitativos, gerando categorias de similaridades e correlações. Trata-se da análise de conglomerados, também chamada de análise de classificação ou taxonomia numérica, também conhecida por análise Q, que contrasta com a análise fatorial (análise R) (KALE, 1995). A análise de conglomerados estuda todo um conjunto de relações interdependentes. Esse tipo de análise não faz distinção entre variáveis dependentes e independentes e sim examina as relações de interdependências entre todo o conjunto de variáveis. O principal objetivo da análise de

conglomerados é classificar objetos ou casos, em grupos relativamente homogêneos, chamados “conglomerados”, com base no conjunto de variáveis consideradas (MALHOTRA, 2001).

Os grupos ou conglomerados não são definidos a priori, são sugeridos pelos dados. Na associação das estatísticas à análise de conglomerados, a maioria dos métodos de aglomeração é de processos relativamente simples, que não necessitam de um raciocínio estatístico rigoroso. Ou seja, a maioria dos métodos é heurística, baseada em algoritmos (MALHOTRA, 2001). Nesta pesquisa utilizou-se o dendrograma, também conhecido como gráfico em árvore, para apresentar os resultados de aglomeração. Por fim, seguiu-se a fase de tratamento das informações, quando os resultados brutos foram tratados de maneira a se tornarem significativos. De posse de resultados significativos e fiéis, foi possível a proposição de inferências e realização de interpretações, relacionando as informações às teorias pesquisadas, reafirmando-se essas teorias. A similaridade entre as categorias (nós) apresentada nos dendrogramas foi analisada por meio do coeficiente de correlação linear de Pearson.

4.5 Materiais utilizados

Para a realização do presente estudo, os seguintes materiais foram utilizados: materiais de uso comum, como cadernos, lápis, régua e canetas; celulares e/ou *chromebooks*; folhas de ofício; folhas xerografadas; materiais de pesquisa, como revistas e/ou jornais; papel quadriculado; lápis de cor ou canetinha colorida; projetor multimídia.

4.6 Lócus de aplicação do produto

O componente curricular da Matemática está organizado em quatro períodos semanais, de cinquenta minutos cada período, perfazendo um total de quatro horas semanais de atividades. Ao todo, a carga horária do ensino médio é de 30 horas semanais, de modo que as horas aula foram distribuídas em cinco dias semanais. Para complementar as horas, a escola oferece turno inverso na quarta-feira, quando as aulas ocorrem também durante a manhã. Como muitos alunos são provenientes do interior do município, a escola oferece o almoço, para que possam cumprir o turno integral. A escolha da turma do primeiro ano se deve ao fato de a pesquisadora ser a professora titular da turma, e por se tratar de turma do primeiro ano do Ensino Médio, quando é abordado o conteúdo sobre função exponencial, possibilitando a interlocução entre conteúdo proposto e resolução de problemas reais (Quadro 4).

Quadro 4 - Número de encontro e síntese das atividades

Números de encontros e síntese das atividades.			
Encontros	Períodos	Data	Descrição da atividade
1º	1	10/10/2022	Proposta das atividades, diálogos iniciais, uso da ferramenta <i>Mentimeter</i> para explorar o conhecimento dos alunos a respeito da aplicação da Matemática em situações reais.
2º	3	10/10/2022 e 11/10/2022	Abordagens de fatos históricos relacionados à pandemia - exibição de um documentário e um vídeo complementar sobre a Gripe Espanhola de 1918.
3º	2	17/10/2022	Discussões e reflexões a respeito do contexto histórico da Pandemia e a relação com a covid-19; explorando a relação entre covid-19 e o crescimento exponencial.
4º	3	17/10/2022 e 18/10/2022	Explorando a relação entre covid-19 e função exponencial - conceito de potência - uso do aplicativo <i>Geogebra</i> .
5º	3	24/10/2022	1º Momento: Apresentação dos trabalhos em grupo. 2º Momento: sala de informática, vídeo explicativo sobre crescimento exponencial; explorando a aplicação da função exponencial em outras áreas do conhecimento.
6º	3	26/10/2022	Texto e dinâmica sobre 'Fake News'; Conceito formal da função exponencial, construção do gráfico e uso da ferramenta <i>Geogebra</i> .
7º e 8º	3	31/10/2022	Explorando o site: www.matematicaexponencial.com.br e fazendo uso do simulador.
9º	3	07/11/2022	Breve retomada quanto às temáticas relacionadas aos simuladores. Construção de histórias sobre os conteúdos abordados durante a sequência didática, utilizando o <i>storyboard</i> .
10º	1	09/11/2022	Avaliação: Roda de conversa com os alunos a respeito da aplicação do produto educacional.

Fonte: Autora, 2022.

5 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática proposta é formada por dez encontros, planejados com base nos referenciais teóricos explorados nesta proposta. Trata-se de um conjunto de atividades diárias, voltadas à turma do primeiro ano do Ensino Médio, planejadas e executadas de maneira sistemática, em um processo gradual de construção do conhecimento.

Para introduzir o desenvolvimento da sequência didática, escolheu-se o tema covid-19 devido às proporções que esse tema alcançou na vida de toda a sociedade, atingindo a todas as pessoas em dimensões locais, regionais e mundiais, e a relação desse tema com as funções exponenciais. A covid-19 não representou apenas um problema de saúde, mas desencadeou uma série de consequências nas mais diversas áreas da vida em sociedade, trazendo prejuízos econômicos, nas relações interpessoais, na educação, e gerou muitos abalos emocionais. Assim, muito mais do que números, é importante que o aluno perceba que se falará de vidas, não apenas daquelas que foram perdidas, mas também daquelas que, depois de um longo período de medos e incertezas, precisam enfrentar as consequências nefastas do vírus: fome, superinflação, desemprego, e possíveis efeitos colaterais da ação do vírus no organismo.

Propõe-se, durante a sequência, o uso de algumas ferramentas tecnológicas como o *Geogebra* e o *Mentimeter*. Também se propõe a exploração do Produto Educacional planejado neste estudo; o referido produto consiste em um site que, além de informações variadas acerca dos diferentes contextos de aplicação da Matemática na solução de problemas reais, leva o usuário à exploração das funções exponenciais na resolução desses problemas, possibilitada pelo uso de simuladores. As áreas de aplicação das funções exponenciais exploradas nos simuladores são: saúde (disseminação da covid), mercado financeiro (rendimento de criptomoedas), meio ambiente (relação presa x predador) e biologia (relação presa e predador e colônia de bactérias). As atividades contemplarão trabalhos em grupo, promovendo o debate, a discussão e a troca de ideias.

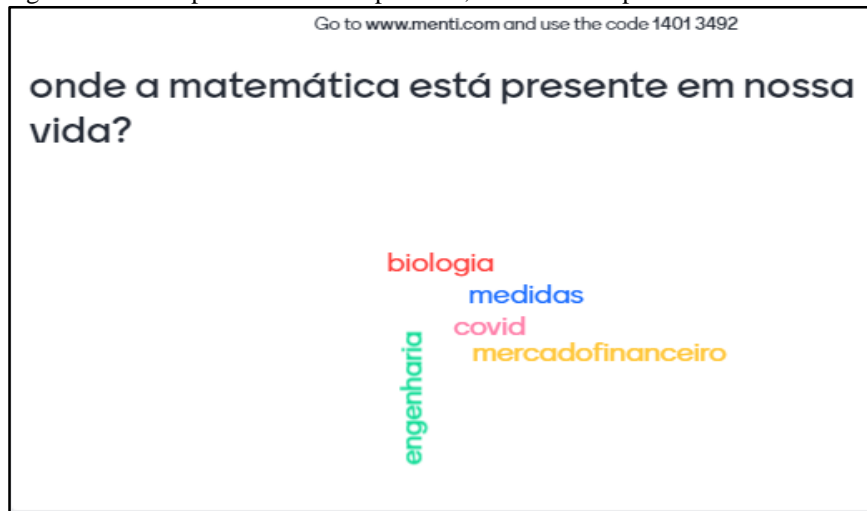
5.1 Proposição do primeiro encontro: aplicação da Matemática no nosso dia a dia

Início da sequência didática, contextualizando a aplicação da função exponencial em áreas diversas por meio da apresentação de um powerpoint com imagens de situações reais, cuja resolução passam pelos cálculos matemáticos. A referida apresentação ilustra situações como: a aplicação da Matemática na tecnologia, em medições variadas (tempo, capacidade, comprimento), e em cálculos estatísticos. A seguir, debate com os alunos acerca do tema.

A partir das reflexões realizadas pelos alunos, direcionar o diálogo para a aplicação da Matemática no enfrentamento do vírus Sars-CoV2, salientando a importância da realização do presente estudo para a percepção da Matemática e sua importância para a solução de problemas reais. A seguir, exposição de vídeo de 2 minutos, que aborda o crescimento exponencial e como o coronavírus se espalhou tão rápido. Após a exibição do vídeo, realizar uso da tabela, e construção de redes para exemplificar o fenômeno do crescimento exponencial, usando uma taxa de crescimento igual a 2. Na sequência, discussão acerca dessa aplicação norteadas pelo seguinte questionamento: Em que situações a Matemática está presente em nossas vidas? A partir das respostas fornecidas pelos alunos, construção de uma nuvem de palavras com uso do recurso *Mentimeter*, quando o aluno pode acompanhar, em tempo real, a formação da nuvem de palavras, observando que os termos mais citados ficam destacados em tamanho maior. O *Mentimeter* é um recurso que está disponível em um site que permite criar nuvem de palavras utilizando diversas formas e imagens para enriquecer a apresentação. O site é gratuito, e permite ao usuário importar palavras de links da internet, documento PDF ou *MS Office*. Essa dinâmica serve para abertura do debate sobre a concepção dos alunos a respeito do uso da Matemática na resolução de problemas em contextos reais. Espera-se, com essa atividade, contribuir para a reflexão acerca da aplicação da Matemática na vida dos sujeitos e, conseqüentemente, para o letramento matemático que emerge dessa reflexão.

Para dar início à tarefa, o professor realiza o acesso ao *Mentimeter*, selecionando a opção “word cloud”. Ao abrir a caixa “Qual é a sua pergunta”, o professor deve digitar o seguinte questionamento: onde a Matemática está presente em nossas vidas? Cada aluno participante pode contribuir com cinco respostas. Para participar, o aluno deve acessar o link enviado pelo professor por *WhatsApp*, ou usar o código, e digitar as suas respostas que, de maneira anônima, irão compor a nuvem de palavras (Figura 17).

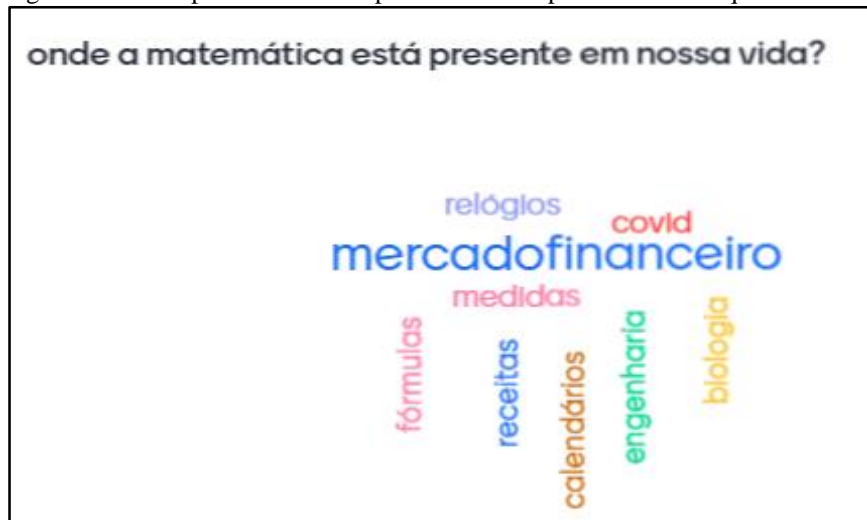
Figura 17 - Exemplo de nuvem de palavras, utilizando o aplicativo *Mentimeter*



Fonte: Autora, 2023.

As respostas que se repetirem entre os alunos aparecem em tamanho maior na nuvem, com maior destaque, evidenciando as ideias em comum. Na simulação demonstrada na figura que segue, a maioria dos alunos teria respondido que a Matemática está presente no mercado financeiro (Figura 18).

Figura 18 - Exemplo de nuvem de palavras mais repetidas em destaque



Fonte: Autora, 2023.

Após a construção da nuvem e sua exposição para a turma, promove-se a reflexão sobre a atividade: onde a Matemática está mais presente, segundo a percepção dos alunos? Quantos alunos percebem a aplicação da Matemática na saúde? Na biologia? No mercado financeiro? Qual é, de fato, a importância da Matemática para as pessoas? Dispor de tempo para que os alunos realizem a interpretação oral da nuvem de palavras formada, em uma atividade de livre exposição de ideias.

5.2 Proposição do segundo encontro: fatos históricos relacionados à pandemia de 1918

O segundo encontro da sequência didática ocorre a partir da abordagem de fatos históricos relacionados à pandemia gripe espanhola, que assolou o mundo em 1918. Inicialmente, será exibido o documentário ‘Gripe espanhola mortos esquecidos’, e o vídeo complementar ‘Gripe espanhola: a Pandemia que varreu o mundo em 1918’. Após assistirem ao documentário e ao vídeo complementar, os alunos são organizados em grupos, quando deverão fazer uma síntese sobre o que assistiram, para início do próximo encontro fazendo uma discussão sobre o assunto abordado.

A escolha dos vídeos se justifica, em primeiro lugar, porque retratam o cenário de uma pandemia de mais de 100 anos com sintomas muitos similares a covid-19. É muito interessante analisar os procedimentos adotados pelas autoridades (médicos, políticos, cientistas) da época quanto aos procedimentos adotados frente a pandemia, com os recursos da época, para comunicação, estudo epidemiológico da doença, tudo isso sem a tecnologia, onde a informação não era acessível como nos dias de hoje. Outro ponto importante mostrado no documentário é o negacionismo das pessoas frente às evidências do perigo do vírus se espalhar no mundo, a alta taxa de contaminação e letalidade da doença, a preocupação de fechar tudo e afetar a economia dos países da Europa. O cenário retratado nos documentários é muito similar ao que enfrentamos na pandemia da covid-19. Entender o processo histórico é extremamente importante para não cometermos os mesmos equívocos.

5.3 Proposição do terceiro encontro: explorando a relação entre covid-19 e o crescimento exponencial

No prosseguimento da sequência, no terceiro encontro, os alunos são organizados em um grande círculo, a fim de debater sobre o filme e o documentário assistidos no encontro anterior; realiza-se a escolha de um líder de cada grupo para a leitura da síntese. Após a leitura dos grupos, se iniciam as discussões e reflexões a respeito do contexto histórico da pandemia e a relação com a covid-19. As seguintes questões podem ser abordadas pelo professor para dar início às discussões na roda de conversa: O que é pandemia? Como a gripe espanhola se espalhou? Qual parte do documentário e/ou vídeo mais chamou a atenção? Por quê? Qual a semelhança entre a gripe espanhola de 1918 e a covid-19?

Na sequência, realiza-se a leitura de um texto sobre a covid-19; ele está disponível no final da sequência didática, no material de apoio. Para a realização da leitura, os alunos são

organizados em grupos Em seguida, proposição das atividades: 1) Pesquisa sobre que tipo de doença é a covid-19; 2) Qual foi a importância da quarentena para combater a covid-19? 3) Pesquisa a respeito das medidas de prevenção contra o coronavírus e comentem sobre qual ou quais medidas vocês acreditam que deveriam ser mantidas mesmo em casos que não há pandemia e por que. Os questionamentos devem levar em consideração que o professor é o mediador desse processo, promovendo o aluno a sujeito ativo da sua aprendizagem.

5.4 Proposição do quarto encontro: entendendo a taxa de reprodução básica do vírus

Para o 4º encontro, propõe-se um trabalho de pesquisa e apresentação em grupos. O primeiro momento é aproveitado para debate e correção das questões que foram abordadas no final do texto da aula anterior. Em seguida, divididos em grupos de 3 a 4 integrantes, é distribuído o texto ‘Covid: por que cientistas estão comparando a variante Ômicron do coronavírus com o sarampo?’ Após leitura e reflexão sobre o texto, será disponibilizado um gráfico sobre os casos acumulados da covid-19 do período de 26/02/2020 a 11/05/2020 para análise e resposta às seguintes questões: a) Vocês já viram um gráfico parecido com este? b) Descreva, com suas palavras, o comportamento da curva desse gráfico; c) Esse tipo de gráfico apresenta crescimento linear? Explique. Após a realização dos questionamentos, a atividade que segue é a construção de tabelas a partir de valores diferenciados de Taxa de Reprodução Básica (Quadro 5).

Quadro 5 - Taxa de reprodução básica igual a 3

Tempo (dias)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Base	3^1	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6	3^7	3^8	3^9	3^{10}
Resultado	3	9	27	81	243	729	2.187	6.561	19.683	59.049

Fonte: Autora, 2022.

O encontro tem prosseguimento com a organização da temática a ser pesquisada por cada grupo para a construção dos cartazes e apresentação no próximo encontro. de forma aleatória, utilizando um aplicativo para sorteio e formação das equipes, isso se faz importante para que os estudantes possam trabalhar de forma colaborativa com outros pares e não apenas seus afins, para a troca de experiências e saberes.

A atividade consiste em organizar uma apresentação abordando uma temática que foi abordada dentro do texto - ‘Covid: por que cientistas estão comparando a variante Ômicron

do coronavírus com o sarampo?’, a qual foi distribuída para cada grupo. Os alunos pesquisaram sobre as variantes da covid-19 e outros vírus, meios de transmissão, sintomas, tratamentos e/ou medicação e vacinas. Devem, também, construir as redes e tabelas para evidenciar a taxa de reprodução básica e marcarem esses valores no plano cartesiano e, se possível, traçar o gráfico. São disponibilizados os seguintes materiais para a construção dos cartazes: papel pardo, canetinha, régua, marcador de quadro, folha de ofício, papel quadriculado e lápis de cor.

5.5 Proposição do quinto encontro: apresentação dos trabalhos e exploração das funções exponenciais em outros contextos

O quinto encontro tem início com a retomada da aula anterior, e socialização do gráfico ao final do texto, salientando que se trata de uma função exponencial, e questionando os alunos representa uma função exponencial. Questionar aos alunos se já haviam visto um gráfico semelhante, e se é possível afirmar que esse gráfico apresenta um crescimento linear.

Na sequência, ocorre a apresentação dos trabalhos feitos pelos alunos acerca da pesquisa realizada na aula anterior. Após as apresentações, disponibilizar espaço para debates. Na sequência, dirigir-se à sala de informática, para um segundo momento da aula, iniciando com a exposição de um vídeo de 7 minutos ‘A vitória régia, o coronavírus e o crescimento exponencial’, exemplificando o crescimento exponencial com um problema sobre o crescimento de vitórias régias num lago, realizando-se uma comparação desse fenômeno com a covid-19. Proposição do seguinte problema: se no dia 30 o lago estivesse completamente cheio, qual seria o dia em que o lago teria a metade da sua superfície coberta?

Posteriormente, ocorre a aplicação da função exponencial em outras áreas, como por exemplo, nos títulos do tesouro direto, abordando o conceito de juros compostos. Navegar pelo site do tesouro direto e realizar simulações com os títulos do tesouro. O simulador gera os gráficos de cada investimento e compara o rendimento entre eles, levando à melhor compreensão sobre os juros compostos.

Seguindo a discussão, organizar a turma em pequenos grupos, a fim de realizar uma breve pesquisa sobre a aplicação da função exponencial em outras áreas. Os trabalhos serão analisados para verificar o entendimento dos alunos quanto à temática abordada. Na sequência, construção do gráfico utilizando o aplicativo *Geogebra*; mostrar a diferença entre o gráfico da função do 1º grau e o gráfico da função exponencial. Para encerramento do

encontro, convidar os alunos a construírem os gráficos referentes às temáticas exploradas nos trabalhos de apresentação no início da aula.

5.6 Proposição do sexto encontro: dinâmica das *fake news*, e construção do gráfico da função exponencial com uso do aplicativo *Geogebra*

Para o sexto encontro, propõe-se, inicialmente, uma breve retomada da aula anterior, sobre a aplicação da função exponencial em outras áreas do conhecimento, promovendo uma socialização com o grande grupo sobre os assuntos mais pertinentes que chamam a atenção dos alunos sobre a função exponencial. Após o fechamento dessa atividade, realiza-se a abordagem do tema *fake news*, um tema bastante atual para explorar o conceito da base de uma função exponencial. Para introduzir o tema, utiliza-se o seguinte texto: ‘*Fake News* têm 70% mais chance de viralizar que as notícias verdadeiras, segundo novo estudo’, texto disponível no material de apoio no final da sequência didática. Após a leitura do texto, realiza-se uma dinâmica com os alunos, partindo da seguinte problemática: ‘*Agora, imagine que Pedro recebeu uma fake news por um aplicativo de mensagens. Sem chegar à veracidade dessa notícia, ele a compartilhou com dois amigos. Cada um desses amigos, por sua vez, também compartilhou a notícia falsa com mais duas pessoas e assim sucessivamente. No quinto compartilhamento, essa notícia atingiu quantas pessoas?*’ A dinâmica consiste em criar redes, espalhando *fake news* usando alunos para formar essas redes. Um aluno irá representar o Pedro, que compartilhou a notícia falsa como duas pessoas; esses dois compartilharão com mais dois, e assim sucessivamente, até chegar ao quinto compartilhamento. Para que os estudantes consigam visualizar a crescente disseminação da notícia, utilizam-se linhas para unir os alunos e formar a rede. Sugere-se, também, que se troque a problemática para três compartilhamentos, para que os alunos percebam que aumentando o número de compartilhamento a rede toma nova forma, e o número aumenta consideravelmente. O objetivo dessa dinâmica é explorar o conceito de base da função exponencial e reforçar o conceito de potenciação. Após o fechamento dessa atividade, torna-se possível abordar com os alunos o conceito formal da função exponencial - todo o material utilizado na aula está disponível nos apêndices. Nesta aula é utilizado papel quadriculado, lápis de cor ou canetinha colorida, para a marcação dos pares ordenados no plano cartesiano e para a construção do gráfico. Utiliza-se, também, para enriquecer a aula, o aplicativo *GeoGebra*, que irá auxiliar os alunos a visualizarem e compreenderem melhor o gráfico da função exponencial.

5.7 Proposição dos sétimo e oitavo encontros: explorando o site Matemática Exponencial

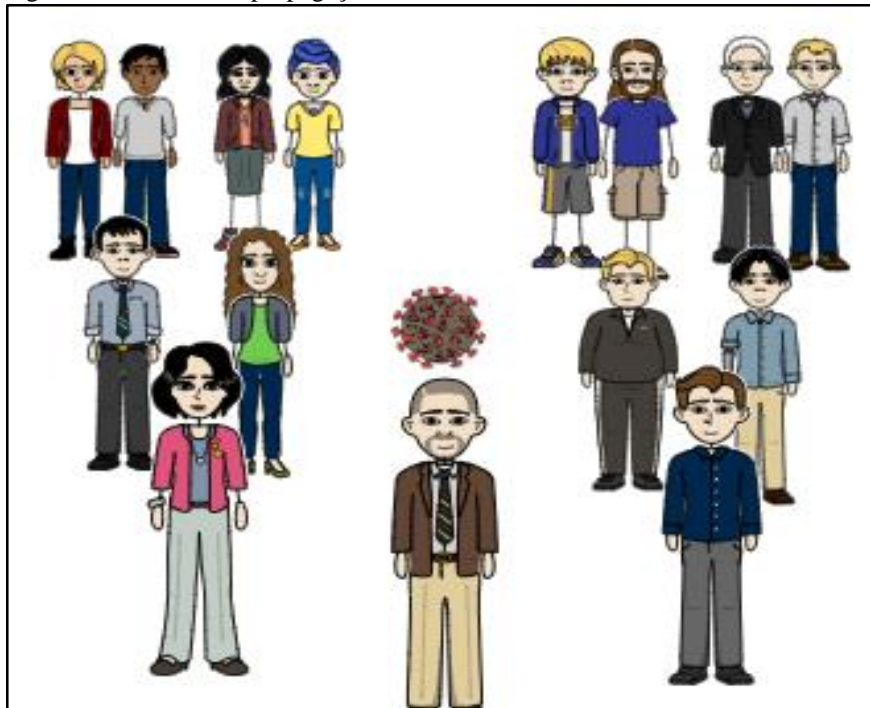
O 7º e 8º encontros consistem no momento da “mão na massa”, fazendo uso do site Matemática Exponencial²⁷, produto educacional construído para fins desta pesquisa, para explorar novos conceitos sobre a função exponencial. Nessa etapa, propõe-se o trabalho em pares, com momentos individuais para explorarem o site e usarem o simulador como ferramenta, para auxiliar na compreensão dos conceitos da função exponencial e sua aplicabilidade, usando dados reais, convergente para o letramento estatístico. São realizadas atividades a partir da proposição de simulação da propagação do vírus da covid-19 em contextos diferentes, considerando também as suas variantes. Também é possível a realização de simulações de decrescimento exponencial na relação presa e predador. Por fim, são realizadas simulações acerca do crescimento exponencial das criptomoedas. As simulações são realizadas pelos alunos no próprio site. Para tanto, utilizando diferentes dados, os alunos têm a oportunidade de recriar modelos matemáticos diversos, e compreender como diferentes fatores interferem de forma determinante nos resultados obtidos. Possibilita-se, ainda, a utilização de mais elementos para descrever a importância do uso do simulador para construção dos gráficos e seu uso didático. É importante enfatizar o site como é uma ferramenta muito importante para divulgar esses dados, que está ao alcance de todos.

5.8 Proposição dos nono e décimo encontros: avaliação dos encontros

O 9º e 10º encontros são dedicados à avaliação. A avaliação consiste na análise do objetivo proposto: verificar se o produto educacional, baseado em situações reais, promoveu o letramento estatístico. Para a realização da avaliação, a atividade proposta consiste na criação de história em quadrinhos utilizando o aplicativo *Digital Storyboard That*. Os alunos têm a possibilidade de escolher entre as seguintes propostas: a aplicação da Matemática no cotidiano, para a resolução de problemas reais; explicar o fenômeno da covid-19, abordando seu surgimento, sua evolução para pandemia e os cuidados adotados a partir do aferimento dos riscos de disseminação. O recurso permite ao aluno a escolha de cenários, e a seleção de personagens, cujas posições podem ser modificadas para se obter o resultado esperado. Uma das simulações possíveis pode ser observada na imagem que segue, ilustrando a transmissão de um vírus em uma escala exponencial (Figura 19).

²⁷ Dorigon, 2022. Disponível em: <<http://matematicaexponencial.com.br/index.html>>.

Figura 19 - Modelo de propagação de vírus



Fonte: Autora, 2022.

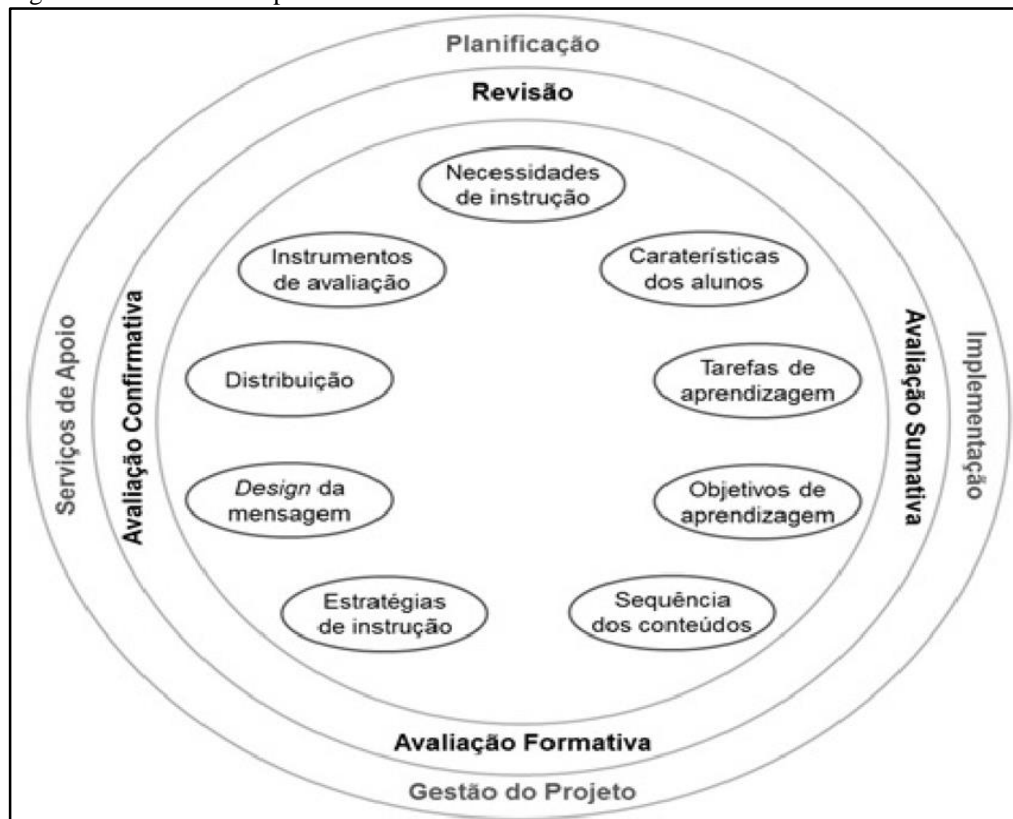
Os trabalhos obtidos a partir da criação dos alunos podem ser expostos no mural da escola e postados no site. Ao final da atividade promover com a turma uma roda de conversa para que os estudantes possam avaliar dando o seu parecer sobre a aplicação da sequência didática e do produto educacional. A avaliação será norteadada pelos seguintes questionamentos:

- 1 Como vocês avaliam as atividades propostas no que se refere à motivação?
- 2 Quais foram as principais dificuldades encontradas para a realização das atividades propostas?
- 3 Como vocês veem a importância da interação com os colegas para a realização das atividades?
- 4 Qual era a compreensão sobre gráficos estatísticos antes do desenvolvimento das atividades?
- 5 Na percepção de vocês, como as atividades contribuíram para a sua compreensão acerca de informações estatísticas?
- 6 Após tudo o que discutimos ao longo de nossas aulas, onde a Matemática pode ser aplicada no nosso dia a dia?

6 DESCRIÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

O produto educacional (<https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/742159>) foi desenvolvido a partir da proposição de uma sequência didática, que contemplou atividades variadas, explorando contextos diversos, nos quais as funções exponenciais podem ser utilizadas para a compreensão de determinados fenômenos, com base em situações reais. Os fenômenos explorados na referida sequência foram: disseminação do coronavírus e suas cepas, relação presa e predador, criptomoedas e reprodução de bactérias. O referido produto foi aplicado em turma do primeiro ano do Ensino Médio. Para tanto, se utiliza de situações reais, seguindo o modelo de Kemp (Figura 20).

Figura 20 - Modelo Kemp



Fonte: Kurt, 2016.

Destaca-se que, no referido modelo, o design gráfico em forma de círculos garante a permanente interlocução entre todos os nove elementos que compõem o projeto: são nove elementos interdependentes, permitindo aos designers maior flexibilidade (KURT, 2016). Para o primeiro elemento, o foco está na definição dos resultados de aprendizagem do curso. Isso inclui o que o aluno precisa aprender ou as habilidades que precisa adquirir. O foco do segundo elemento em fase está nos estilos de aprendizagem e nas necessidades dos alunos,

bem como na carga cognitiva pertinente relacionada a tópicos, tarefas e procedimentos. O terceiro elemento ajuda o designer a começar a pensar no conteúdo geral do curso em relação às características do aluno. O quarto elemento, análise de conteúdo e tarefa, é a fase que mais especificamente se concentra no aluno como um todo e determina a profundidade de compreensão do novo material que o aluno deve ser capaz de demonstrar. No enfoque desse elemento, a aplicação da taxonomia de Bloom²⁸ será recurso fundamental para a obtenção dos objetivos propostos. No elemento cinco (determinar os objetivos dos alunos) o designer analisa os objetivos gerais de aprendizagem do curso e os traduz em metas mais específicas e definidas. O sexto elemento é o planejamento de atividades que auxiliarão na facilitação do curso. Na sétima fase, o designer decide os recursos instrucionais necessários. A oitava componente leva em consideração os serviços de apoio que estão disponíveis, ou que podem ser necessários, para facilitar as atividades de ensino e aprendizagem. O componente final trata das avaliações formativas e somativas e dos modos de avaliação (KURT, 2016).

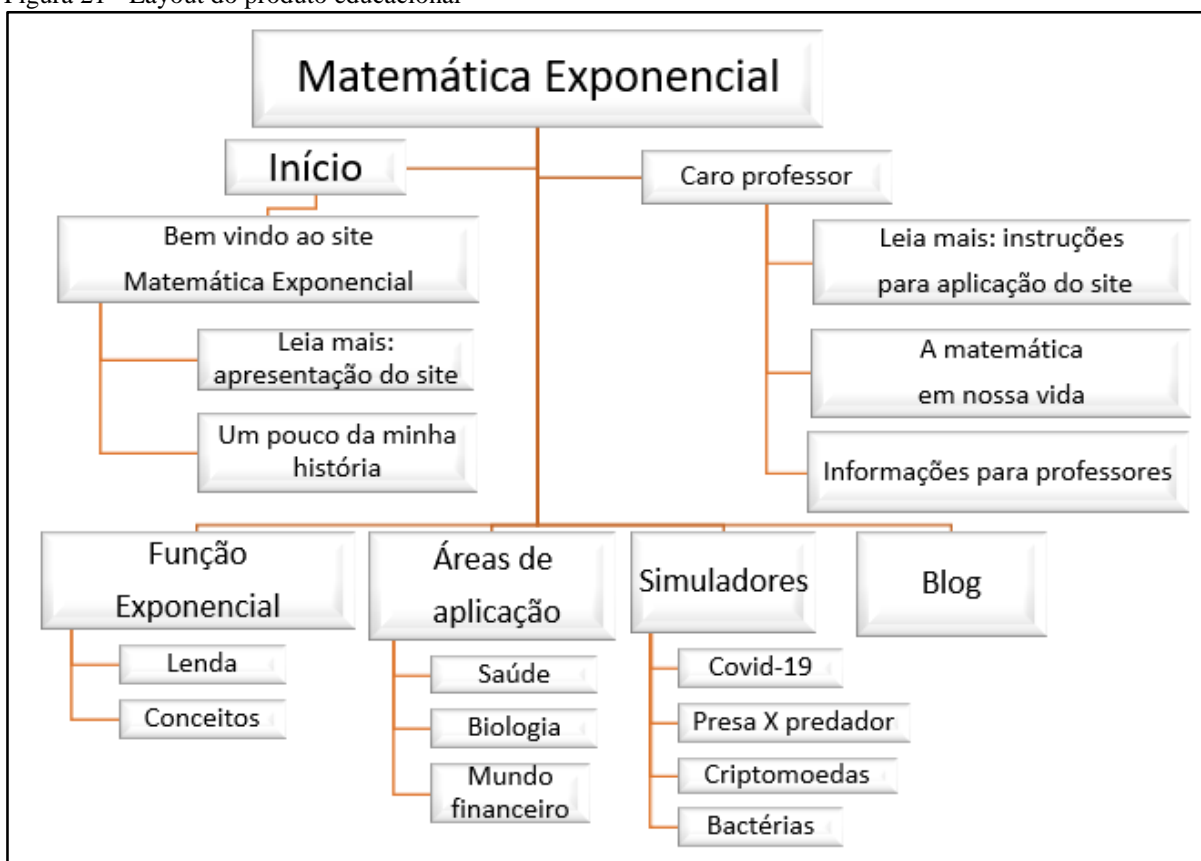
O site²⁹ que hospeda o produto educacional representa mais uma ferramenta de exploração da aplicação da Matemática na realidade, reforçando conceitos explorados na sequência didática. Vai ao encontro da utilização da tecnologia aliada à Matemática, proposta pela BNCC. Também contempla a Matemática voltada à resolução de problemas reais, explorando contextos em que esses problemas emergem, conforme preconiza o referido documento. Pretendeu-se que, ao aliar a tecnologia à Matemática, e à exploração das funções exponenciais, o aluno fosse capaz de desenvolver uma aprendizagem mais prazerosa e com significado e, por conseguinte, mais eficiente.

Partindo de tais apontamentos, o site desenvolvido como componente do produto educacional proposto é voltado à exploração de conceitos matemáticos relacionados à exploração das funções exponenciais e sua aplicação nas áreas da saúde, da biologia e da Matemática financeira (Figura 21).

²⁸ A taxonomia de Bloom foi uma das primeiras ferramentas para classificar o processo de pensar e aprender. Ela é uma ferramenta de avaliação para o pensamento e estabelece objetivos de aprendizagem, contribuindo para o planejamento do processo de ensino-aprendizagem. Disponível em: <<https://tutormundi.com/blog/taxonomia-de-bloom>>.

²⁹ Dorigon, 2022. Disponível em: <<http://matematicaexponencial.com.br/index.html>>.

Figura 21 - Layout do produto educacional



Fonte: Autora, 2022.

No ícone inicial, o usuário encontrará a descrição do site. No mesmo espaço, encontra uma breve biografia da autora, conhecendo sua história e sua relação com a Matemática, buscando estabelecer um vínculo de proximidade entre aqueles que navegam pelas informações, e quem as produziu.

Figura 22 - Página inicial do produto educacional

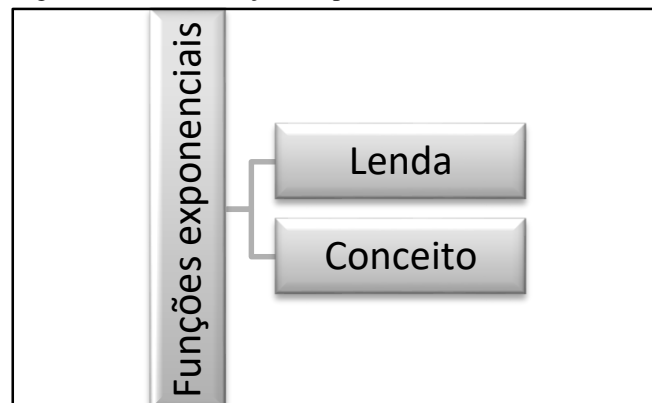


Fonte: Site Matemática Exponencial, 2022.

Em seguida, no ícone “Ei professor”, busca-se estabelecer um breve diálogo com o professor que acessa a ferramenta. Na sequência do site encontra-se o menu “Funções Exponenciais” (Figura 23).

Ainda no ícone início, se estabelece um diálogo com o professor que acessa a ferramenta, com instruções para a aplicação do site. Descreve o estudo realizado e sintetizando conceitos gerais que embasaram a pesquisa, possibilitando ao educador a apropriação desses conceitos, a fim de contextualizar a experiência proposta. Ao final do texto, se disponibiliza uma versão da sequência didática em pdf, possibilitando o *download* da proposta, bem como materiais de apoio, inspirando a sua replicação em outros contextos, por outros profissionais, propósito principal após a conclusão desta pesquisa, o que confirmaria a sua eficácia. Na sequência, no ícone “a Matemática em nossa vida”, apresenta-se um vídeo sobre a aplicação da Matemática no cotidiano das pessoas. No mesmo espaço, no tópico “informações para os professores”, é possível ao usuário encontrar o link para download do produto educacional ora proposto. Na sequência, o usuário pode seguir para o ícone “funções exponenciais” (Figura 23).

Figura 23 - Menu Funções Exponenciais



Fonte: Autora, 2023.

No referido menu, o usuário acessa conteúdos referentes à função exponencial: a lenda da função, conceito de função exponencial, tipos de funções exponenciais (crescente e decrescente), propriedades das funções exponenciais, exemplos de aplicação da função exponencial em diferentes áreas, problemas envolvendo funções exponenciais em situações reais sempre utilizando dados reais.

A lenda das funções exponenciais pode ser utilizada na introdução aos conceitos relacionados ao referido conteúdo. Está disponibilizada aos usuários utilizando linguagem verbal e por meio de imagens, e busca chamar a atenção para a narrativa, que ilustra, de

maneira criativa, o significado prático da função exponencial. Os conceitos estão apresentados em forma de textos e esquemas. Por fim, disponibilizam-se dois vídeos explicativos sobre as funções exponenciais; o primeiro aborda o crescimento logístico e exponencial em populações, e o segundo aborda a relação entre o crescimento da vitória régia, a covid-19 e a função exponencial (Figura 24).

Figura 24 - Vídeos sobre crescimento exponencial

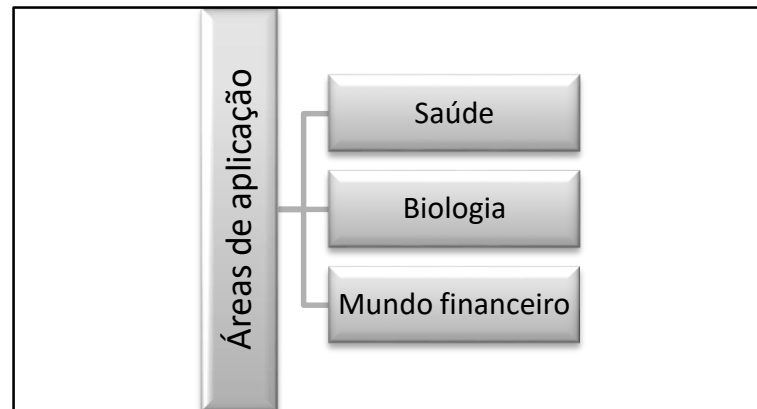


Fonte: Khan Academy, 2017; Féo, 2020³⁰.

Na sequência do site, ao navegar pelos tópicos do menu “Áreas de Aplicação”, o usuário é direcionado a diferentes áreas de aplicação das funções exponenciais, acessando conteúdos que exploram as referidas aplicações: na área da saúde, na área da biologia e na área da Matemática financeira. Além de textos escritos, o aluno pode visualizar imagens, gráficos, quadros e esquemas, que servem como exemplos das situações mencionadas (Figura 25).

³⁰ Féo, 2020. Disponível em: <<https://www.facebook.com/SaoFidelis/videos/enigma-da-vit%C3%B3ria-r%C3%A9gia-vira-exemplo-em-v%C3%ADdeo-que-explica-o-que-%C3%A9-o-crescimento-/697158750863508/>>.

Figura 25 - Menu Áreas de Aplicação das funções exponenciais

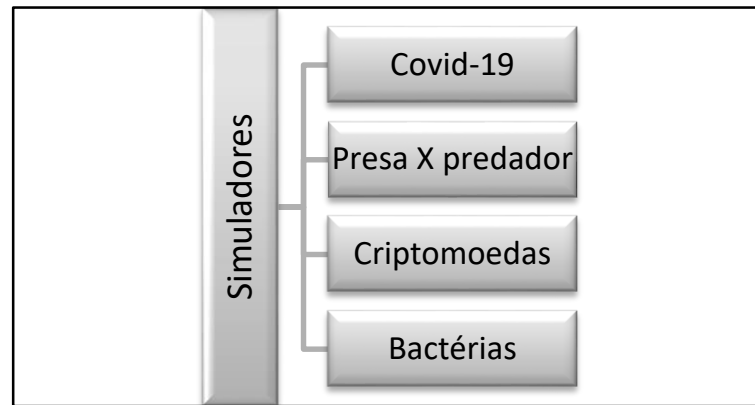


Fonte: Autora, 2023.

Na exploração da Matemática na área da saúde, o foco está na aplicação das funções exponenciais no crescimento das curvas da covid-19, explicando esse crescimento de acordo com o fator R_0 das variantes. Inicialmente, expõem-se conceitos acerca da covid-19, seu surgimento, seus sintomas. As formas de propagação ganham destaque, já que guardam a relação com as funções exponenciais. O conteúdo é enriquecido com vídeo disponibilizado aos usuários.

Na seção dedicada à aplicação da Matemática e das funções exponenciais na área da biologia, o usuário encontra conceitos relacionados à presa e predador, ilustrados com imagens e gráficos, exemplificando movimento crescente e decrescente na relação entre as espécies. Também encontrar informações sobre equilíbrio ecológico. A seção disponibiliza, assim como as demais seções, vídeos sobre a temática. Na seção dedicada à aplicação das funções ao mundo financeiro, o usuário tem acesso a conceitos diversos relacionados ao mercado financeiro, com foco para o rendimento em criptomoedas. Por meio de textos escritos e ilustrações, o usuário navega por esse universo, familiarizando-se com o assunto, refletindo acerca da relação entre as funções exponenciais e o rendimento das moedas digitais. Disponibilizam-se vídeos para melhor compreensão do tema. O menu “simuladores” oportuniza ao aluno o acesso a diferentes situações de simulação, de acordo com áreas específicas de aplicação da Matemática (Figura 26).

Figura 26 - Menu Simuladores



Fonte: Autora, 2023.

Antes do simulador, são disponibilizadas aos alunos informações diversas sobre cada uma das áreas exploradas, possibilitando a contextualização dos problemas propostos, levando o usuário a perceber que as simulações podem ser feitas a partir de dados reais. Essas informações são apresentadas por meio de textos escritos, imagens, e vídeos disponibilizados. Ao final de cada tópico dos simuladores, é disponibilizado ao usuário um espaço para tecer comentários, realizar questionamentos e reflexões, interagindo com os administradores do site.

Utilizando o simulador disponibilizado em cada área, é possível simular a ideia da função exponencial. Após a simulação, é possível analisar o comportamento do gráfico, de acordo com os valores que o aluno irá inserir na curva estimada. O simulador busca representar situações cujo comportamento dos dados em uma relação temporal seja uma relação de crescimento ou decrescimento exponencial. A variável x é sempre tempo, a variável y é a variável do comportamento da relação cartesiana para a variável y . São definidos 10 valores para que haja uma representatividade desse comportamento de crescimento exponencial para fazer a simulação da relação cartesiana x e y (Figura 27).

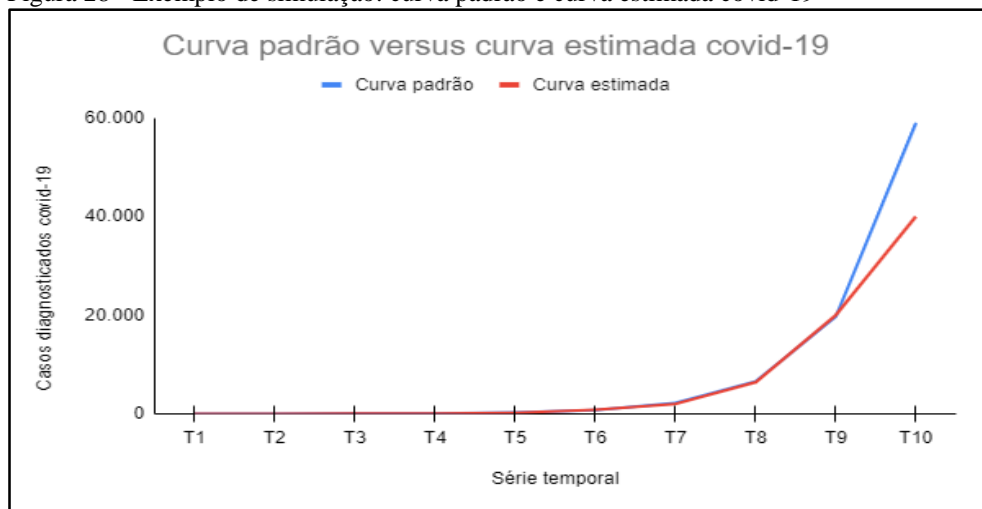
Figura 27 - Valores definidos para representatividade do comportamento exponencial

Série temporal	Curva padrão	Curva estimada	Equação	Valores de x
T1	3	1	3 elevado x	1
T2	9	5		2
T3	27	30		3
T4	81	70		4
T5	243	200		5
T6	729	800		6
T7	2.187	2.000		7
T8	6.561	6.400		8
T9	19.683	20.000		9
T10	59.049	40.000		10

Fonte: Autora, 2022.

Os usuários têm sempre uma curva padrão referência para entender o comportamento teórico daquela relação cartesiana entre a variável tempo x e a variável dependente y (Figura 28).

Figura 28 - Exemplo de simulação: curva padrão e curva estimada covid-19



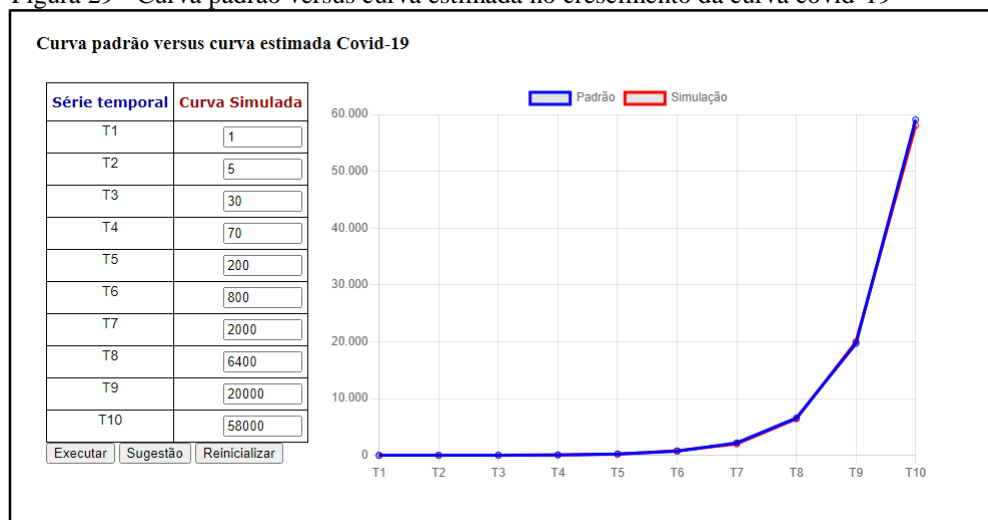
Fonte: Autora, 2022.

O usuário tem a possibilidade de entrar com dados para executar essa representação da estimativa do crescimento exponencial. A relação entre a curva padrão e a simulada serve para fazer uma autoverificação do acerto ou do erro em relação aos dados que o usuário insere para executar a comparação. Importante informar que a região destacada em verde são valores fixos; os alunos poderão informar valores no campo curva estimada, onde a curva estimada, representada pela cor vermelha será resultante da construção dos alunos. Esse mesmo padrão segue para os demais gráficos. Essa é a etapa em que o usuário poderá analisar, explorar, descrever o que está acontecendo após a inserção dos valores. Para isso o simulador apresenta

uma caixa texto para que o aluno registre tudo o que ele observa durante a simulação. Cada simulador apresenta o valor de uma variável de crescimento exponencial: covid-19, mercado financeiro, relação presa e predador e colônia de bactérias.

No que se refere ao simulador aplicado à área da saúde, são exploradas as possibilidades de propagação da covid-19 por meio do lançamento de valores. Por meio da inserção de dados, o usuário obtém um gráfico crescente, mostrando a curva de crescimento, de acordo com os valores inseridos. Para tanto, deve ter noções sobre as funções exponenciais e sua aplicabilidade em situações reais. A função exponencial para representar a contaminação da covid-19 pode ser representada por $f(x) = 3^x$, pois será trabalhado com a taxa de reprodução básica (R_0) do vírus Alpha. Este parâmetro leva em consideração o número médio de novos casos gerados por um caso positivo durante um período de infecção, de modo que, se um organismo tem um R_0 de 3, significa que uma pessoa infectada irá infectar três outras, em média, fazendo com que o número de infectados aumente exponencialmente (Figura 29).

Figura 29 - Curva padrão versus curva estimada no crescimento da curva covid-19

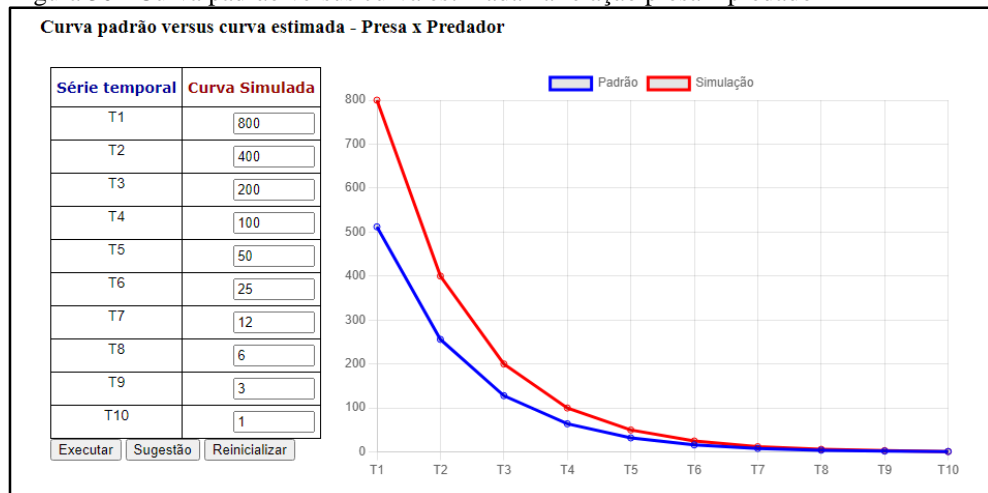


Fonte: Autora, 2023.

No tópico Presa x Predador, os usuários podem explorar a relação entre predador x presas; podem simular o decrescimento de uma função exponencial, onde ele irá analisar a seguinte situação: imagine que na floresta africana, os leões, chitas, leopardos e hienas alimentam-se de zebras e gnus. Se todos os carnívoros fossem extintos, a quantidade de zebras e gnus aumentaria exageradamente. Com isso, as pastagens não seriam mais suficientes para alimentar todos esses animais herbívoros que, conseqüentemente, morreriam de fome. Percebe-se, portanto, que a predação, apesar de levar outro animal à morte, é

bastante benéfica e até importante para a sobrevivência da espécie que é predada. As duas espécies são extremamente importantes para o equilíbrio daquela comunidade. Usamos para representar o decréscimo a seguinte função exponencial: $f(x) = 2^{(x-1)}$ (Figura 30).

Figura 30 - Curva padrão versus curva estimada na relação presa x predador

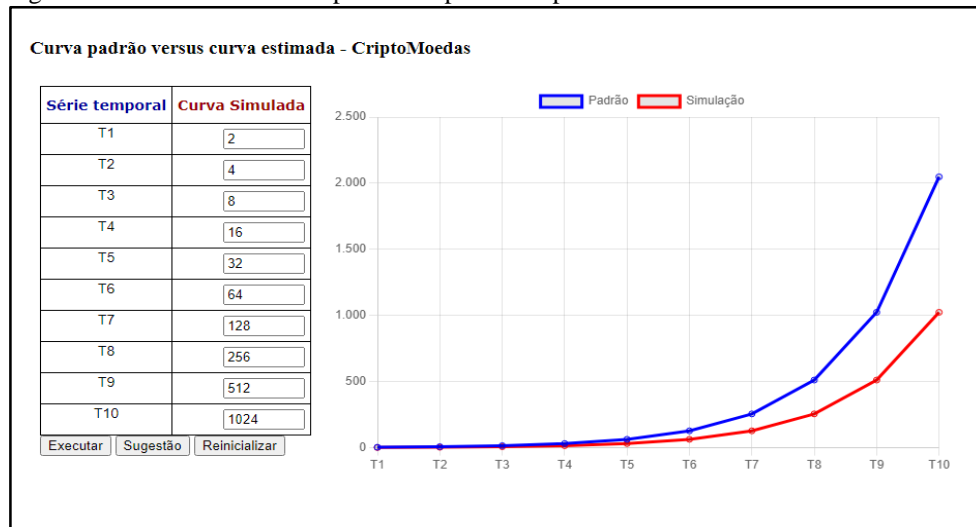


Fonte: Autora, 2023.

Esse gráfico exemplifica claramente a relação entre predador versus presa, pois mostra o que acontece se o ecossistema não estiver em equilíbrio. Quando o número de presas continuar diminuindo, fatalmente os predadores morreriam de fome e vice-versa também pode ocorrer, pois se o número de presas aumentar exponencialmente, sem controle, não teria pastagem suficiente para todos e eles morreriam de fome também, por isso que o equilíbrio na natureza é muito importante.

Na atividade proposta para o tópico acerca das funções exponenciais e sua aplicação no mundo financeiro, inicialmente o aluno entra em contato com conceitos diversos acerca das criptomoedas por meio dos textos disponibilizados no próprio site, podendo, ainda, realizar pesquisas em links sugeridos. Disponibilizam-se, também, vídeos explicativos acerca do conteúdo. Ao final, o aluno tem a possibilidade de simular o investimento em criptomoedas, um sistema de pagamento digital que não depende de bancos para confirmar as transações. Ao pesquisar sobre a bitcoin o aluno encontrará inúmeras matérias abordando flutuações em sua cotação, que acontece por conta de fatores técnicos, jurídicos, de mercado e, até mesmo, através de mudanças em políticas monetárias. Pensando nesse cenário e na instabilidade das criptomoedas, acrescentamos o fator de variação aleatória (g) para representar o crescimento exponencial dessa moeda virtual. Portanto nossa função será representada por $f(x) = 2^{x+g}$ (Figura 31).

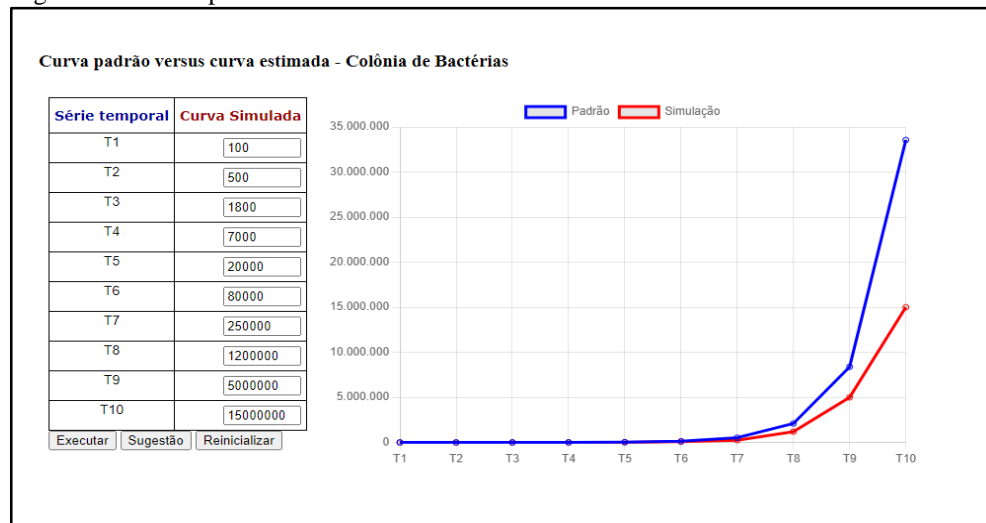
Figura 31 - Crescimento de criptomoeda por curva padrão e estimada



Fonte: Autora, 2023.

No tópico que explora o crescimento de bactérias, os estudantes partem da premissa de que, geralmente, o crescimento de determinados seres vivos microscópicos, como as bactérias, acontece exponencialmente. Dessa forma, é comum o uso de funções exponenciais relacionadas a problemas dessa natureza. Portanto, a função exponencial para representar o crescimento da colônia de bactérias é $f(x) = 2^{x+1}$. Exemplo: Em um laboratório, constatou-se que uma colônia de certo tipo de bactérias tinha seu fator de reprodução dado pela seguinte função exponencial $f(x) = 2^{x+1}$, se reproduzindo a cada hora. No instante em que começaram as observações, o número de bactérias na amostra era estimado em apenas 2, após 1 dia, qual é o número estimado de bactérias? A Figura 32 apresenta o crescimento exponencial da curva na simulação, a partir da manipulação dos dados.

Figura 32 - Curva padrão versus curva estimada no crescimento de bactérias



Fonte: Autora, 2023.

Pretende-se que, com a utilização dos simuladores, o aluno desenvolva, gradativamente, uma compreensão exata e, portanto, eficiente, acerca das funções exponenciais e sua aplicação na resolução de problemas reais. Pela manipulação dos dados, os estudantes devem ser capazes de refletir acerca dos valores utilizados, bem como acerca dos resultados obtidos.

7 RESULTADOS E DISCUSSÃO

7.1 Relatório de Aplicação do Produto Educacional

Apresentam-se, na sequência, os relatórios detalhados da aplicação da sequência didática. Descrevem-se as atividades propostas e realizadas pelos alunos, as metodologias aplicadas, as discussões ocorridas durante as aulas, as ideias que emergiram dessas discussões, buscando registrar, ainda, as dificuldades e/ou limitações enfrentadas pela turma. Apresenta-se, ainda, o demonstrativo dos trabalhos realizados pelos alunos durante o trabalho realizado.

7.1.1 Relatório do primeiro encontro

A aplicação do produto educacional teve início no dia 10 de outubro de 2022. No primeiro encontro, conversou-se com os alunos, expondo a ideia da pesquisa. Conduziu-se um diálogo a respeito de como seria a aplicação do produto educacional, quando ficou combinado que o mesmo seria aplicado durante o mês de outubro. Dialogou-se também sobre o curso de pós-graduação (mestrado), de como estava organizada a sequência didática, da criação e elaboração do produto educacional, o qual está sendo estudada desde 2021. Salientou-se que tudo foi preparado com o intuito de contribuir para que os alunos se tornem realmente cidadãos conscientes e críticos em relação às informações divulgadas pelas mídias, conseguindo conceber a Matemática como uma ferramenta, um instrumento para resolução de problemas reais.

Após essa conversa inicial, deu-se início à aplicação da sequência didática com a apresentação de alguns slides, a fim de mostrar a aplicação da Matemática no nosso dia a dia, evidenciando que a referida área do conhecimento está presente no nosso cotidiano, e que fazemos uso dela diariamente de forma direta e indireta, embora, muitas vezes, não nos damos conta disso. Partindo dessa ideia, conduziu-se um questionamento acerca de exemplos da Matemática no dia a dia dos alunos (Figura 33).

Figura 33 - “Onde a Matemática está presente em nosso dia a dia?”

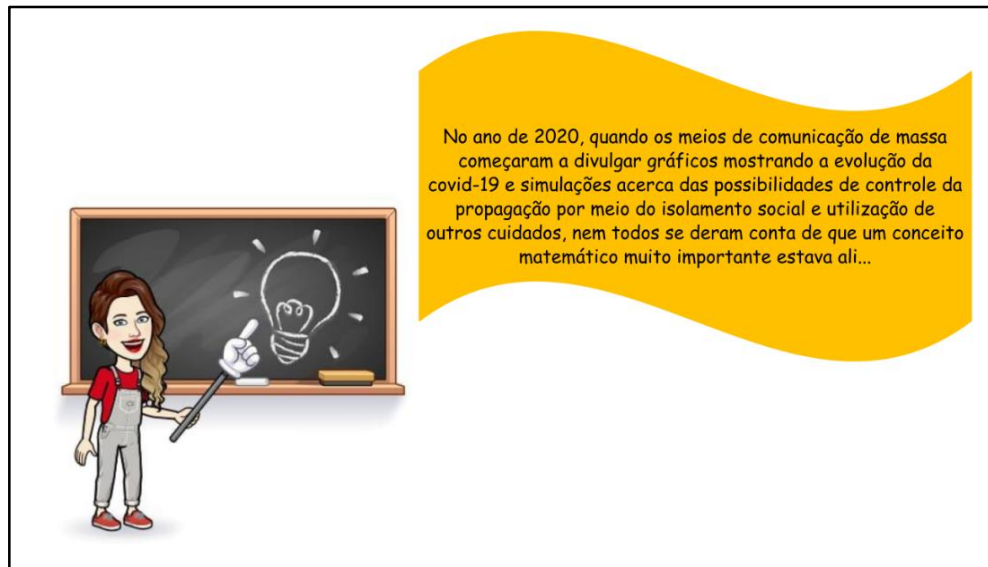


Fonte: Autora, 2022.

Nesse momento, os estudantes ficaram mais participativos, e começaram a citar vários exemplos da Matemática aplicada no seu cotidiano. O primeiro apontamento foi referente ao relógio, em seguida, referente às compras no supermercado; uma aluna lembrou da proporção áurea (usamos as medidas do nosso corpo, entre outros) que trabalhamos no conjunto dos números irracionais. Foi mencionada a Educação Física, quando a Matemática está presente na marcação do tempo, distância, velocidade. Na continuidade dos questionamentos, os alunos foram interrogados sobre onde mais era possível evidenciar a Matemática, considerando que ela está presente desde o momento que acordamos até o momento que vamos dormir. Nesse momento um aluno falou das formas geométricas, e citou o colchão como uma figura geométrica 3D (comprimento, altura e profundidade). A referência à forma mencionada foi aproveitada para reforçar a diferença entre as figuras planas e espaciais, e conseguimos mais exemplos de formas geométricas (triângulo, retângulo, quadrado, círculo, entre outras). Os alunos gostaram muito dos apontamentos, sendo que alguns ficaram à vontade para descrever as suas rotinas diárias e apontar onde a Matemática se faz presente.

Avançando um pouco mais na apresentação, falei mais sobre a linha da nossa pesquisa e da importância da Matemática na resolução de problemas reais, como, por exemplo, a pandemia da covid-19. Questionei se eles poderiam me dizer como a Matemática foi fundamental para acompanhar a evolução da pandemia da covid-19 (Figura 34).

Figura 34 - Como a Matemática foi fundamental para acompanhar a evolução da pandemia da covid-19?



Fonte: Autora, 2022.

Alguns alunos citaram que a Matemática é usada para mensurar os casos de pessoas contaminadas pelo vírus, para mapear o número de vítimas feitas pela covid-19, e também para expressar o número de pessoas que conseguiram vencer a doença. Acrescentaram que essas informações e dados eram divulgados pelas mídias em forma de gráficos e porcentagens. Contudo, nenhum aluno soube responder como a Matemática foi uma ferramenta importantíssima para ajudar a mapear e a entender o crescimento da pandemia.

Dando sequência à aula, discorreram-se sobre a origem do vírus, suas principais características, como ele se espalhou atingindo o mundo todo, caracterizando, assim, uma pandemia. Nesse momento, foi explicado para os alunos como a Matemática teve um papel fundamental para as autoridades, cientistas, médicos, entre outros especialistas para acompanhar e projetar o progresso da covid-19. Eles basearam seus estudos na taxa de reprodução básica do vírus R_0 . Sendo assim, o primeiro caso Sars-CoV-2 (sigla do inglês que significa coronavírus 2 da síndrome respiratória aguda grave) era de 2,5; essa taxa significa o número médio de novos casos que um caso positivo gera durante um período de infecção. Por exemplo, se um patógeno tem um R_0 de 3, significa que uma pessoa infectada pode infectar três outras, em média.

Outra informação importante que teve destaque na nossa discussão foi: como é calculada a taxa de transmissão do coronavírus? Foi esclarecido aos alunos que o cálculo matemático para determinar a taxa de contágio de uma doença leva em consideração dados diários sobre o tamanho da população, os casos confirmados, as mortes, os infectados e o número de recuperados. O número efetivo de reprodução, chamado (R_0), diz qual o potencial

de propagação do vírus. Após essas colocações foi possível falar com os alunos a respeito do crescimento exponencial e abordar melhor esse tipo de fenômeno.

A discussão a respeito do tema foi finalizada assistindo a um vídeo de 2 minutos, que fala sobre o crescimento exponencial, e como o coronavírus se espalhou tão rápido. Durante a exibição do vídeo, fizemos uso da tabela, e construímos redes para exemplificar o fenômeno do crescimento exponencial, usando uma taxa de crescimento igual a 2. Os alunos conseguiram projetar e entender que os valores dobravam a cada dia (Figura 35).

Figura 35 - Slide convite para assistir a vídeo



Fonte: Autora, 2022.

Foi bem interessante a participação dos alunos durante a atividade. Depois de toda essa conversa e apontamentos em relação à Matemática na aplicação de problemas reais, questionei os alunos sobre: onde a Matemática está presente em nossas vidas? Para responder a essa questão, fizemos uso da ferramenta *Mentimeter*, construindo uma nuvem de palavras. As respostas foram bem pontuais, e todos participaram efetivamente da atividade, mostrando que eles conseguem enxergar a Matemática de forma significativa no seu dia a dia (Figura 36).

doença e conseguiram se recuperar. Outros relataram que perderam entes queridos, amigos ou conhecidos pela doença. Um aluno falou da sua própria experiência, quando acabou se contaminando pela doença, e ficou vários dias internado. Relatou que passou muito mal, e que até hoje tem dificuldade em respirar. Uma aluna relatou que seu pai ficou 15 dias internado após ser contaminado pelo vírus da covid-19, ficando entre a vida e a morte, e que ainda hoje tem sequelas nos pulmões; declarou que foi um momento bem difícil para a família. Foi um momento da aula em que todos se mostraram muito atentos aos relatos dos colegas, porque estavam solidários com os acontecimentos, pois todos nós de certa forma passamos por momentos difíceis durante a pandemia, seja por contrair a doença, seja por estar em isolamento, seja por passar por alguma dificuldade financeira, seja pela incerteza do que poderia acontecer, enfim apreensivos pelo que estava acontecendo.

Outro ponto abordado durante a nossa conversa foi sobre todas as informações que foram divulgadas pela mídia, inferindo que muitos deles tiveram grande dificuldade em compreender tudo aquilo, como também se abordou a dificuldade para participar das aulas de forma remota. A maioria dos alunos disse que não participou por não ter internet, um computador, ou mesmo um bom celular para acompanhar as aulas, que se sentiram extremamente desmotivados durante esse período e, conseqüentemente, trazem grandes lacunas no seu aprendizado. Após essa breve conversa, os alunos conseguiram entender melhor como o vírus da covid-19 se espalhou tão rapidamente pelo mundo, sendo que o primeiro caso foi identificado em Wuhan na China, e pouco tempo depois chegou no Brasil e, quando nos demos conta, estava aqui em Soledade também. Após essas colocações, eles conseguiram assimilar melhor toda essa informação.

Na sequência, partimos para o próximo momento da aula, que consistiu no sorteio dos grupos para a elaboração da síntese dos filmes: *Gripe Espanhola - Mortos esquecidos* (58 minutos); e do documentário: *Gripe Espanhola: a pandemia que varreu o mundo em 1918* (15 minutos). Os grupos foram formados de forma aleatória, por sorteio, utilizando a seguinte ferramenta: <<https://commentpicker.com/team-generator.php>>. Conversei previamente com a turma se eles gostariam de fazermos a escolha dos grupos de forma aleatória, e todos concordaram. Pensamos em fazer essa dinâmica de grupos justamente para que os estudantes tivessem a oportunidade de interagir com colegas que, muitas vezes por não terem tanta afinidade, acabam não interagindo e nem conversando; com isso, queremos promover a socialização e a troca de saberes entre eles. Esse trabalho de fazer um sorteio aleatório proporcionou novas interações, pois gerou aproximação de outras pessoas que, às vezes, não têm contato diretamente dentro da sala de aula, e acaba ficando só nos seus grupos fechados

onde tem mais afinidade. Gostaria de fazer uma ressalva: tenho um aluno que é autista, e geralmente ele não quer participar das atividades em grupos (e todos os colegas respeitam isso), mas dessa vez ele pediu para participar da atividade com os colegas e isso me deixou muito feliz.

7.1.2 Relatório do segundo encontro

O segundo encontro foi dividido em 2 partes para não ficar tão cansativo. A primeira parte do segundo encontro ocorreu no dia 10 de outubro de 2022. Após a organização dos grupos, nos dirigimos para a sala de vídeo, para assistirmos ao filme “*Gripe Espanhola: mortos esquecidos*”, com duração de 58 minutos (Figura 37). Foram separados dois períodos para essa etapa. O filme foi assistido com legenda, pois há na classe uma menina deficiente auditiva, que precisa ler porque não escuta direito; mesmo tendo essa deficiência auditiva ela é bem participativa e consegue interagir muito bem com a professora e os colegas.

Figura 37 - Cena do documentário “Gripe Espanhola: mortos esquecidos”



Fonte: Personal, 2017³¹.

Após concluirmos o filme, ainda restaram 20 minutos, que foram usados para uma conversa sobre alguns pontos importantes, que foram pontuais para iniciarmos a discussão. Os estudantes se organizaram com seus respectivos grupos, e começaram a fechar alguns pontos a respeito do filme.

Foi possível observar que alguns grupos foram fazendo tópicos e elencando os principais pontos do filme, outros foram esquematizando a síntese. Comecei a fazer alguns

³¹ Personal, 2017. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=ZL1KZSieAK0>>.

questionamentos, como, por exemplo, se eles tinham observado que na fábrica de tecelagem, no início do filme, só havia mulheres trabalhando. A grande maioria conseguiu perceber, e concluir que os homens não estavam, porque estavam servindo seu país na guerra; conseguiram captar a mensagem do filme, e perceber que ali estavam sendo mostrados fatos da primeira guerra mundial (28 de julho de 1914 a 11 de novembro de 1918).

Outro ponto importante que todos os grupos evidenciaram durante a nossa retomada do filme foi a semelhança da gripe espanhola em relação à covid-19. As semelhanças estão nas formas de contágio, isolamento, pessoas com poucos recursos, hospitais superlotados, autoridades resistentes ao fechamento dos estabelecimentos comerciais e escolas, e algumas medidas adotadas pelos médicos durante a gripe espanhola foram usadas durante a pandemia do coronavírus, como o uso de máscara, ambientes ventilados e o cuidado com a aglomeração de pessoas em locais fechados. Após o debate acerca dos principais pontos do filme, foi encerrada a primeira parte do segundo encontro.

No dia 11 de outubro de 2022, deu-se continuidade ao segundo encontro, quando se utilizou o tempo de um período. Nesse tempo, assistimos ao documentário “Gripe Espanhola: a pandemia que varreu o mundo em 1918”. O tempo do referido documentário é de 15 minutos. Esse documentário faz uma abordagem mais detalhada sobre os fatos históricos em relação à pandemia da gripe espanhola. Os alunos demonstraram interesse e, ao término do vídeo, eles se reuniram com as equipes organizadas na aula anterior para a realização de uma síntese sobre o documentário e sobre o filme (Gripe Espanhola - mortos esquecidos) que assistiram na aula anterior, a qual será apresentada no 3º encontro da sequência didática. Foi observado a construção e debate dos principais tópicos do filme e suas ligações com o documentário; a interação dos grupos foi positiva, todos participaram ativamente das discussões e da elaboração do texto, visto que as equipes foram organizadas de forma aleatória para que houvesse maior diversidade de ideias em cada grupo. Outro ponto a ser destacado no encontro foi a autonomia dos grupos em relação às dúvidas que surgiram durante a estruturação do texto sobre os fatos abordados durante a exibição do filme e/ou documentário, houve muita troca de ideias e informações entre eles e quando nenhum integrante do grupo tinha certeza da resposta, eles pesquisavam ou solicitavam auxílio da professora (Figura 38).

Figura 38 - Documentário “Gripe Espanhola: a pandemia que varreu o mundo”



Fonte: Sala de Guerra, 2020³².

7.1.3 Relatório do terceiro encontro

No dia 17 de outubro de 2022, realizamos o terceiro encontro, que teve a duração de dois períodos. O encontro teve início com a construção de um círculo para conversarmos e debatermos sobre o filme e sobre o documentário da gripe espanhola. O círculo foi organizado de forma estratégica, com as equipes juntas formadas na aula anterior. Cada grupo elegeu seu líder para a leitura da síntese, após cada leitura, eram feitos comentários sobre o que havia sido exposto pelos alunos e todos contribuíram de forma efetiva, enriquecendo assim nosso debate sobre o tema em questão.

Algumas questões que fomentaram o nosso debate foram: O que é pandemia? Como a gripe espanhola se espalhou? Qual parte do filme e/ou documentário mais te sensibilizou ou chamou mais atenção e por quê? Qual a semelhança entre a gripe espanhola e a covid-19? Dentre várias colocações dos alunos algumas merecem destaque, como por exemplo, que eles conseguiram enxergar uma grande semelhança entre as duas pandemias (gripe espanhola e covid-19), apontaram o descaso e a negligência com que as autoridades e líderes políticos da época lidaram com a gripe espanhola, não dando a real importância à doença como ocorreu com a pandemia da covid-19. Fizeram também um levantamento do número de vítimas das duas pandemias e relataram sobre os sintomas e as medidas de prevenção. Após a leitura das sínteses passamos para o 2º momento da aula, trabalhamos com um texto sobre covid-19 (Figura 39).

³² Sala de guerra, 2020. Disponível em: <<https://youtu.be/QylAltkkiOg>>.

Figura 39 - Alunos em atividade de leitura de texto



Fonte: Autora, 2022.

O texto inicia questionando se temos ideia de que os vírus são os maiores causadores de doenças que podem afetar todo o planeta, da alta taxa de transmissibilidade deles que pode ocorrer de forma exponencial. Relata os casos de pneumonia com causa desconhecida na cidade de Wuhan, China, evidenciando o surgimento de um novo vírus: o Sars-CoV-2 (síndrome aguda respiratória grave). Aponta as medidas sanitárias que devem ser tomadas segundo a OMS (Organização Mundial da Saúde) para que o vírus não se espalhe, como por exemplo: isolamento de pessoas infectadas, controle de aglomerações, uso de máscara, lavagem de mãos, distanciamento, quarentena, entre outros. Os alunos se reuniram em duplas e/ou trios para a leitura do texto e para responderem algumas questões: 1) Pesquisem sobre que tipo de doença é a covid-19; 2) Qual foi a importância da quarentena para combater a covid-19? 3) Pesquisem a respeito das medidas de prevenção contra o coronavírus e comentem sobre qual ou quais medidas vocês acreditam que deveriam ser mantidas mesmo em casos que não há pandemia e por quê.

Avalio o nosso terceiro encontro como muito produtivo, porque os estudantes participaram de forma efetiva das atividades propostas, outro ponto positivo foi a interação entre os grupos e a disposição da sala em círculo ajudou para um bom andamento da aula. Durante a resolução das questões, os estudantes não apresentaram nenhuma dificuldade, pois responderam de forma correta, o que ficou evidente que eles compreenderam bem todos os assuntos e conceitos abordados na aula de hoje.

7.1.4 Relatório do quarto encontro

Iniciou-se a aplicação do quarto encontro no dia 17 de outubro de 2022, no quinto período. Os alunos foram divididos em grupos compostos por três a quatro integrantes, novamente os grupos foram formados de forma aleatória para estimular a interação entre eles e dar a oportunidade de fazerem trabalhos com colegas que não tenham se reunido ainda, porque na sua maioria a escolhas dos grupos de faz de forma que eles fiquem com seus afins, dividi-los em grupos menores para facilitar a leitura do texto. Foi distribuído para cada aluno o seguinte texto: ‘Covid: por que cientistas estão comparando a variante Ômicron do coronavírus com o sarampo’. O texto traz muita informação a respeito do coronavírus e suas variantes como também outras doenças causadas por vírus, como por exemplo, difteria, varíola, rubéola, entre outras. Além disso, explica a taxa de reprodução básica (R_0) dos vírus, a forma de transmissibilidade, sintomas causados por eles, entre outros. Retrata que se um patogênico apresenta um R_0 maior que 1 ele se espalha muito rápido, fazendo que o número de infectados aumente de forma exponencial. Por outro lado, se o patógeno for menor que 1 acaba desaparecendo com o tempo; por isso a importância das medidas de prevenção e da vacinação em massa.

O texto cita vários vírus altamente contagiosos, como o sarampo, que é transmitido via aérea e cujo R_0 está entre 12 e 18, coqueluche com R_0 de 12 a 17, entre outros. Reforça que, mesmo sendo patógenos altamente contagiosos, todos eles foram controlados graças às vacinas. Trata-se de um texto bem completo para abordarmos o conceito sobre a taxa de reprodução básica dos vírus, meios de transmissão, porque devemos nos vacinar e com isso, reforçamos a importância do conhecimento, porque só assim, bem informados somos capazes de agir de forma mais consciente, de fazermos as melhores escolhas em relação às coisas que tem um impacto significativo em nossas vidas.

Os alunos tiveram cerca de vinte minutos para a leitura do texto, para a troca de ideias e a discussão entre eles, após essa conversa, foi disponibilizado um gráfico sobre os casos acumulados da covid-19 do período de 26 de fevereiro de 2020 a 11 de maio de 2020 para que eles analisassem e respondessem às seguintes questões: a) Vocês já viram um gráfico parecido com este? b) Descrevam, com suas palavras, o comportamento da curva desse gráfico. c) Esse tipo de gráfico apresenta crescimento linear? Explique. Muitos alunos após a leitura ainda não tinham compreendido o conceito sobre a taxa de reprodução básica e qual é o seu papel na disseminação das doenças causadas por vírus.

Nesse momento fizemos a leitura do texto de forma colaborativa e fomos conversando sobre os pontos mais importantes do texto e esclarecendo as dúvidas dos estudantes. Primeiro, definimos o conceito da taxa de reprodução básica: Nada mais é do que o número médio de novos casos que um caso positivo gera durante um período de infecção. Por exemplo: se um patógeno tem um R_0 de 2, significa que uma pessoa infectada infectará duas outras, em média. Segundo, explicamos que um parâmetro conhecido como número básico ou taxa de reprodução básica (R_0) serve para determinar a capacidade de dispersão de um organismo patogênico e quanto maior o R_0 , maior será o número de infectados, ocasionando uma crescente exponencial, em relação ao número de pessoas contaminadas. Para que os alunos conseguissem compreender melhor esse tipo de fenômeno, construímos as tabelas e redes usando $R_0 = 2$ e $R_0 = 3$. Nesse momento retomamos o conceito de potenciação e explicamos que o R_0 serve de base da função exponencial. Para a construção das tabelas usamos no expoente valores de 1 a 10 para representar os dias de transmissão e a base da potência a taxa de reprodução básica 2 e 3 (Quadro 6).

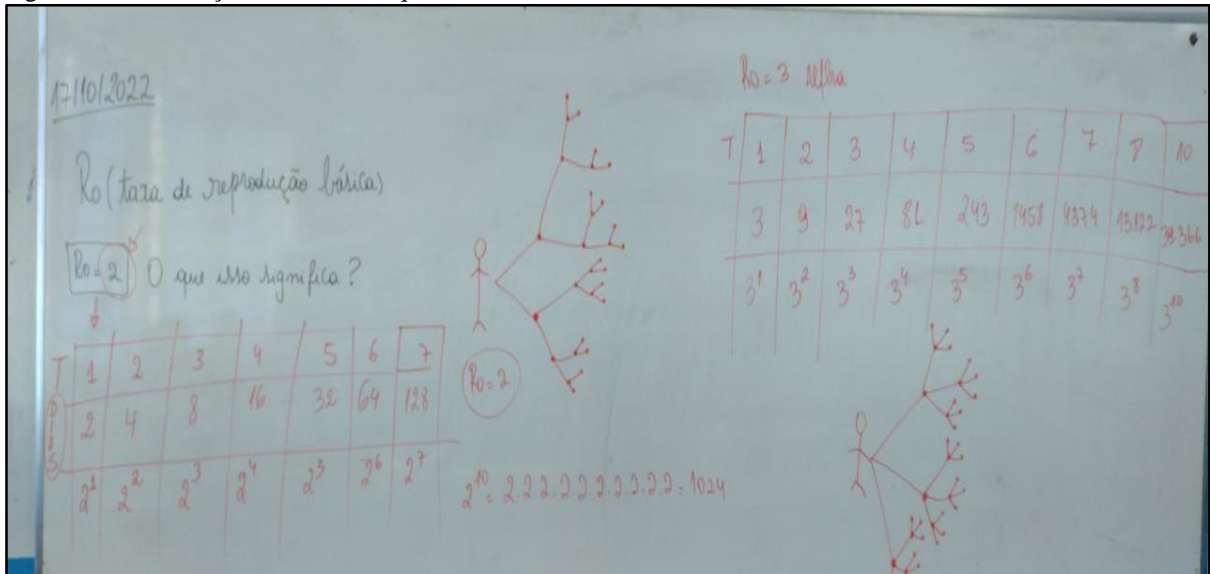
Quadro 6 - Taxa de reprodução básica

Taxa de reprodução igual a 2										
Tempo (dias)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Base	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
Resultado	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
Taxa de reprodução igual a 3										
Tempo (dias)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Base	3^1	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6	3^7	3^8	3^9	3^{10}
Resultado	3	9	27	81	243	729	2.187	6.561	19.683	59.049

Fonte: Autora, 2022.

Com a construção das tabelas, ficou mais claro o que significa crescer de forma exagerada ou exponencial; ficou mais fácil de compreender e perceber que quanto maior é a R_0 os valores aumentam mais rapidamente (parecer dos alunos). Foi preciso reforçar o conceito de potenciação e a forma de resolução, pois alguns alunos ainda se confundiram e multiplicaram a base pelo expoente. Por meio da construção das redes os alunos conseguiram observar como um caso positivo pode transmitir a doença para outras pessoas, e que quanto maior for a taxa de reprodução básica do vírus, maior vai ser o número de pessoas infectadas. A Figura 40 mostra a construção das redes no quadro.

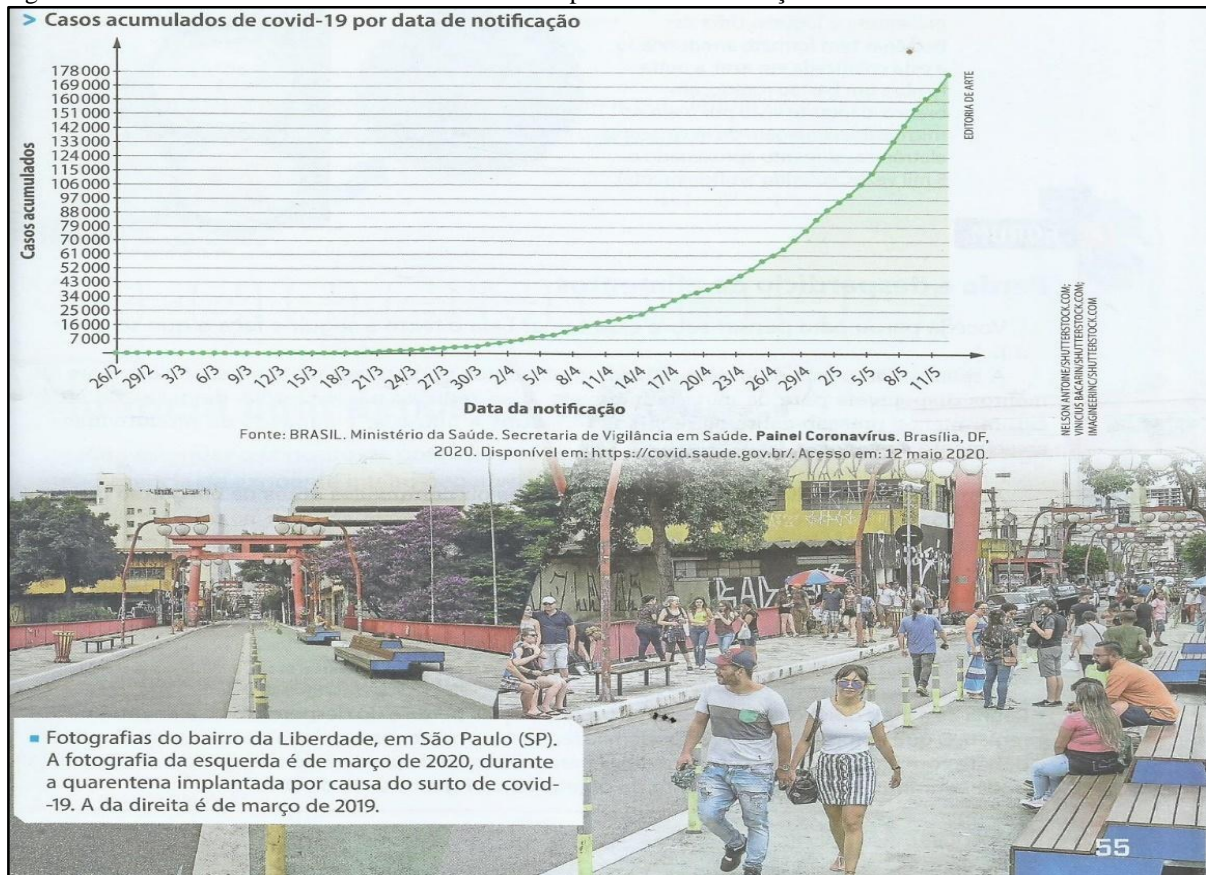
Figura 40 - Construção das redes no quadro



Fonte: Autora, 2022.

No encontro de hoje abordamos muitos conceitos em relação à covid-19, entre outras doenças causadas por vírus, evidenciando para os alunos que a Matemática está presente em outras áreas do conhecimento e que ela tem papel fundamental na resolução de problemas reais, como na pandemia do coronavírus. No dia 18 de outubro do ano 2022, demos sequência à aplicação do quarto encontro. Iniciamos fazendo uma breve retomada da aula anterior, haja vista que alguns alunos estavam com dificuldade de compreender a taxa de reprodução básica e o conceito de potenciação. Aproveitamos esse primeiro momento para debatermos a respeito do gráfico e fizemos a correção das questões que foram abordadas no final do texto (Figura 41).

Figura 41 - Casos acumulados de covid-19 no Brasil por data de notificação



Fonte: Bonjorno et al., 2020, p. 57.

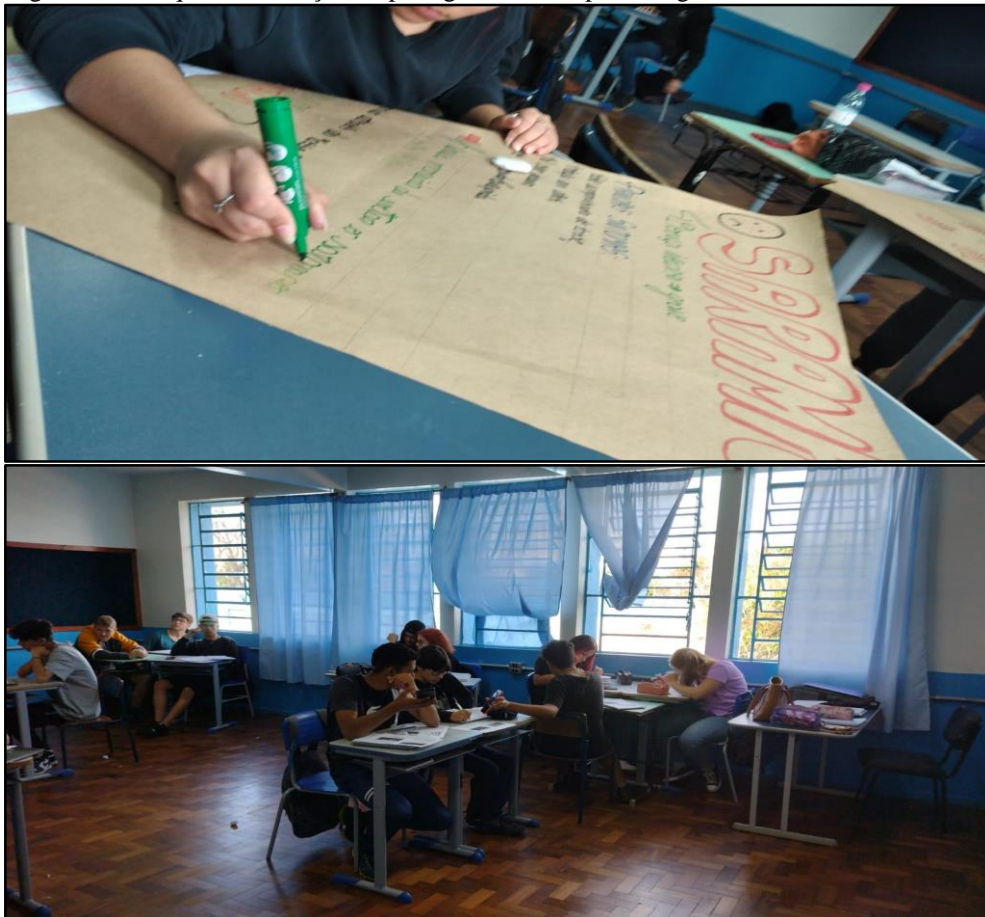
Os grupos já foram organizados na aula anterior, e já se reuniram para a leitura do texto, para responderem as questões e análise do gráfico. Questionei se os alunos já tinham visto algum gráfico com aquele formato, e se eles poderiam afirmar que aquele gráfico estaria representando um crescimento linear. A maioria dos alunos disse que não tinham conhecimento daquele gráfico, e afirmou que ainda não estava bem claro para eles o que era um crescimento linear. Nesse momento, foi retomado brevemente o conceito matemático da referida função, e mostrada a diferença de um crescimento exponencial e um crescimento linear. Após encerrarmos as discussões, prosseguimos a aula organizando a temática que cada grupo irá pesquisar para a construção dos cartazes e apresentação no próximo encontro. Cada equipe ficou com uma temática diferente, assim composta:

- Equipe 1: Coqueluche $R_0 = 12$;
- Equipe 2: Difteria $R_0 = 6$;
- Equipe 3: Delta $R_0 = 7$;
- Equipe 4: Ômicron $R_0 = 10$;
- Equipe 5: Sarampo $R_0 = 15$.

A atividade consistiu em organizar uma apresentação abordando a temática que foi distribuída para cada grupo; os alunos eles deveriam pesquisar sobre a doença, meios de transmissão, sintomas, tratamentos e/ou medicação e vacinas. Deveriam, também, construir as redes e tabelas para evidenciar a taxa de reprodução básica e marcarem esses valores no plano cartesiano e, se possível, traçar o gráfico. Foram disponibilizados os seguintes materiais para a construção dos cartazes: papel pardo, canetinha, régua, marcador de quadro, folha de ofício, papel quadriculado e lápis de cor.

Durante o andamento da aula, eu circulei pelos grupos e observei o desenvolvimento da atividade proposta. Todos participaram de forma colaborativa, e cada equipe montou o cartaz do seu jeito; percebi que cada grupo explorou a habilidade do seu colega: se o colega tinha maior facilidade para pesquisa do tema, ele iria pesquisar; se ele era bom na parte da escrita e/ou desenho, então, a responsabilidade para escrever e/ou desenhar seria dele, e assim eles foram se organizando, sempre aproveitando a habilidade do colega e distribuindo as tarefas de forma a contemplar o que cada um tem de melhor para ajudar no desenvolvimento da atividade (Figura 42).

Figura 42 - Pesquisa e interação no protagonismo da aprendizagem



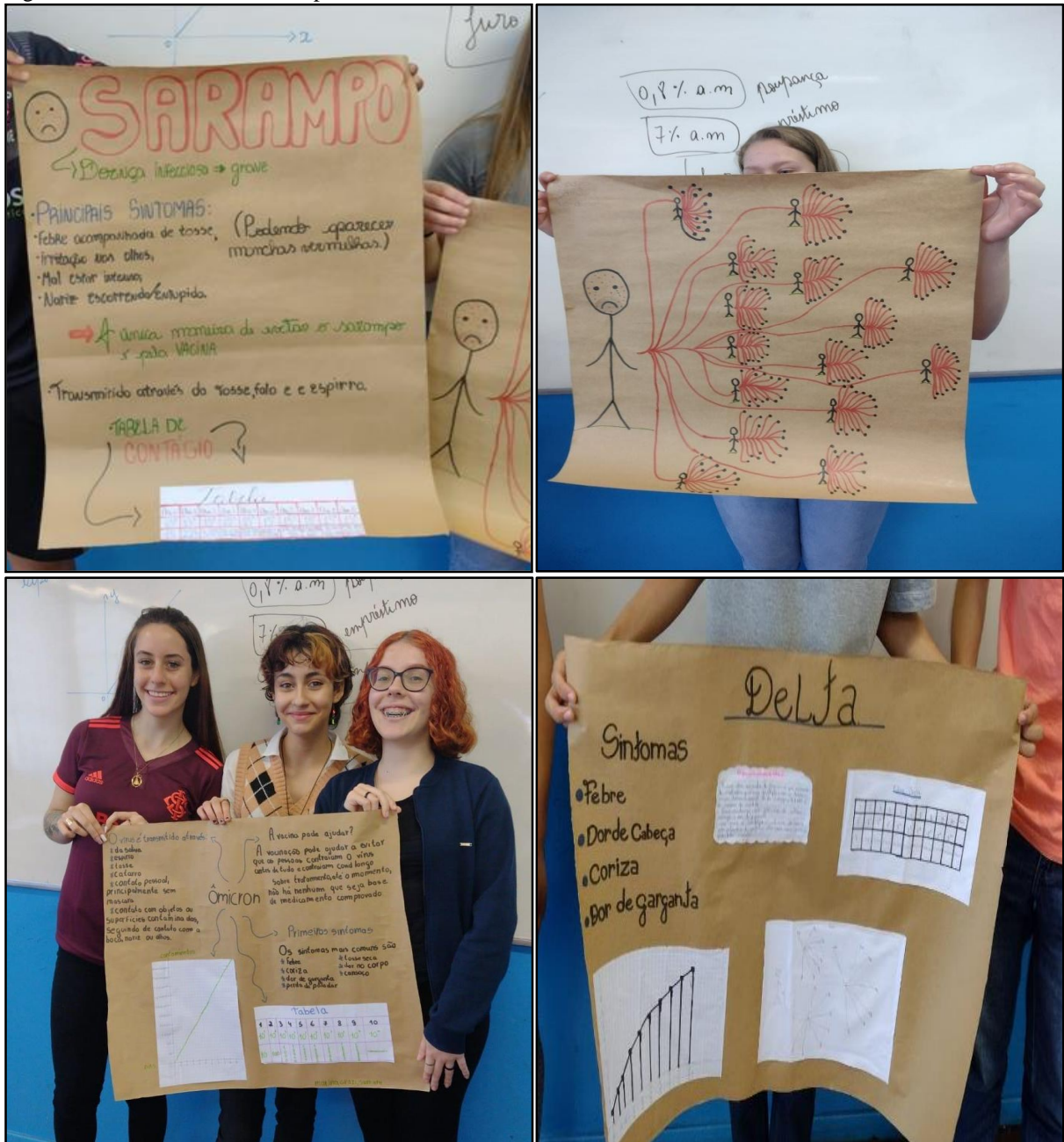
Fonte: Autora, 2022.

Avalio o nosso quarto encontro de forma positiva, pois os alunos se empenharam, se envolveram e foram muito participativos para a realização da atividade em questão. Um ponto que gostaria de destacar da aula de hoje, além da motivação e criatividade dos estudantes, foi o pedido deles de continuarem desenvolvendo a atividade no período seguinte, pois a aula estava tão prazerosa que eles não gostariam que ela fosse interrompida. Então foi solicitado à professora do próximo período que permanecesse com eles para que eles pudessem concluir os cartazes e a professora gentilmente cedeu o seu período para isso.

7.1.5 Relatório do quinto encontro

No dia 24 de outubro do ano de 2022 deu-se início à aplicação do quinto encontro da sequência didática, utilizando o tempo de três períodos. Primeiramente, foi retornada a aula anterior, pois alguns alunos ainda estavam com dúvidas em relação ao gráfico que havia no final do texto, mostrando os casos de covid-19 acumulados no ano de 2020 no Brasil. Após esclarecermos as dúvidas, partiu-se para o próximo ponto da aula, que consistiu na apresentação dos trabalhos feitos pelos alunos. Cada grupo fez a pesquisa em relação a um tipo específico de vírus, e teve em torno de cinco minutos para a apresentação da pesquisa. Considerou-se que as apresentações puderam ser avaliadas de forma positiva, pois cada grupo se organizou muito bem, colocando de forma bem específica os sintomas, os tipos de vírus, as formas de contágio, o tratamento, montando tabelas da disseminação do vírus, conforme a taxa de reprodução básica de cada um; alguns grupos desenharam as redes de contaminação, e outros desenharam os gráficos. Foi um momento bem participativo dos alunos; em momento nenhum eles ficaram constrangidos por estarem apresentando aos colegas. Dividiram as tarefas muito bem, pois os que escreveram e montaram os cartazes deixavam espaço para que os demais integrantes do grupo apresentassem (Figura 43).

Figura 43 - Trabalhos realizados pelos alunos



Fonte: Autora, 2022.

Após a apresentação de cada grupo, foi realizada uma fala para ajustar alguns pontos que não foram abordados pelo grupo, e para maiores esclarecimentos em relação ao tema exposto pelos estudantes. Discorreu-se, também, sobre a diferença do tratamento de uma doença causada por vírus ou bactérias. Quando a doença é causada por um vírus trata-se apenas os sintomas; por exemplo, febre, tosse, dor de cabeça, vômito, entre outros. Por isso que uma doença causada por um vírus não tem medicação específica. Por outro lado, quando a doença é causada por uma bactéria, usa-se antibiótico específico.

Dois grupos realizaram, utilizando papel quadriculado, o esboço do gráfico da função empregando como base a taxa de reprodução básica. Contudo, os gráficos não caracterizam um crescimento exponencial, pois foram feitos fora da escala correta. Esse erro foi muito importante para reforçar a importância do uso correto dos valores, e esclarecer sobre o uso correto da escala para a construção dos gráficos. Foi interessante que alguns alunos conseguiram enxergar o erro no gráfico dizendo que ele não representava uma função exponencial, pois o seu formato não representava uma curva como aquele exemplo que havia sido discutido no início da aula. Outro ponto positivo da apresentação é que cada grupo trouxe elementos únicos para exemplificar e montar seu trabalho, enriquecendo a atividade.

Após a apresentação dos grupos, a turma dirigiu-se à sala de informática para um segundo momento da aula, que iniciou com a exposição de um vídeo “A vitória régia, o coronavírus e o crescimento exponencial”³³, exemplificando o crescimento exponencial com um problema sobre o crescimento de vitórias régias num lago, realizando-se uma comparação desse fenômeno com a covid-19. O vídeo expôs um problema que ajudou a entender o crescimento exagerado, evidenciando o crescimento exponencial. Os alunos puderam observar o crescimento de uma planta que no dia 1 = 1, no dia 2 = 2. Foi proposto o seguinte problema: se no dia 30 o lago estivesse completamente cheio, qual seria o dia em que o lago teria a metade da sua superfície coberta? Nesse momento foi pausado o vídeo para ver se os alunos conseguiriam responder a pergunta; porém a maioria dos alunos respondeu no dia 15. Podemos constatar com essa resposta que os alunos ainda não tinham essa percepção de que quando se trata de algo exponencial há um crescimento gigantesco em pouco tempo. Retomamos o vídeo e mostramos que, na verdade, seria no vigésimo nono dia que o lago estaria pela metade, pois ele dobra a cada dia.

Após assistirmos ao vídeo, exploramos a aplicação da função exponencial em outras áreas, como por exemplo, nos títulos do tesouro direto, explorando o conceito de juros compostos e mostrando na prática como podemos começar a investir com pouco dinheiro e ainda obter rendimentos maiores que a poupança. Para melhor abordar essa temática navegamos pelo site do tesouro direto e fizemos várias simulações com os títulos do tesouro direto e comparamos com outros investimentos como a poupança e CDBs. O legal desse simulador é que ele gera os gráficos de cada investimento e compara o rendimento entre eles, assim os alunos puderam visualizar o rendimento de cada aplicação e entender melhor sobre

³³ Féo, 2020. Disponível em: <<https://www.facebook.com/SaoFidelis/videos/enigma-da-vit%C3%B3ria-r%C3%A9gia-vira-exemplo-em-v%C3%ADdeo-que-explica-o-que-%C3%A9-o-crescimento-/697158750863508/>>.

os juros compostos. A Figura 44 mostra a simulação feita pelos alunos no site do tesouro direto:

Figura 44 - Simulação feita pelos alunos no site do tesouro direto

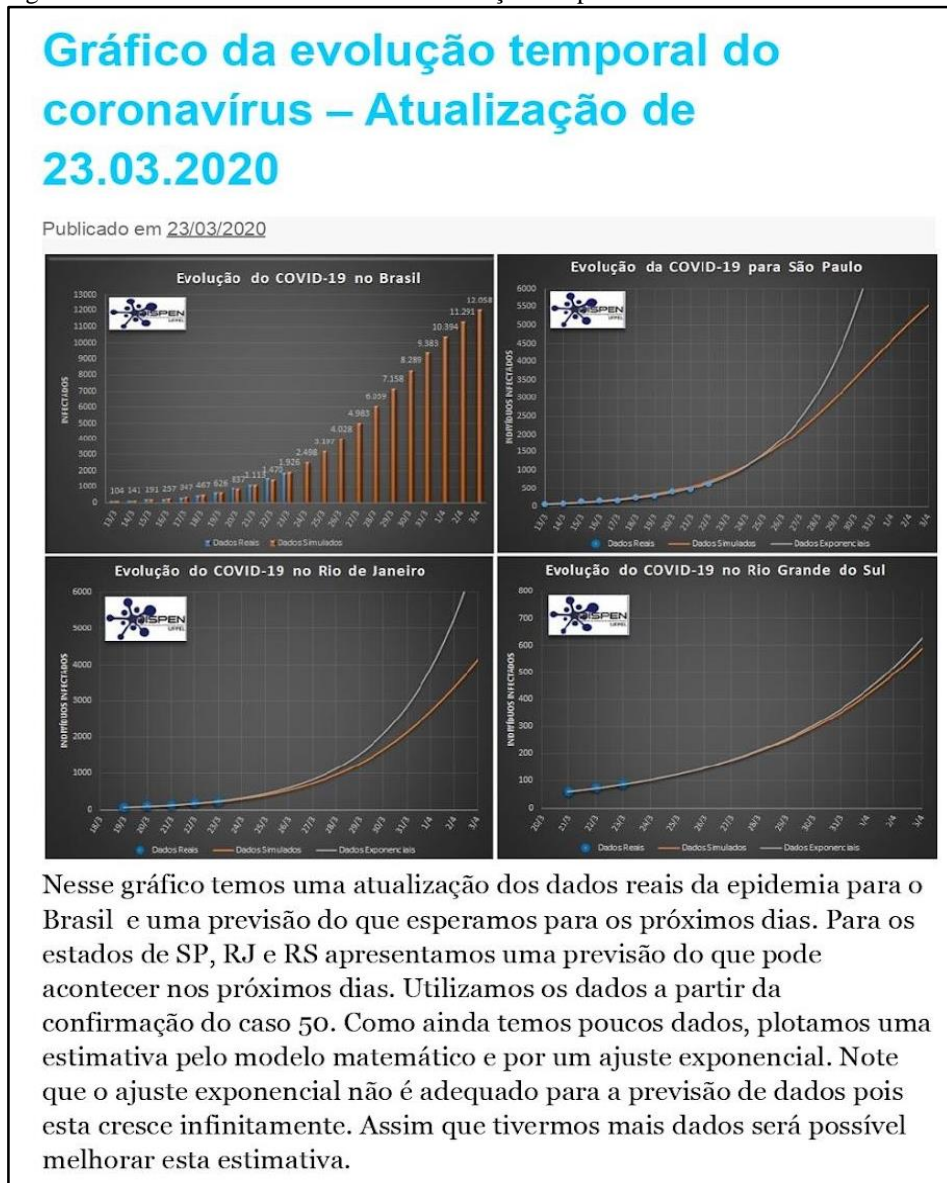


Fonte: Autora, 2022.

Para darmos sequência à aula, foi solicitado que os alunos se organizassem em trios para que eles explorassem mais sobre o assunto e fizessem uma breve pesquisa sobre a aplicação da função exponencial em outras áreas. Cada grupo se organizou da melhor forma, uns fizeram a pesquisa no *Google Documentos* e enviaram por e-mail; outros preferiram escrever a pesquisa no caderno; outros, ainda, fizeram desenhos e um grupo montou uma apresentação no *Google Apresentações*. Os trabalhos serão analisados para verificar o

entendimento dos alunos quanto à temática abordada. A Figura 45 mostra trabalho realizado pelos alunos:

Figura 45 - Trabalho dos alunos sobre a evolução temporal do coronavírus



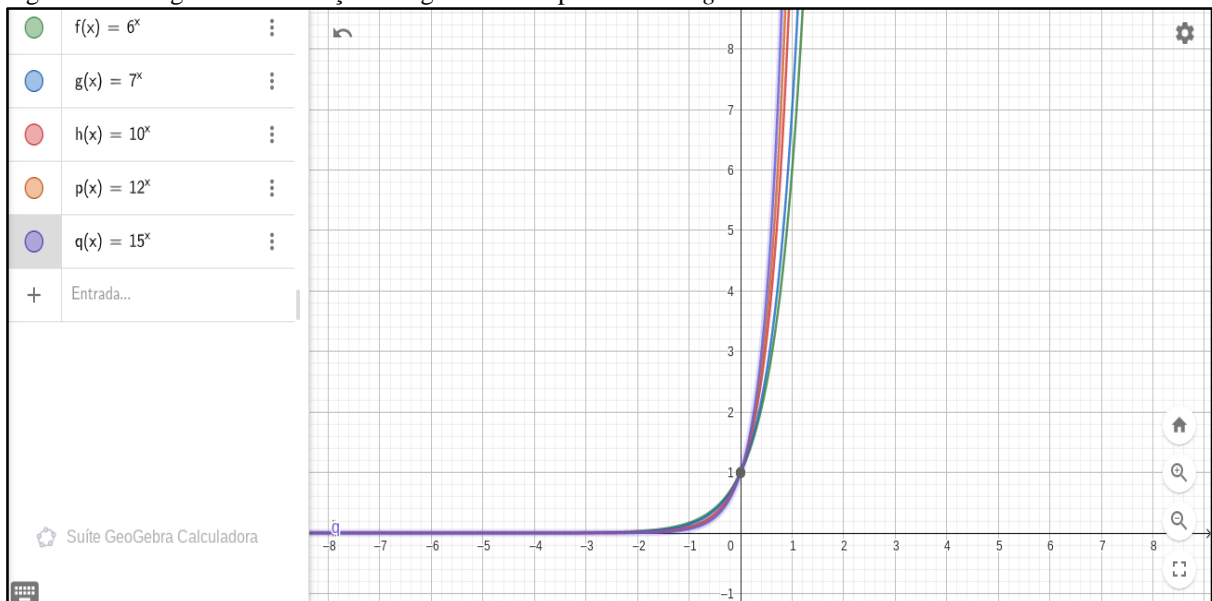
Fonte: Autora, 2022.

Em virtude de termos três períodos, foi possível ampliar a abordagem e discussão acerca da aplicação da função exponencial em outros contextos, além dos vírus e bactérias, como também foi possível explorar um pouco mais sobre o gráfico da função exponencial. Como foi observado na apresentação dos trabalhos, os alunos não conseguiram traçar corretamente os gráficos usando a taxa de reprodução básica do vírus Alpha, que é igual a 3. Expliquei sobre a base da função, construí junto com eles a tabela de valores, o plano

cartesiano, montamos as coordenadas e traçamos o gráfico. Dessa maneira, foi possível evidenciar melhor a construção do gráfico da função exponencial.

Após essa breve explicação mostrei a construção do gráfico utilizando o aplicativo *Geogebra*; explorei com eles essa ferramenta, e mostrei a diferença entre o gráfico da função do 1º grau e o gráfico da função exponencial. Na sequência, os alunos foram convidados a construir os gráficos referentes às temáticas exploradas nos trabalhos de apresentação no início da aula. Assim, os alunos conseguiram visualizar melhor cada gráfico, fazendo uso da tecnologia para auxiliar no processo de ensino-aprendizagem. Com isso, os alunos se sentiram motivados e desafiados durante a atividade. A Figura 46 ilustra a construção dos gráficos no aplicativo *Geogebra* pelos alunos.

Figura 46 - Imagem da construção dos gráficos no aplicativo *Geogebra*



Fonte: Autora, 2022.

Foi possível destacar nesse encontro a participação e envolvimento dos alunos durante a atividade, como também o trabalho colaborativo entre eles. Outro ponto positivo foi o *feedback* de duas alunas que, ao término do encontro, falaram que a aula passou muito rápido, que as aulas neste formato, com atividades mais dinâmicas, utilizando a tecnologia como ferramenta para o aprendizado, se tornam mais prazerosas, e o interesse dos alunos aumenta; a Matemática se torna com mais significado, e as aulas não se tornam tão cansativas e maçantes.

7.1.6 Relatório do sexto encontro

No dia 26 de outubro do ano de 2022 realizou-se o sexto encontro, desenvolvido em três períodos, quando abordamos o seguinte texto: ‘Fake News têm 70% mais chance de viralizar que as notícias verdadeiras, segundo novo estudo’. Após a leitura do texto, o que despertou interesse dos alunos foi saber que os robôs não espalham preferencialmente as *fakes news*; eles espalham notícias falsas e verdadeiras da mesma maneira. Os responsáveis pelo maior alcance das notícias falsas são os humanos, e uma possível explicação para este fato é que geralmente essas notícias falsas são associadas aos sentimentos de medo, raiva e revolta, e por isso as *fake news* são muito mais apelativas que as notícias verdadeiras. Nesse momento, dialogou-se a respeito das redes sociais, onde muitas vezes recebemos uma notícia ou informação, e acabamos compartilhando sem checar a sua veracidade; isso acaba tendo um grande impacto, pois se espalha de forma muito rápida. Os alunos citaram alguns temas que já foram alvo de *fake news*, como, por exemplo, a pandemia da covid-19, sobre a vacinação da covid-19, cenário político, urna eletrônica, entre outros.

Nesse ponto, chamei a atenção dos alunos para a importância de questionarmos a veracidade das informações antes de passarmos adiante, pois repassando essas informações falsas estamos promovendo um desserviço, e agravando o cenário da pandemia, por exemplo, quando preferimos negar a ciência, invés de promovê-la. Outro ponto discutido foram as notícias divulgadas pelos telejornais, onde 90% das reportagens são de notícias negativas, por promoverem mais audiência aumentando assim seu IBOPE.

Encerradas as discussões, nos dirigimos para o pátio da escola para fazermos a dinâmica sobre as *fake news*. Inicialmente pedimos para um voluntário representar o início da disseminação de uma notícia falsa, o qual passaria a informação para mais 2 pessoas. Para exemplificarmos a disseminação da notícia falsa, começamos a formar as redes, usando os próprios alunos para isso. Então, nesse primeiro momento, o aluno 1 espalhou para duas pessoas; essas duas para mais duas, e assim sucessivamente. Conforme o andamento da atividade, solicitei para que eles observassem o que estaria acontecendo com o número de pessoas que receberam essa informação. Eles concluíram que iria aumentar muito conforme a notícia continuaria a se espalhar.

Na sequência, trocamos o número de compartilhamento para três pessoas inicialmente; depois para quatro, e solicitei para que eles fossem observando o número de pessoas que estariam envolvidas nesse cenário. Então ficou claro para eles que, quanto maior for o número inicial, mais rapidamente o número de pessoas cresce de forma gigantesca (Figura 47).

Figura 47 - Dinâmica sobre disseminação de *fake news*

Fonte: Autora, 2022.

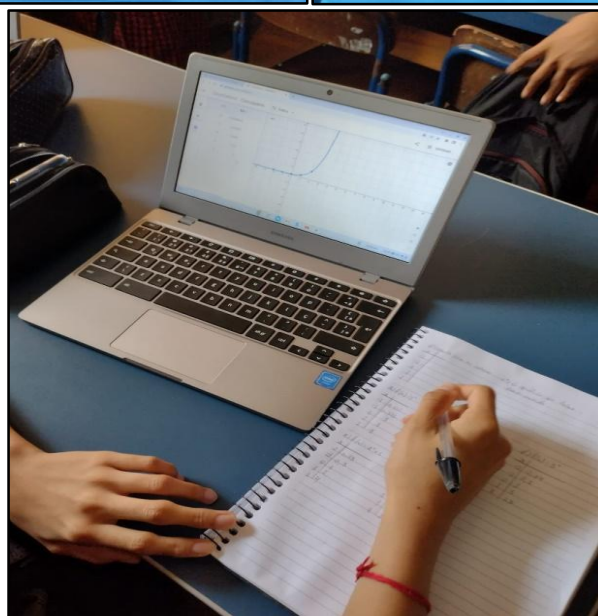
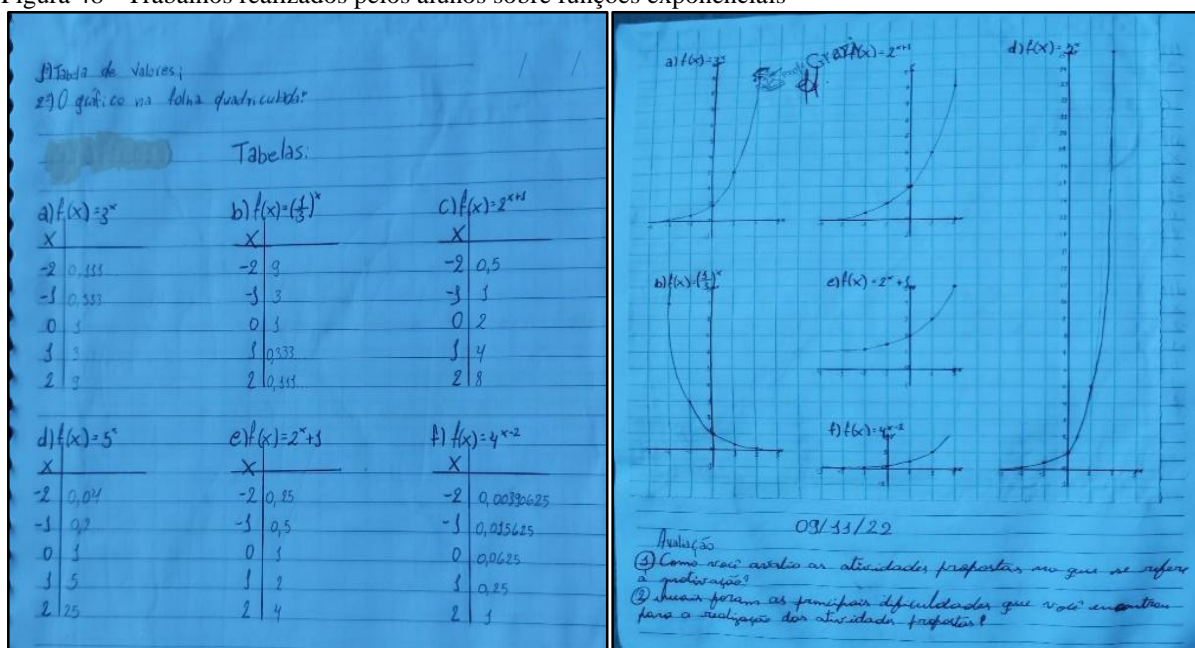
Após a dinâmica, foi possível fazer uma interlocução entre a disseminação das *fake news* com a taxa de reprodução básica, porque eles conseguiram perceber que, quanto maior for a base ou o número inicial, maior vai ser o número de pessoas afetadas. Com isso, os alunos perceberam o porquê o coronavírus se espalhou tão rapidamente. Outro ponto abordado durante a dinâmica foi a relação da base de uma função exponencial: quando mudamos o valor da base, mudamos os valores, e quanto maior for a base, mais rápido os valores aumentam. Os alunos gostaram da atividade, foram bem participativos e gravaram um vídeo para explicar sobre a dinâmica, com isso o nosso objetivo foi alcançado.

Dando prosseguimento ao encontro, passou-se à abordagem do conceito matemático da função exponencial. Nessa etapa, os alunos foram convidados a se dirigir até a sala de informática para explorar essa temática, o que foi realizado por meio de um material previamente organizado, contendo toda parte conceitual em relação à função exponencial. Esse primeiro momento foi um pouco mais expositivo, para que fosse possível mostrar para os alunos o conceito da função exponencial e o conceito da base do expoente. Trabalhamos a parte do domínio, do contradomínio, a relação do conjunto dos números reais, a ideia de domínio de imagem.

Também se explorou a função crescente e decrescente considerando-se a base da função: quando a é um número maior que 1, a função tem uma característica crescente; quando a base fica um número entre 0 e 1, tem-se uma função decrescente. Retomou-se o plano cartesiano, uma vez que, na aula anterior, constatou-se que alguns alunos estavam com dificuldades para marcação de pontos. Expliquei novamente a ideia de plano cartesiano, trabalhei a ideia da escala, e a necessidade de trabalhar sempre com a distância entre os números de forma igual, razão pela qual, em todas as aulas (nas construções dos gráficos) nós sempre trabalhamos com a folha quadriculada, facilitando essa marcação, uma vez que permite uma melhor visualização dos pontos.

Desenhemos os gráficos no quadro branco, traçamos ali a ideia de função crescente e decrescente, e conversamos; expliquei por que o gráfico da função exponencial não corta o terceiro e o quarto quadrante, ficando apenas no primeiro e no segundo quadrante. Trabalhamos também um problema envolvendo o crescimento de bactérias; usamos esse problema como exemplo e, após fazer comentários, questionei se havia alguma dúvida. Os alunos foram questionando, e fui esclarecendo também as dúvidas em relação ao gráfico. Construímos com juntamente a tabela, para que os alunos entendessem a resolução da potenciação. Nessa tabela, estipulamos para x os valores menos 2, menos 1, 0, 1 e 2. Trabalhamos também com a potência de expoente negativo (a revisão da potência que já havia sido trabalhada no início do ano). Nós conversamos, trabalhamos, fizemos mais exemplos e seguimos para atividade. Na atividade proposta, os alunos deveriam fazer seis funções que foram colocados no quadro, fazendo o esboço do gráfico usando a folha quadriculada (Figura 48).

Figura 48 - Trabalhos realizados pelos alunos sobre funções exponenciais



Fonte: Autora, 2022.

Na sequência, realizou-se a correção através do aplicativo *Geogebra*. Foi uma aula na qual os alunos participaram bastante; os que estavam com dúvida solicitaram a minha ajuda, e nós conseguimos desenvolver essa parte mais conceitual.

7.1.7 Relatório do sétimo e oitavo encontros

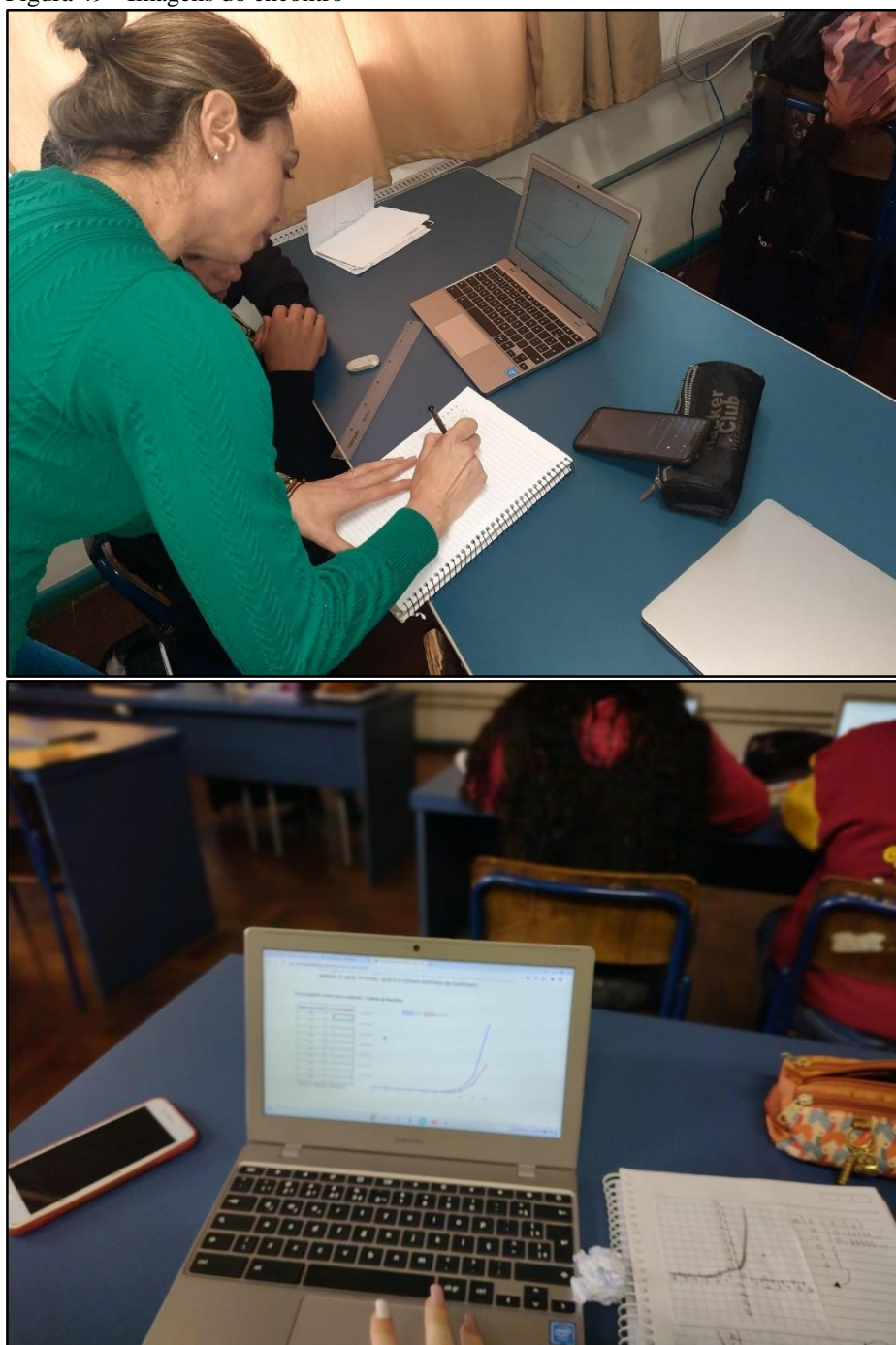
No dia 31 de outubro do ano de 2022 foram aplicadas as atividades referentes ao sétimo e oitavo encontros da sequência didática, utilizando-se três períodos. No primeiro momento, retomou-se a aula anterior, falando sobre os gráficos da função exponencial e o

aplicativo *Geogebra*. Como alguns alunos ainda estavam para terminar a atividade dos gráficos, montagem das tabelas, traçando o gráfico no papel quadriculado e fazendo a correção usando o aplicativo *Geogebra*, usamos esse primeiro momento para concluir a atividade. Na sequência apresentei para eles o site, que é o nosso Produto Educacional; conversei e expliquei sobre o objetivo do site, enfatizando que, ao pensarmos no produto educacional, escolhemos o site pela sua aplicabilidade, por ser uma ferramenta de fácil manuseio e de grande alcance. Dentro do site o aluno ou qualquer pessoa que acessar encontrará muita informação sobre a função exponencial.

Na parte inicial do site, temos um breve relato da minha história e a importância da pesquisa sobre a função exponencial. No menu Função Exponencial, temos a história e o conceito da função exponencial. No menu Área de Aplicação, temos a aplicação da função exponencial em outras áreas do conhecimento, como por exemplo: na saúde abordamos sobre a covid-19, com muita informação, textos e vídeos para melhor evidenciar a importância de compreender sobre essa doença; na Biologia, você encontra informações sobre vírus e bactérias e sobre como funciona a predação e a sua importância para o equilíbrio do meio ambiente; no Mundo Financeiro, os alunos podem conhecer um pouco mais sobre o mundo financeiro, os tipos de investimentos e comparando com a poupança e para finalizar trouxemos alguns pontos sobre as criptomoedas, um investimento muito lucrativo, mas de alto risco. Todo esse conteúdo é abordado de forma prática com vídeos para complementar os textos e sempre mostrando a relação das temáticas com a função exponencial. No menu Simuladores, os alunos podem testar seus conhecimentos sobre os gráficos da função exponencial, analisando a curva padrão e atribuindo valores na tabela conforme a problemática. Temos 4 temas diferentes: covid-19, presa-predador, colônia de bactérias e criptomoedas.

Após essa breve explanação sobre o site, foi disponibilizado um tempo para que os alunos navegassem e explorassem melhor o site no tempo de cada um. Nesse encontro, recebemos a visita do professor Dr. Adriano Pasqualotti para observar a aplicação do produto educacional. Logo em seguida passamos para as simulações, porque esse é o nosso foco principal dentro do site. O professor observou os alunos, tirou fotos, acompanhou as explicações sobre o simulador, e pôde analisar a interação entre os alunos e o empenho durante a atividade. Os estudantes foram bastante participativos; eles exploraram os simuladores preenchendo as tabelas, executando o gráfico e analisando os resultados obtidos (Figura 49).

Figura 49 - Imagens do encontro



Fonte: Autora, 2022.

Podemos destacar também o trabalho colaborativo entre os alunos, pois sempre que um colega do grupo tinha alguma dúvida, eles se ajudavam, chamando o auxílio da professora somente quando o grupo não conseguia resolver. Observando os alunos durante a atividade, foi possível avaliar que eles conseguiram identificar quando a curva era crescente ou decrescente, e a importância da base na função exponencial. O encontro foi bem produtivo,

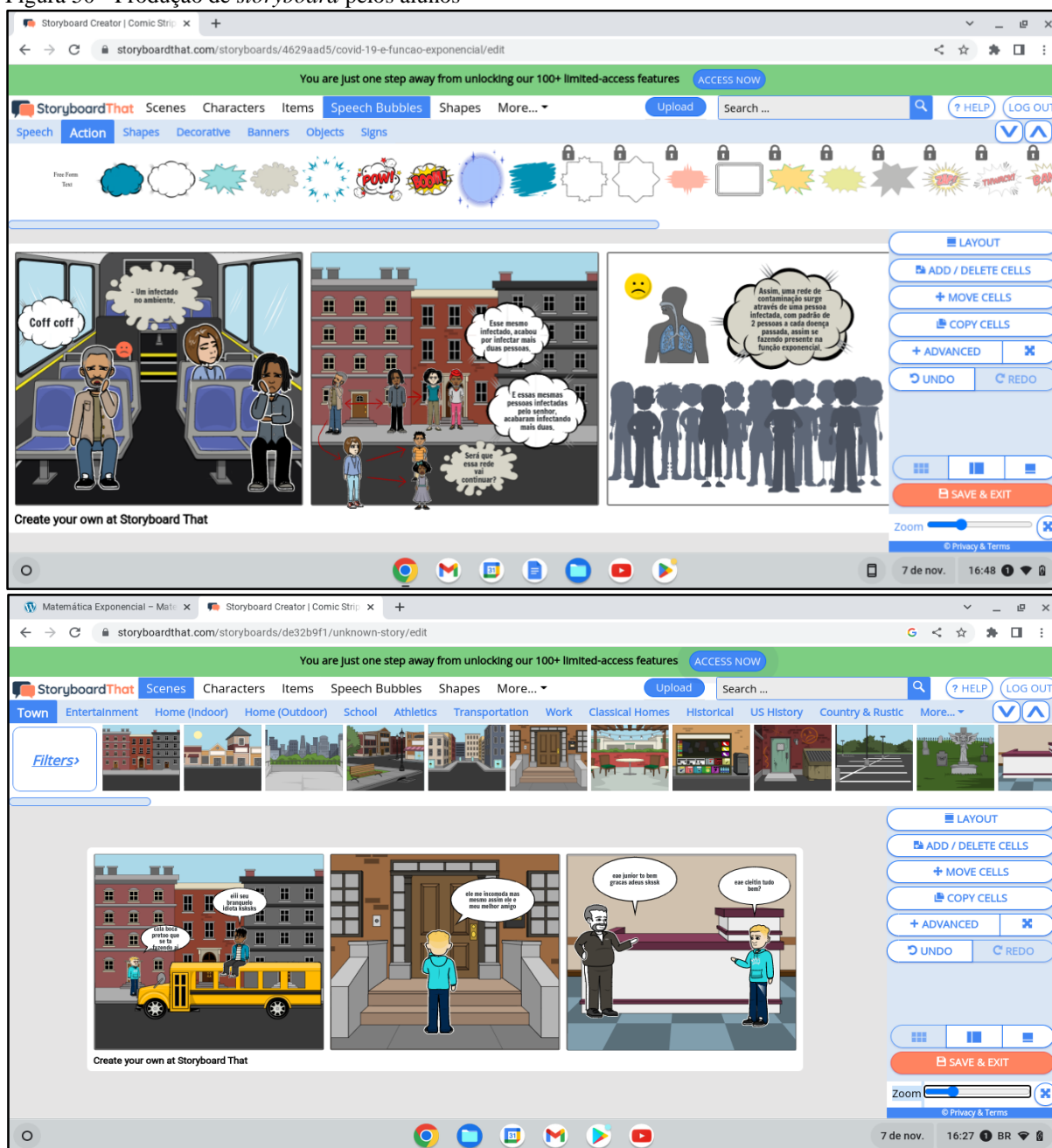
porque a maioria dos alunos participou ativamente da atividade proposta, conseguindo construir os valores da tabela e executar o gráfico.

7.1.8 Relatório do nono encontro

No dia 7 de novembro do ano de 2022 realizou-se o nono encontro da sequência didática, utilizando-se três períodos. No primeiro período, fizemos uma retomada da aula anterior, pois alguns alunos haviam faltado no dia 31 de outubro de 2022, sendo importante essa breve retomada em relação ao site, e a respeito do simulador para que todos os alunos pudessem manipular e explorar essas ferramentas.

Foi preciso esclarecer sobre os valores de x , pois alguns estavam com dificuldades para estabelecer uma relação correta desses valores. Observou-se que alguns alunos pensavam que o valor de x era igual ao valor do tempo, por exemplo, em T1 o valor de $x = 1$, T2 o valor de $x = 2$, e assim sucessivamente, até o tempo T10. Reforcei que nem sempre o valor do x é igual ao valor do tempo, que os valores de x devem satisfazer a curva padrão.

Na próxima etapa da aula passamos para a criação de histórias no *storyboard*. Esse site nos permite criar histórias em quadrinhos com vários personagens em muitos cenários ou contextos diferentes; é só usar e abusar da criatividade. A atividade proposta foi que cada aluno explorasse o *storyboard*, e criasse uma história retratando sobre os nossos encontros; poderiam abordar qualquer temática que foi discutida e evidenciada durante a aplicação da sequência didática e, depois da tarefa concluída, eles deveriam enviá-la por e-mail (Figura 50).

Figura 50 - Produção de *storyboard* pelos alunos

Fonte: Autora, 2022.

Foi mais um encontro produtivo, porque os alunos participaram das atividades de forma efetiva e colaborativa; foi possível observar que eles se sentem mais confiantes em relação ao uso das ferramentas tecnológicas.

7.1.9 Relatório do décimo encontro

No dia 9 de novembro do ano de 2022 realizou-se o fechamento da aplicação da sequência didática sobre o 'Uso de dados reais para interpretação de gráficos estatísticos sobre

função exponencial’, quando se utilizou o tempo de um período. Esse encontro foi dedicado a ouvir o parecer dos alunos sobre o desenvolvimento das aulas: pontos importantes da aplicação do produto educacional, uso das tecnologias, trabalhos em grupos, e outros pontos que foram abordados durante os 10 encontros.

Para uma melhor interação, a sala de aula foi organizada no formato de semicírculo; assim todos puderam escutar e ver melhor os colegas. Iniciei a nossa conversa dizendo que eu gostaria de ouvir a opinião deles sobre a aplicação da sequência didática, que eles dessem o seu parecer sobre as aulas e que pudéssemos fazer um balanço de tudo que foi abordado ao longo dos nossos encontros. Para tanto, os alunos foram convidados a responder a alguns questionamentos, que seguem descritos, com a síntese das respostas.

1 Como vocês avaliam as atividades propostas no que se refere à motivação?

No geral, todos avaliaram que se sentiram motivados, porque esse formato de aula mais dinâmica, contextualizada, com novos ambientes (sala de vídeo, informática e pátio da escola), utilizando tecnologia e a Matemática sendo trabalhada de forma prática- fez com as aulas “passassem” mais rápido, e isso deixou as aulas interessantes, pois ficavam na expectativa do próximo encontro para saber o que teria de novo.

2 Quais foram as principais dificuldades encontradas para a realização das atividades propostas?

No geral, os alunos referiram dificuldades para entender a taxa de reprodução básica de um vírus, de conseguir compreender o fenômeno do crescimento exponencial, a construção do plano cartesiano e dos gráficos. Contudo, no desenrolar das aulas, com a troca de ideia entre eles, com o auxílio da professora e fazendo uso das ferramentas tecnológicas, as dúvidas foram sanadas, e a compreensão desses conceitos foi ficando mais fácil.

3 Como vocês veem a importância da interação com os colegas para a realização das atividades?

Os alunos avaliaram como extremamente importante a interação entre eles, pois puderam conhecer melhor seus colegas, trocarem experiências e aprenderem juntos.

4 Qual era a compreensão sobre gráficos estatísticos antes do desenvolvimento das atividades?

Os alunos relataram que essa compreensão era muito superficial; tinham dificuldade de entender, além dos gráficos, as informações sobre o coronavírus. Muitos não tinham conhecimento sobre a doença, e afirmaram que não tinham a real percepção da gravidade de uma pandemia. Durante as aulas, todas essas informações foram ficando mais claras, e eles começaram a tratar a covid-19 com mais seriedade.

5 Na percepção de vocês, como as atividades contribuíram para a sua compreensão acerca de informações estatísticas?

De acordo com os alunos, as atividades propostas ampliaram a ideia de mundo; a partir do desenvolvimento das mesmas, foi possível enxergar a Matemática como uma ferramenta muito importante para resolver problemas reais que os cercam e que fazem parte do seu cotidiano. Os alunos evidenciaram, ainda, a Matemática inserida em vários contextos, o que contribuiu significativamente para o seu aprendizado.

6 Após tudo o que discutimos ao longo de nossas aulas, onde a Matemática pode ser aplicada no nosso dia a dia?

Os alunos relataram que agora conseguem enxergar a Matemática praticamente em tudo, desde em algo bem simples, até em coisas grandiosas. Como exemplo, eles citaram as formas geométricas, que podem ser identificadas nos móveis da sala de aula (mesa, quadro branco, paredes, janelas, portas). Citaram a Matemática como a base da tecnologia, mencionando criptografia, algoritmos, construção de softwares usando linguagem de programação. Mencionaram, ainda, a Matemática em outras áreas, como na saúde, dentro do mundo financeiro (juros compostos, porcentagem), biologia, até nas aulas de geografia e história. Segundo a avaliação da turma, após a aplicação da sequência didática, foi possível a construção de uma nova imagem da Matemática, constatando a sua aplicabilidade no nosso cotidiano.

Depois de a turma ter dado o seu parecer, alguns alunos se sentiram à vontade para falar e expor suas opiniões sobre as aulas. Destacam-se, aqui, as falas:

Adorei trabalhar com a minha colega; eu nunca tive a oportunidade de fazer trabalho com ela, e foi muito legal; eu pude conhecer ela melhor e foi uma experiência muito interessante. Penso ser válido fazer atividades em grupos e montar as equipes de forma aleatória (A1).

Gostei muito das aulas de Matemática fazendo uso das tecnologias; para mim ficou muito claro a diferença entre uma função afim e uma função exponencial; o Geogebra me auxiliou muito para isso. Sei que a função do 1º grau é uma reta, enquanto a função exponencial é uma curva (A2).

Com a abordagem das aulas sobre a covid-19, eu passei a entender melhor todas as informações que foram divulgadas sobre a pandemia, tudo fez mais sentido para mim agora. Consegui entender muito bem o que é a taxa de reprodução básica de um vírus com a dinâmica das redes e com o trabalho de pesquisa sobre as doenças que são causadas por esses patógenos (A3).

Para encerrarmos a roda de conversa, foi proposto que todos pudessem deixar seu relato, e dessem um *feedback* sobre a aplicação da sequência didática. Para isso, eles poderiam gravar um vídeo, um áudio ou mesmo fazer um texto, para que assim fosse possível a obtenção de um parecer de todos os alunos, possibilitando, ainda, o uso desses relatos no resultado desta pesquisa. Reforcei a importância desse retorno, com sugestões ou críticas para que, com isso, eu possa melhorar o meu produto educacional. Destaquei, mais uma vez, que tudo isso foi feito e pensado para se ter uma aprendizagem efetiva, que os ajudasse a desenvolver melhor suas habilidades relacionadas ao letramento estatístico, o qual é fundamental para fazermos uma leitura de mundo e exercer o nosso papel de cidadãos conscientes, críticos, e que questionam a veracidade das informações.

7.2 Análise da Sequência Didática e da Aplicação do Produto Educacional

O tratamento dos dados foi realizado por meio da utilização do software NVivo, direcionado ao exercício de organização e análise de dados qualitativos. Trata-se de um serviço computacional que não utiliza uma metodologia específica, mas favorece o uso de ferramentas e técnicas para o tratamento de diferentes dados, “desenvolvido para facilitar técnicas qualitativas comuns para organizar, analisar e compartilhar dados, independentemente do método usado” (QSR INTERNATIONAL, 2014, p. 5). Assim, além da análise por meio da submissão dos textos selecionados ao software, a análise também ocorreu por meio da análise crítica de conteúdo.

Para tanto, foram selecionados como fontes de análise textos resultantes da transcrição de cinco encontros da sequência didática proposta e aplicada, contemplando os encontros introdutório das discussões (encontro 1), os encontros referentes à aplicação do produto educacional (5, 7 e 8), e o encontro referente à avaliação dos alunos sobre o trabalho desenvolvido (encontro 10). A escolha dos textos seguiu a regra proposta por Bardin (2016): exaustividade, representatividade, homogeneidade e pertinência. Para fins de organização da análise, será chamada de texto 1 a transcrição dos encontros referentes ao desenvolvimento do conteúdo; o texto 2 será resultante da transcrição da avaliação realizada pelos alunos (encontro 10). A similaridade entre as categorias (nós) definidas para analisar os textos selecionados foi realizada por meio do coeficiente de correlação linear de Pearson.

7.3 Resultados da Sequência Didática e da Aplicação do Produto Educacional

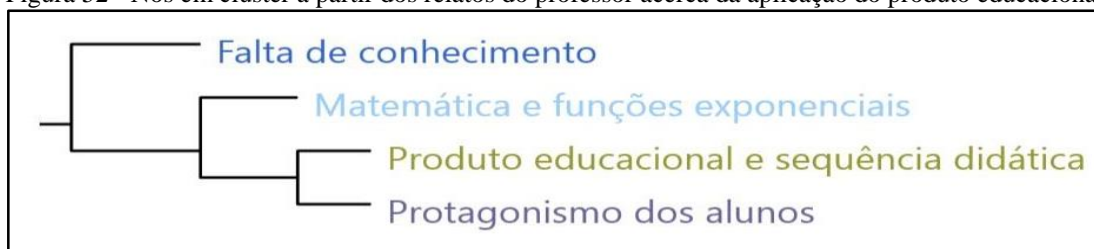
A figura que segue mostra a nuvem de palavras formada a partir da frequência de palavras nos textos analisados. Conforme se verifica, a palavra em maior evidência é a palavra alunos, o que comprova um trabalho voltado ao protagonismo desses sujeitos, colocados como centro das aprendizagens propostas. Em segundo lugar, aparece a palavra exponencial, relacionada ao objeto de estudo trabalhado na sequência didática proposta, o que sustenta a o entendimento de que as atividades propostas estiveram relacionadas ao referido conteúdo. Relacionadas ao termo exponencial, aparecem, na sequência, as palavras Matemática e função. Destaca-se, ainda, a palavra ‘eles’, utilizada ao longo dos textos como elemento de retomada da palavra ‘alunos’ (Figura 51).

A maioria das comparações realizadas entre as categorias definidas para a análise das do texto 2 apresentaram coeficientes de correlação linear de Pearson maior que 0,5, ou seja, indicaram uma alta correlação. A correlação linear de Pearson obtida a partir da inserção dos dados referentes ao texto 1 apresentou os seguintes resultados: a categoria protagonismo dos alunos encontrou-se próxima à categoria produto educacional e sequência didática, com uma correlação de 0,739046; ambas as categorias aparecem em uma relação mais distante com a categoria Matemática e funções exponenciais; mais distante de todas as categorias, está a categoria falta de conhecimento, com um coeficiente de correlação de 0,387709 com relação à Matemática e às funções exponenciais, de 0,538687 com o protagonismo, e de 0,549496 com relação à categoria produto educacional e sequência didática.

A correlação linear de Pearson obtida a partir da submissão do texto 2 ao programa, por sua vez, apresentou os seguintes resultados: a correlação mais próxima estabeleceu-se entre a categoria produto educacional e sequência didática com a categoria falta de conhecimento, com um índice de 0,386998. Ambas as categorias guardam uma relação um pouco mais distante com a categoria Matemática e funções exponenciais. Mais distante, encontra-se a categoria protagonismo dos alunos, com um índice de correlação de apenas 0,200383 com a categoria mais próxima, a saber, Matemática e funções exponenciais.

Outra funcionalidade do *software* utilizada foi a análise de cluster, formando dendrograma a partir da similaridade de palavras. A submissão do Texto 1 ao *software* gerou o seguinte dendrograma (Figura 52).

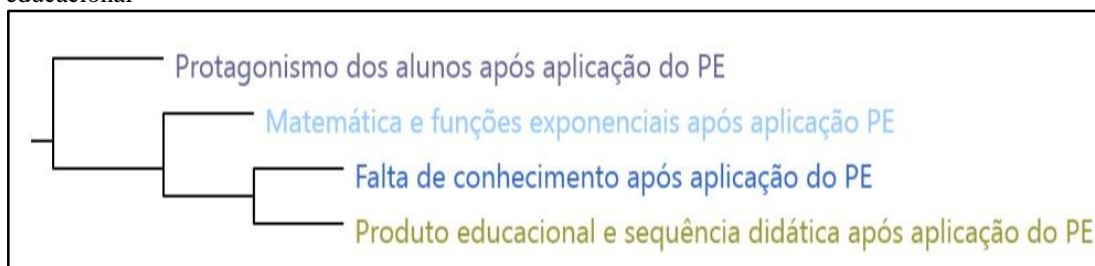
Figura 52 - Nós em cluster a partir dos relatos do professor acerca da aplicação do produto educacional



Fonte: Autora, 2022.

A submissão do Texto 2 ao *software*, por sua vez, gerou um dendrograma onde as correlações entre as categorias acontecem de uma forma diferente; nos resultados obtidos dessa correlação, a falta de conhecimento surge em uma dimensão mais restrita, em uma relação de proximidade com o produto educacional e com a sequência didática; a categoria Matemática e funções exponenciais, por sua vez, figura em dimensão similar; o protagonismo dos alunos é visto, nas avaliações dos sujeitos, em uma dimensão mais ampla (Figura 53):

Figura 53 - Nós em cluster a partir do Texto 2, contemplando as avaliações dos alunos acerca do produto educacional



Fonte: Autora, 2022.

Na sequência, segue a análise de cada categoria, contemplando os resultados de ambos os textos, em uma relação de comparação. Para fins de reflexão acerca desses resultados, aplicou-se, ainda, a metodologia de análise crítica do conteúdo, estabelecendo interlocuções com os referenciais bibliográficos que serviram como base teórica para este estudo, e realizando inferências na interpretação dos dados.

O dendrograma referente ao Texto 1, que considerou a transcrição do professor na aplicação do trabalho proposto, mostra que o produto educacional e a sequência didática apresentam-se intimamente ligados ao fator protagonismo dos alunos, evidenciando que a proposição do professor, efetivada pela sequência didática e aplicação do produto educacional, abrange referenciais teóricos e orientações curriculares da BNCC que defendem o aluno como sujeito de sua aprendizagem. Sob esse enfoque, a categoria produto educacional e sequência didática encontra referência na BNCC; o referido documento defende a interlocução entre as diversas áreas do conhecimento ao tratar dos temas transversais. A sequência didática aplicada perpassa as diversas ciências: saúde, biologia e meio ambiente, propondo a construção do conhecimento matemático de forma contextualizada. Enfatiza-se, no entorno desse aspecto, o ensino da Matemática com significado, recusando metodologias restritas à aplicação de fórmulas.

Cada abordagem proposta na sequência didática teve como metodologia a resolução de problemas. A importância de contextualizar o objeto de ensino funções exponenciais a problemas do cotidiano do aluno teve como resultado uma interação mais eficiente e eficaz no ensino da Matemática; ao propor abordagens contemporâneas, como a disseminação do vírus Sars-CoV2 e a reprodução das *fake news*, a sequência didática mostrou que a discussão de temas de interesse do aluno pode ser utilizada, com eficácia, para o desenvolvimento de conteúdos e, conseqüentemente, de habilidades.

Nesse protagonismo, o produto educacional aposta também na inclusão do aluno no cenário tecnológico. Como se trata de um instrumento que oportuniza interações diversas, o

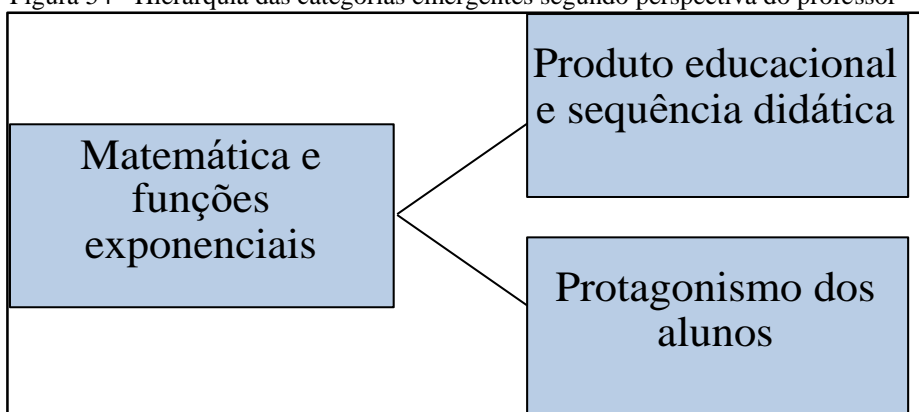
site Matemática Exponencial também vai ao encontro da teoria sociointeracionista de Vygotsky; é um recurso rico em informações, que se comunicam com outros conteúdos linkados, permitindo a ampliação das interlocuções por meio dos conteúdos disponibilizados, quando o aluno transpõe os espaços físicos da sala de aula e da escola, ingressando no ambiente virtual. A utilização de imagens e vídeos evidencia a importância das múltiplas linguagens, cuja compreensão também é possibilitada pelo acesso no espaço digital.

Já na análise da avaliação dos alunos, mostrada no dendrograma referente ao Texto 2, o produto educacional e a sequência didática aparecem mais próximos à categoria falta de conhecimento; ou seja, na percepção dos alunos, a falta de conhecimento ficou evidenciada na aplicação do trabalho proposto, o que sugere a necessidade de que a escola, de modo geral (e não apenas acerca do ensino da Matemática) seja propositora de uma forma de ensino baseada na realidade, quando o aluno tenha conhecimento dos fenômenos que acontecem nas mais diversas áreas da sociedade, sendo capaz de relacionar o objeto do conhecimento à compreensão e/ou resolução desses fenômenos.

7.4 Matemática e funções exponenciais

Na análise do Texto 1, a categoria Matemática e funções exponenciais aparece em uma dimensão mais ampla em relação às categorias protagonismo dos alunos e produto educacional e sequência didática (Figura 54).

Figura 54 - Hierarquia das categorias emergentes segundo perspectiva do professor



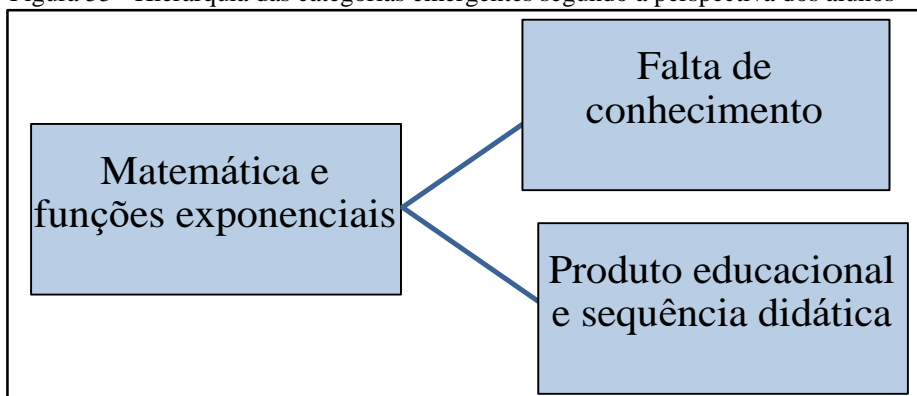
Fonte: Autora, 2022.

A análise da categoria permitiu a constatação acerca da eficácia da metodologia de resolução de problemas baseada em situações reais. Conforme o objetivo geral deste estudo, por meio do objeto do conhecimento ‘funções exponenciais’, o pesquisador intencionou

modelar, desenvolver, aplicar e avaliar produto educacional para a interpretação de gráficos de função exponencial a partir de dados reais. Encontra amparo na BNCC, cujas orientações propõem tal abordagem. As funções exponenciais, objeto do estudo realizado, devidamente previsto na BNCC, são conteúdos de ampla utilização na estatística, auxiliando na compreensão de variados fenômenos, nas mais diversas áreas. Na sequência didática aplicada, foram utilizadas quatro situações distintas de aplicação das funções exponenciais: saúde (disseminação do vírus Sars-CoV-2), meio ambiente (relação entre presa e predador), biologia (reprodução de bactérias) e mundo financeiro (rendimento das criptomoedas). Contudo, as discussões diversas realizadas durante as aulas colocaram em evidência outras situações, como a disseminação das *fake news*.

Retoma-se, nessa categoria, o tripé apresentado no início da investigação bibliográfica, no entorno da qual o trabalho relatado se desenvolveu: resolução de problemas, situações reais e letramento estatístico. No entorno dessa abordagem, constatou-se que o ensino da Matemática tem o seu significado ampliado quando o aluno compreende a sua aplicação na resolução de problemas reais; no caso em questão, o uso das funções exponenciais para a conquista do letramento estatístico. Em uma análise ampla, percebeu-se que essa forma de abordagem, quando fórmulas descontextualizadas dão lugar a um trabalho sistemático, que encontra na realidade o seu *locus* de abordagem, é bastante eficiente na aquisição e/ou desenvolvimento das habilidades que se espera. No dendrograma gerado a partir do Texto 2, por sua vez, percebeu-se uma visão diferente do aluno com relação ao trabalho com o objeto ‘funções exponenciais’ (Figura 55). Para o aluno, a falta de conhecimento sobre o objeto do proposto foi fator preponderante durante a realização das atividades.

Figura 55 - Hierarquia das categorias emergentes segundo a perspectiva dos alunos



Fonte: Autora, 2022.

Destaca-se, do discurso dos alunos, menções sobre a falta de conhecimento sobre a covid-19, e sobre os conhecimentos relacionados às funções exponenciais, como superficialidade na compreensão de gráficos estatísticos.

7.4.1 Protagonismo dos alunos

Conforme se verifica no dendrograma, referente ao Texto 1, o protagonismo dos alunos está diretamente relacionado ao produto educacional e à sequência didática aplicados. Visualiza-se um distanciamento entre a categoria falta de conhecimento, e a categoria protagonismo dos alunos, o que evidencia que, quanto maior for o protagonismo do aluno na construção de seu conhecimento, mas próximo ele estará de sua aprendizagem. Nesse sentido, retoma-se teoria sociointeracionista de Vygotsky, que defende a importância da interação do sujeito para que a aprendizagem aconteça. Sob esse enfoque, o presente estudo buscou, de maneira permanente e contínua, proporcionar situações diversas ao aluno de interação, com seus pares, com diferentes ambientes (sala de aula, pátio, internet). Salienta-se também, nesse enfoque, a importância da tecnologia para a aprendizagem no contexto contemporâneo da educação, e o alinhamento da proposta realizada com a BNCC.

De forma diversa à percepção do professor, o protagonismo do aluno aparece mais distante da categoria ‘Matemática e funções exponenciais’, de maneira mais ampla, não estando relacionado, especificamente, à aprendizagem sobre as funções exponenciais, e sim ao uso de metodologias ativas para a consecução da aprendizagem. Os estudantes mencionam em seu discurso a motivação de trabalhar em grupos, e de realizar atividades que exigem a sua permanente ação. A avaliação dos estudantes acerca da utilização da tecnologia foi amplamente positiva, e evidenciou que essa ferramenta é eficiente no protagonismo do aluno na construção de seu conhecimento. Evidenciou-se, ainda, que por meio de metodologias ativas que promovem a permanente interação com seus pares na relação dialógica com o conhecimento, o estudante é capaz de chegar a essa construção.

7.4.2 Falta de conhecimento

A análise do Texto 1 sugere que, distante das demais categorias, a falta de conhecimento surge em uma dimensão ainda mais ampla; trata-se de uma condição que não está condicionada, apenas, ao objeto de ensino trabalhado, estando relacionada a vários aspectos: falta de conhecimento sobre a covid-19; falta de conhecimento sobre a aplicação da

Matemática e funções exponenciais como ferramenta de controle da disseminação do vírus; falta de conhecimento sobre a interdisciplinaridade da Matemática com outras áreas do conhecimento; falta de conhecimento sobre o uso das tecnologias.

Colocada em um contexto mais amplo, a falta de conhecimento acerca das inúmeras possibilidades de aplicação das funções exponenciais para a resolução de problemas, na visão do professor, representa a própria justificativa para a realização da proposta. Sob tal enfoque, retoma-se a teoria da Zona de Desenvolvimento Proximal- ZDP de Vygotsky, verificando-se a necessidade de desenvolvimento prévio e anterior como condição necessária à aprendizagem. Assim, para a aprendizagem desejada, foi proposta uma sequência de atividades capazes de garantir esse conhecimento anterior.

Na análise do Texto 2, pode-se deduzir que o aluno não tem, a priori, consciência sobre sua falta de conhecimento sobre o objeto de ensino e suas possibilidades de aplicação, chegando a essa percepção durante o desenvolvimento das atividades. Os relatos mencionam as seguintes dificuldades: entender a taxa de reprodução básica de um vírus, conseguir compreender o fenômeno do crescimento exponencial, a construção do plano cartesiano e dos gráficos. No lado oposto à falta de conhecimento, está a capacidade de sua aquisição, o que ocorreu, na visão do aluno, por meio da sequência didática e do produto educacional validando a eficácia da proposta aplicada, o que pode ser extraído do depoimento: *“Com a abordagem das aulas sobre a covid-19, eu passei a entender melhor todas as informações que foram divulgadas sobre a pandemia, tudo fez mais sentido para mim agora”* (A3). Os alunos destacaram a dinâmica com as redes e os trabalhos de pesquisa como contributos essenciais à aprendizagem. Por fim, na contramão da falta de conhecimento, destaca-se a avaliação dos alunos de que a sequência didática e o produto educacional foram amplamente eficientes na percepção da Matemática como uma ferramenta essencial à resolução de problemas reais, fazem parte do seu cotidiano, nos mais variados contextos.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo teve como abordagem o uso de dados reais para a interpretação de gráficos estatísticos sobre função exponencial. Para tanto, as informações bibliográficas e o estudo de campo estiveram ancorados no tripé resolução de problemas, situações reais e letramento estatístico. Partindo da problemática acerca da compreensão de como desenvolver letramento estatístico para interpretação de gráficos envolvendo função exponencial utilizando dados reais, o objetivo do estudo proposto consistiu na modelagem, desenvolvimento, aplicação e avaliação de produto educacional para a interpretação de gráficos de função exponencial a partir de dados reais. O referido produto esteve abrigado em uma sequência didática, cuja vivência possibilitou inúmeras experiências e reflexões.

A organização das atividades em formato de sequência didática foi capaz de garantir a unidade entre as diversas discussões propostas no entorno do objeto funções exponenciais. A partir da utilização de procedimentos diversos, os alunos experimentaram vivências significativas, cujos efeitos culminam na aprendizagem com significado, recusando-se, dessa forma, o ensino baseado na mera transmissão e assimilação de fórmulas desconectadas da realidade. A dinâmica de movimentação dos alunos na simulação da disseminação de *fake News* representou mais importantes exemplos de como os fenômenos podem apresentar crescimento em escala exponencial, atingindo resultados, muitas vezes, inimagináveis.

Cada abordagem na sequência didática utilizou a resolução de problemas como metodologia. A contextualização das funções exponenciais em situações do cotidiano dos alunos resultou em uma interação mais eficiente e eficaz no ensino da Matemática. Ao abordar temas contemporâneos, como a disseminação do vírus Sars-CoV-2 e a reprodução das *fake news*, a sequência didática demonstrou que a discussão de assuntos relevantes para os alunos pode ser utilizada de forma eficaz para o desenvolvimento de conteúdos e habilidades. Assim, a sequência didática aplicada abrange diferentes áreas do conhecimento, como saúde, biologia e meio ambiente, promovendo a construção do conhecimento matemático de forma contextualizada. Essa abordagem enfatiza a importância do ensino da Matemática com significado, rejeitando metodologias restritas à aplicação de fórmulas.

A sequência didática e o produto educacional propostos estão intimamente ligados ao protagonismo dos alunos. Essa abordagem está alinhada aos referenciais teóricos e às orientações curriculares da BNCC, que defendem o aluno como sujeito ativo em sua aprendizagem. O produto educacional desenvolvido buscou seguir as orientações curriculares apresentadas na BNCC, considerando a importância de construção da aprendizagem por meio

da estreita relação entre a Matemática e suas tecnologias. Assim, se salienta que a experiência ora realizada encontra na disponibilidade de recursos tecnológicos e na capacidade de manipulação desses recursos a sua viabilidade. O produto educacional também busca incluir o aluno no ambiente tecnológico. O site Matemática Exponencial, como recurso rico em informações e interações, está alinhado à teoria sociointeracionista de Vygotsky. Ele permite ampliar as interações por meio dos conteúdos disponibilizados, transcendendo os espaços físicos da sala de aula e da escola para o ambiente virtual. A utilização de imagens e vídeos enfatiza a importância das múltiplas linguagens, que são compreendidas por meio do acesso digital.

Salienta-se que a proposta de trabalho apresentada encontrou aportes teóricos em Vygotsky e em sua teoria do sociointeracionismo; logo, as atividades propostas buscaram promover a permanente interação dos alunos com seus pares, em diferentes espaços de aprendizagem, por meio de procedimentos variados de ensino, dialogando com problemas e/ou situações reais. A interação ainda foi estabelecida entre o aluno e o ambiente, entre o aluno e o professor, e entre o aluno e o conhecimento.

Com base nos resultados obtidos a partir da análise das informações verificou-se que, na percepção dos alunos, a falta de conhecimento foi evidenciada durante a aplicação do trabalho proposto. Isso ressalta a necessidade de uma abordagem de ensino que esteja ancorada na realidade, onde os alunos tenham conhecimento dos fenômenos que ocorrem em diversas áreas da sociedade e sejam capazes de relacionar o objeto do conhecimento à compreensão e resolução desses fenômenos. Essa conclusão aponta para a importância de uma educação que seja relevante e conectada ao mundo dos alunos, indo além do ensino da Matemática.

Pode-se concluir que a metodologia de resolução de problemas baseada em situações reais demonstrou ser eficaz, atingindo o objetivo de desenvolver e avaliar um produto educacional para a interpretação de gráficos de função exponencial a partir de dados reais, o que está em conformidade com as orientações da BNCC. As funções exponenciais são conteúdos amplamente utilizados na estatística e auxiliam na compreensão de diversos fenômenos em várias áreas. Comprova-se, assim, a eficácia do uso de dados reais para a resolução de problemas no ensino da Matemática, mediando, assim, a construção do letramento estatístico. À medida que o aluno consegue estabelecer relações entre os fenômenos que vivencia em seu cotidiano com o objeto de ensino trabalhado, a aprendizagem com significado se efetiva. Por aprendizagem com significado compreende-se aquela que, ao constituir-se pelo sentido, tem ampliadas as possibilidades de sua aplicação. Desse modo, o

aluno foi capaz de compreender não apenas a resolução de fórmulas desconexas da realidade, mas, sobretudo, relacioná-las a fenômenos cotidianos.

O ensino da Matemática ganha significado quando os alunos compreendem sua aplicação na resolução de problemas reais e no desenvolvimento do letramento estatístico. A abordagem que utiliza problemas contextualizados e situações reais demonstrou ser eficiente na aquisição e desenvolvimento das habilidades desejadas. No entanto, percebeu-se que o aluno teve uma visão diferente da apontada pelo professor, e destacou a falta de conhecimento sobre o objeto proposto como um fator preponderante durante a realização das atividades. Os alunos mencionaram a falta de conhecimento sobre a covid-19 e sobre os conhecimentos relacionados às funções exponenciais, como uma compreensão superficial de gráficos estatísticos. Esses pontos evidenciam a necessidade de uma abordagem cuidadosa e estruturada para superar essas lacunas de conhecimento e promover uma compreensão mais profunda dos conceitos abordados.

Pode-se concluir, também, que o protagonismo dos alunos está diretamente relacionado ao produto educacional e à sequência didática, aplicados. O distanciamento entre a falta de conhecimento e o protagonismo dos alunos indica que, quanto mais os alunos são protagonistas na construção do conhecimento, mais próximos estão da aprendizagem. Esse resultado está alinhado com a teoria sociointeracionista de Vygotsky, que destaca a importância da interação do sujeito para a aprendizagem.

O estudo buscou proporcionar aos alunos diversas situações de interação, tanto com seus pares quanto com diferentes ambientes, como sala de aula, pátio e internet. A tecnologia foi reconhecida como uma ferramenta importante para a aprendizagem no contexto contemporâneo da educação, e a proposta realizada foi alinhada com a BNCC.

Contrariamente à percepção do professor, o protagonismo dos alunos não se limitou especificamente à aprendizagem sobre as funções exponenciais, mas sim ao uso de metodologias ativas para a construção do conhecimento. Os alunos destacaram a motivação de trabalhar em grupos e realizar atividades que exigiam sua ação contínua. A avaliação dos alunos em relação ao uso da tecnologia foi amplamente positiva, demonstrando que essa ferramenta é eficaz para promover o protagonismo do aluno na construção do conhecimento. Ficou evidente que, por meio de metodologias ativas que promovem a interação constante com seus colegas e o diálogo com o conhecimento, os alunos são capazes de construir seu aprendizado de forma significativa.

A análise dos textos sugere que a falta de conhecimento é um problema que vai além do objeto de ensino específico, abrangendo diversos aspectos relacionados à falta de

conhecimento sobre a covid-19, a aplicação da Matemática e funções exponenciais no controle da disseminação do vírus, a interdisciplinaridade da Matemática com outras áreas do conhecimento e o uso das tecnologias. A falta de conhecimento é vista como uma condição que requer um desenvolvimento prévio para a aprendizagem, de acordo com a teoria da Zona de Desenvolvimento Proximal de Vygotsky.

Observou-se que os alunos não têm consciência inicial da falta de conhecimento sobre o objeto de ensino e suas aplicações, mas ao longo das atividades propostas, eles percebem suas dificuldades em compreender conceitos como taxa de reprodução básica de um vírus, crescimento exponencial e construção de gráficos. No entanto, através da sequência didática e do produto educacional, os alunos adquirem conhecimento e compreensão, percebendo a importância da Matemática como ferramenta para resolver problemas reais. A dinâmica das aulas, o uso de redes e trabalhos de pesquisa são mencionados como contribuições essenciais para a aprendizagem.

Ressalta-se a falta de conhecimento dos alunos em relação a diferentes aspectos, mas também destacam a eficácia da sequência didática e do produto educacional na superação dessas dificuldades e na percepção da Matemática como uma ferramenta relevante e presente no cotidiano dos alunos em vários contextos.

Ainda entre as constatações acerca do produto educacional proposto, defende-se que o mesmo pode ser utilizado de forma transversal, transpondo a área da Matemática, de modo que todos os demais componentes curriculares, dentro de suas áreas do conhecimento, possam trabalhar de maneira integrada. Para tanto, o diálogo entre os docentes na execução da proposta se torna fundamental. Destaca-se que, como se trata de um recurso digital, o produto educacional construído é permeado de possibilidades, jamais dado como um produto acabado, podendo ser adequado a diferentes contextos, renovando-se continuamente. Os simuladores se tornam ferramentas importantes na resolução de problemas propostos, permitindo ao aluno a visualização de gráficos com diferentes projeções.

Por fim, se reitera a necessidade de que a Matemática e a escola, de modo geral, busquem a construção de novas proposições de atividades, por meio das quais a relação ensino e aprendizagem seja efetivada de fato. Em um país onde a necessidade de melhoria da qualidade da educação é apontada por indicadores diversos, investir em metodologias ativas, com uso de procedimentos metodológicos que permitem a interação permanente com o conhecimento, representa uma importante possibilidade de construção do conhecimento, aplicável à solução de conflitos em situações diversas da realidade.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. In: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Hopner. *Resolução de problemas: teoria e prática*. 2. ed. Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2021. p. 73-98.

ALMEIDA, Carolina Ribeiro de et. al. Letramento estatístico na Educação Básica: os desafios de ensinar o diagrama da caixa (box-plot) em contexto. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 23, n. 1, p. 499-529, 2021. Disponível em: <<https://www-periodicos-capes-gov-br.ez1.periodicos.capes.gov.br/index.php/buscarador-primo.html>>. Acesso em: 10 jun. 2023.

ANDRADE, Fabiana Chagas de; SCHILLER, Carolina Vieira; SILVA, Dione Aparecido Ferreira da; MENEZES, Larissa Pereira; SILVA, Alexandre Sousa da. Aspectos da interpretação de gráficos de estudantes universitários em ambiente virtual. *Bolema*, Rio Claro, v. 34, n. 67 p. 462-479, ago. 2020. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/bolema/a/g88wjrxRxDGYjyh5Fhhgr8t/?format=pdf&lang=pt>>. Acesso em: 10 jun. 2023.

ANDRADE, Thaís Marcelli de. *Matemática interligada: grandezas, sequência e Matemática financeira*. São Paulo: Scipione, 2020.

ANTUNES, Celso. *Vygotsky, quem diria?! Em minha sala de aula: Fascículo 12*. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

BALLEJO, Clarissa Coragem; BRAGA, Elisabete Rambo. Desenvolvimento de competências estatísticas no Novo Ensino Médio. *Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, v. 13, n. 3, p. 290-309, 2022, Disponível em: <<https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/254701/42576>>. Acesso em: 10 jun. 2023.

BARDIN, Laurence. *Análise de conteúdo*. Tradução: Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2016.

BARRETO, Marcília Chagas; MENDONÇA, Mariângela da Costa; FARIAS, Gleiciane Ferreira; OLIVEIRA, Rayssa Melo de. Compreensão estatística de professores em formação inicial. *Bolema*, Rio Claro, v. 36, n. 74, p. 1115-1134, dez. 2022. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/bolema/a/YQLCGms6kLgDJWsDpRmg9ph/?format=pdf&lang=pt>>. Acesso em: 10 jun. 2023.

BONILHA, Maria Adelaide de Castro; VIDIGAL, Sônia Maria Pereira. *Resolução de problemas na aula de Matemática: o recurso problemateca*. Porto Alegre: Penso, 2016.

BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JR. José Ruy; CÂMARA, Paulo. *Prisma matemática: funções e progressões*. São Paulo: FTD, 2020.

BRANDT, Celia Finck; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel (Orgs.). *Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações*. 2. ed. rev. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016.

- BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 11 fev. 2022.
- BRASIL. Ministério da Educação. *Temas contemporâneos transversais na BNCC*. Proposta de práticas de implementação. Brasília: Ministério da Educação; Secretaria da Educação Básica, 2019. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/guia_pratico_temas_contemporaneos.pdf>. Acesso em: 15 fev. 2022.
- CARAMASCHI, Erica Pellegrini. *Populações, comunidade e conservação*. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010.
- CHAIKLIN, Seth. A Zona de Desenvolvimento Próximo na análise de Vygotsky sobre aprendizagem e ensino. *Psicologia em Estudo*, Maringá, v. 16, n. 4, p. 659-675, out./dez. 2011. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/pe/a/jCGfKbkrHPCr8KyZD4xjB3C/?format=pdf&lang=pt>>. Acesso em: 11 fev. 2022.
- CLUBE DOS POUPADORES. *Simulador de juros compostos*. 2022. Disponível em: <<https://clubedospoupadores.com/simulador-de-juros-compostos>>. Acesso em: 4 set. 2022.
- CORBELLO, Lucas Soares; OLIVEIRA, Paulo Cesar. Um produto educacional para o Letramento Estatístico no Ensino Médio. *Caminhos da Educação Matemática em Revista*, v. 9, n. 2, p. 187-204, 2019.
- DEMO, Pedro. *Educar pela pesquisa*. 10. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2021.
- DORIGON, Graziela Franceschini. *Matemática Exponencial*. 2022. Disponível em: <<http://matematicaexponencial.com.br/index.html>>. Consulta em: 7 jan. 2023.
- EDU. Instituto Estadual São José. *Ideb*. 2021. Disponível em: <<https://qedu.org.br/escola/43150748-inst-estadual-sao-jose/ideb>>. Acesso em: 2 jul. 2022.
- EVANGELISTA, Betania; PONTES, Marcília. Alunos de 5º ano do Ensino Fundamental aprendendo a interpretar e construir tabelas a partir de sequências de ensino. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, v. 12, n. 3, p. 1-23, 2021. Disponível em: <<https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/250531/pdf>>. Acesso em: 10 jul. 2023.
- FAMBRINI, Francisco. Parâmetros e sua importância no manejo da epidemia covid-19 no contexto dos municípios de Bragança Paulista, Atibaia e Extrema. *Revista Científica E-locução*, v. 1, n. 18, p. 5-23, 2020. Disponível em: <<https://periodicos.faeu.edu.br/index.php/e-Locucão/article/view/274/204>>. Acesso em: 23 maio 2022.
- FÉO, Maurício. *Enigma da vitória-régia vira exemplo em vídeo que explica o que é o crescimento exponencial da Pandemia*. 2020. Disponível em: <<https://www.facebook.com/SaoFidelis/videos/enigma-da-vit%C3%B3ria-r%C3%A9gia->

vira-exemplo-em-v%C3%ADdeo-que-explica-o-que-%C3%A9-o-crescimento-
/697158750863508/>. Acesso em: 20 ago. 2022.

FIOCRUZ. Fundação Osvaldo Cruz. *Cenários epidemiológicos: sistemas de Monitoramento Monitora Covid-19*. 2021. Disponível em: <<https://portal.fiocruz.br/observatorio-covid-19/cenarios-epidemiologicos>>. Acesso em: 19 abr. 2022.

GIL, Antônio Carlos. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GOOGLE NOTÍCIAS. *Coronavirus (Covid 2019)*. 2022. Disponível em:
<<https://news.google.com/covid19/map?hl=pt-BR&gl=BR&ceid=BR%3Apt-419&mid=%2Fm%2F015fr>>. Acesso em: 28 ago. 2022.

GRANDO, Regina Célia; NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin. Narrativa de aula de uma professora sobre investigação estatística. *Educação & Realidade*, Porto Alegre, v. 39, n. 4, p. 985-1002, out./dez. 2014. Disponível em:
<<https://www.scielo.br/j/edreal/a/gXYY7cLkk6bPHD3X4r6rx9J/?format=pdf&lang=pt>>. Acesso em: 10 jun. 2023.

INFOMONEY. *Renda fixa: tudo o que você precisa saber para começar a investir*. 2021. Disponível em: <<https://www.infomoney.com.br/guias/renda-fixa/>>. Acesso em: 15 set. 2022.

INSTITUTO GEOGEBRA. Sobre o Geogebra. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo 2022. Disponível em: <<https://www.pucsp.br/geogebra/sp/geogebra.html>>. Acesso em: 31 mar. 2022.

INSTITUTO PROPAGUE. O que é criptomoeda: como funciona e por que alcançou popularidade nas finanças. 2022. Disponível em: <<https://institutopropague.org/noticias/o-que-e-criptomoeda/>>. Acesso em: 15 ago. 2022.

INSTITUTO PROPAGUE. Pagamentos com criptomoedas avançam em escala global. 2021. Disponível em: <<https://institutopropague.org/noticias/pagamentos-com-criptomoedas-avancam-em-escala-global>>. Acesso em: 20 ago. 2022.

KLUBER, Tiago Emanuel. Modelagem Matemática: revisitando aspectos que justificam a sua utilização no ensino. In: BRANDT, Celia Finck; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel (Orgs.). *Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações*. 2. ed. rev. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016. p. 41-58.

KURT, Serath. *Kemp Design Model. Educational Technology*, 2016. Disponível em: <<https://educationaltechnology.net/kemp-design-model/>>. Acesso em: 4 jan. 2022.

LEITE, Vitor. *Como investir em dólar: tudo o que você precisa saber*. 2020. Disponível em: <<https://blog.nubank.com.br/como-investir-em-dolar/>>. Acesso em: 16 ago. 2022.

LIMA, Izaurina Borges. Interpretação de gráficos de barras em Educação de Jovens e Adultos. *Revista brasileira de Estudos Pedagógicos*, Brasília, v. 102, n. 260, p. 218-242, jan./abr. 2021. Disponível em:
<<https://www.scielo.br/j/rbeped/a/PFLvxCz7qSMQxXctFKwqBNM/?format=pdf&lang=pt>>. Acesso em: 10 jun. 2023.

LLUCH, Guillermo López. *Covid: por que alguns cientistas estão comparando a variante Ômicron, do coronavírus, com o sarampo*. BBC News Brasil. 2021. Disponível em: <<https://www.bbc.com/portuguese/geral-59795529>>. Acesso em: 29 dez. 2021.

LOPES, Celi Espasandin. Tessitura possível entre letramento estatístico, pensamento crítico e insubordinação criativa. In: MONTEIRO, Carlos Eduardo Ferreira; CARVALHO, Liliane Maria Teixeira Lima de (Orgs.). *Temas emergentes em letramento estatístico*. Recife: Ed. UFPE, 2021, p. 60-87.

LOZADA, Cláudia de Oliveira; SANTOS, Janaíne Ferreira dos; SANTOS, Bruna Gama dos; LIMA, Cryslâne de Araújo. Educação de jovens, adultos e idosos: um projeto com produção de vídeos para o ensino de noções estatísticas para alunos idosos. *Revista de Educação Matemática*, v. 19, n. 1, p. 1-19, 2022. Disponível em: <<https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/594/465>>. Acesso em: 10 jun. 2023.

MALAVÉ, Mayra. *O que se sabe sobre a variante Delta*. FIOCRUZ. 2021. Disponível em: <<http://www.iff.fiocruz.br/index.php/8-noticias/782-variante-delta>>. Acesso em: 29 dez. 2021.

MONTEALEGRE, Rosália. La solución de problemas cognitivos en estudiantes de psicología. *Acta Colombiana de Psicología*, v. 14, n. 1, p. 119-138, 2011.

MONTEIRO, Carlos Eduardo Ferreira; CARVALHO, Liliane Maria Teixeira Lima de. A emergência do letramento estatístico no mundo contemporâneo. In: MONTEIRO, Carlos Eduardo Ferreira; CARVALHO, Liliane Maria Teixeira Lima de (Orgs.). *Temas emergentes em letramento estatístico*. Recife: Ed. UFPE, 2021, p. 17-26.

MORAIS, Rosilda dos Santos; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Uma abordagem histórica da resolução de problemas. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Hopner. *Resolução de problemas: teoria e prática*. 2. ed. Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2021. p. 17-33.

MUNDOEDUCAÇÃO. *Gráfico da função exponencial*. 2022. Disponível em: <<https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/grafico-funcao-exponencial.htm>>. Acesso em: 27 nov. 2022.

OLIVEIRA, Marta Kohl. *Vygotsky: aprendizagem e desenvolvimento, um processo sócio-histórico*. 4. ed. São Paulo: Scipione, 1997.

ORGANIZAÇÃO PAN AMERICANA DE SAÚDE - OPAS. *Excesso de mortalidade associado à pandemia de covid-19 foi de 14,9 milhões em 2020 e 2021*. 2022. Disponível em: <<https://www.paho.org/pt/noticias/5-5-2022-excesso-mortalidade-associado-pandemia-covid-19-foi-149-milhoes-em-2020-e-2021>>. Acesso em: 20 ago. 2022.

ORGANIZAÇÃO PAN AMERICANA DE SAÚDE - OPAS. *Folha informativa sobre o Covid 19*. 2022. Disponível em: <https://www.paho.org/pt/covid19?adgroupsurvey={adgroupsurvey}&gclid=CjwKCAjwopW SBhB6EiwAjxmqDcZcMaNcyYfctBlfFij0vBw8wUEncTs_3wiExFcDd3F0CLmGssctvhoCk pIQAvD_BwE>. Acesso em: 31 mar. 2022.

- PARMAIS. *Mercado financeiro: o que é e como funciona*. 2021. Disponível em: <<https://www.parmais.com.br/blog/o-que-e-mercado-financeiro/>>. Acesso em: 20 ago. 2022.
- PERSONAL, Roberval. *Gripe espanhola: mortos esquecidos*. 2017. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=ZL1KZSIEAK0>>. Acesso em: 15 set. 2022.
- QSR INTERNATIONAL. *NVIVO 10 for Windows*. 2014. Disponível em: <<http://download.qsrinternational.com/Document/NVivo10/NVivo10-Getting-Started-Guide-Portuguese.pdf>>. Acesso em: 20 fev. 2023.
- SALA DE GUERRA. *Gripe espanhola: a pandemia que varreu o mundo em 1918*. 2020. Disponível em: <<https://youtu.be/QylAltkkiOg>>. Acesso em: 20 ago. 2022.
- SANTANA, Mário de Souza. Traduzindo pensamento e letramento estatístico em atividades para sala de aula: construção de um produto educacional. *Bolema*, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 1165-1187, dez. 2016. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/bolema/a/dFv4bGpf7MwdSGMHjsP34jq/?format=pdf&lang=pt>>. Acesso em: 10 jun. 2023.
- SANTOS, Rodrigo Medeiros dos. A construção do letramento estatístico a partir de um olhar sobre as provas das Olimpíadas Brasileiras de Matemática das escolas públicas - OBMEP. *Amazônia - Revista de Educação em Ciências e Matemática*, v. 17, n. 38, p. 105-120, 2021.
- SILVEIRA, Anny Jackeline Torres. A medicina e a influenza espanhola de 1918. *Tempo*, Rio de Janeiro, n. 19, p. 91-105, 2005.
- SOUZA, Christiane Maria Cruz. A Gripe Espanhola: um desafio à medicina. In: SOUZA, Christiane Maria Cruz. *A Gripe Espanhola na Bahia: saúde, política e medicina em tempos de epidemia*. Rio de Janeiro: Editora Fiocruz, 2009, p. 131-159.
- SPAGNA, Julia Di. *Coronavírus: o que é e como pode cair nas provas*. Guia do Estudante, 9 de abril de 2020. Disponível em: <<https://guiadoestudante.abril.com.br/estudo/coronavirus-o-que-e-crescimento-exponencial-e-como-pode-cair-nas-provas/>>. Acesso em: 4 jan. 2022.
- THIOLLENT, Michel. *Metodologia da pesquisa-ação*. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1986.
- VICENTIN, Fábio Roberto. Modelagem Matemática: o relato e implicações de uma experiência no Ensino Médio. In: BRANDT, Celia Finck; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel (Orgs.). *Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações*. 2. ed. rev. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016. p. 89-105.

APÊNDICE A - Slides de apresentação: A Matemática em nossa vida


A Matemática na nossa vida

Ao ingressar nesse espaço, você será convidado a vivenciar uma experiência que irá mostrar o quanto a matemática pode ser uma ciência fascinante, e fácil de ser compreendida. Pronto para navegar?

VOCÊ JÁ PAROU PARA PENSAR...

★

Onde a matemática está presente em sua vida, desde que você acorda, até quando vai dormir?



A matemática é uma ciência criada pelo ser humano para facilitar a sua vida e organizar as suas atividades.


E onde ela está presente?

Nas mais diversas atividades cotidianas...


Relógios, balanças, calendários, e os inúmeros instrumentos de medida que hoje conhecemos foram inventados por nossos ancestrais e, hoje, nos permitem uma série de benefícios!

Essa ciência, quase tão antiga quanto o próprio homem, está relacionada com a natureza e tudo o que acontece ao nosso redor, e pode ser utilizada para explicar fenômenos diversos...

Você sabe que fenômenos são esses?




Eu sou a professora Grazi, e é sobre isso que vamos discutir nesta experiência...



EI, VOCÊ!


Já parou para pensar: Para que serve esse monte de informações matemáticas que você aprende na escola? Onde irá aplicar essas fórmulas? Em que momentos elas serão necessárias na sua vida? Que problemas ajudarão a resolver?

Sim




CIÊNCIAS!


Da mesma forma, você já deve ter se deparado com situações diversas, nas quais você nem desconfia que a matemática está presente. Ela pode estar nas mais diversas ciências, e ciência é todo o conhecimento produzido pelo homem.





No ano de 2020, quando os meios de comunicação de massa começaram a divulgar gráficos mostrando a evolução da Covid, e simulações acerca das possibilidades de controle da propagação por meio do isolamento social e utilização de outros cidadãos, nem todos se deram conta de que um conceito matemático muito importante estava ali...



AS FUNÇÕES EXPONENCIAIS!



Vejam o exemplo da disseminação do vírus da Covid-19.

Vamos assistir ao vídeo para entendermos melhor o crescimento exponencial e a relação com o coronavírus.

EI, PRESTA ATENÇÃO!

<https://www.youtube.com/watch?v=fj0mHyQ6wLE>

Após essa breve explanação sobre a matemática e sua aplicação na resolução de problemas reais, eu te convido a responder a seguinte questão:

ONDE A MATEMÁTICA ESTÁ PRESENTE EM NOSSAS VIDAS?

CONTEÚDO DE QUALIDADE

Para responder a nossa questão vamos criar uma nuvem de palavras! Acesse o site <https://www.mentimeter.com> e digite o seguinte código: **86015921**

Acesso www.menti.com e use o código 8601 5921

Onde a matemática está presente em nossas vidas?

Toca aí !!!

Sim

OBG!

APÊNDICE B - Texto de apoio referente ao 3º encontro, sobre a relação entre covid-19 e o crescimento exponencial

Vamos conhecer um pouco mais sobre a covid-19?

Você já parou para pensar porque os vírus são os maiores causadores de doenças que podem afetar todo o planeta? A resposta está na alta taxa de transmissibilidade deles, que pode ocorrer de forma exponencial. Vamos estudar as funções exponenciais e de que modo elas podem nos ajudar a interpretar casos como o da transmissão do vírus covid-19.

No final de 2019, foram detectados muitos casos de pneumonia com causa desconhecida na cidade de Wuhan, China. Após estudos, os médicos confirmaram que se tratava de um novo vírus: o SARS-CoV-2 (sigla em inglês para Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2), que causa a covid-19 (Coronavirus Disease 19).

Por ser altamente contagioso, transmitindo-se por contato direto ou proximidade com pessoas e objetos infectados, o vírus se espalhou por todo o território chinês. Em poucos meses, o mundo estava sofrendo com uma pandemia. Esta acontece, segundo a Organização Mundial da Saúde (OMS), quando uma epidemia ou surto local passa a afetar diferentes continentes, com transmissão sustentada de pessoa para pessoa. Dessa forma, vários países entraram em quarentena, com medidas de saúde pública com alcance individual (lavagem de mãos, uso de máscaras e distanciamento social) e alcance comunitário (isolamento de pessoas infectadas e controle de aglomerações).

A quarentena, assim como as outras medidas de contenção, visa evitar crescimento exponencial no número de doentes e, conseqüentemente, a superlotação dos hospitais.

Bonjorno José Roberto et al., 2020.

Agora reúna-se a um colega, e respondam:

1- Pesquisem sobre que tipo de doença é a covid-19.

2- Qual foi a importância da quarentena para combater a covid-19? Se necessário, pesquisem sobre o tema.

3- Pesquisem a respeito das medidas de prevenção contra o coronavírus e comentem sobre qual ou quais medidas vocês acreditam que deveriam ser mantidas mesmo em casos que não há pandemia e por quê.

APÊNDICE C - Texto de apoio referente ao 4º encontro, abordando a comparação entre covid e o sarampo

Covid: por que alguns cientistas estão comparando a variante ômicon do coronavírus com o sarampo

O imunologista espanhol Alfredo Corell causou polêmica recentemente ao afirmar que a variante ômicron do Sars-CoV-2 é tão contagiosa quanto o sarampo, um dos vírus mais contagiosos do mundo.

Obviamente, o coronavírus não produz os mesmos sintomas do sarampo. Mas a afirmação de Corell se refere à sua transmissibilidade, e não aos seus sintomas.

E, nesse sentido, ele está absolutamente certo.

A variante Ômicron causou grande furor desde o primeiro momento em que foi detectada na África do Sul, pois acumula grande número de mutações em proteínas que facilitam a entrada do vírus em nosso organismo.

O alvoroço inicial político e midiático não se devia a uma maior gravidade dos sintomas, mas à sua maior capacidade de infecção.

Mas, como aconteceu com outras variantes anteriores, quando uma nova variante é detectada é porque ela já está circulando entre a população.

Por isso, todos os cuidados dos governos com o fechamento das fronteiras foram inúteis. Agora, em vários países, a variante ômicron está prevalecendo sobre as anteriores, incluindo a delta, até então a mais transmissível.

É essa infecciosidade aumentada, tão alta quanto a do sarampo, que torna a ômicron mais preocupante do que outras variantes.

Mas qual é a capacidade de infecção da variante ômicron?

Para determinar a capacidade de dispersão de um organismo patogênico, um parâmetro conhecido como número básico ou taxa de reprodução básica (R_0) é aplicado.

Nada mais é do que o número médio de novos casos que um caso positivo gera durante um período de infecção. Por exemplo, se um patógeno tem um R_0 de 2, significa que uma pessoa infectada infectará duas outras, em média.

E isso já faz com que o número de infectados aumente exponencialmente. O parâmetro R_0 é inerente aos vírus, mas pode variar conforme as condições, e depende diretamente do número de contatos.

Guillermo López Lluch, 26 de dezembro 2021.

**APÊNDICE D - Texto de apoio referente ao 5º encontro, sobre
disseminação de *fake news***

**Fake News têm 70% mais chance de viralizar que as notícias
verdadeiras, segundo novo estudo**

Uma pesquisa realizada por cientistas do Instituto de Tecnologia de Massachussetts (MIT, na sigla em inglês) revela que as *fake news* (notícias falsas) têm 70% mais chances de viralizar que as notícias verdadeiras e alcançam muito mais pessoas. Enquanto uma notícia verdadeira atinge, em média, 1.000 pessoas, as *fake news* mais populares atingem de 1.000 a 100.000 pessoas.

Outra conclusão dessa pesquisa é que, ao contrário do que se pensava, os robôs não espalham preferencialmente as *fake news*, eles espalham notícias falsas e verdadeiras da mesma maneira. Ou seja, os responsáveis pelo maior alcance das notícias falsas são os humanos, e uma possível explicação para este fato é que geralmente essas notícias falsas são associadas aos sentimentos de medo, raiva e revolta, e por isso as *fake news* são muito mais apelativas que as notícias verdadeiras.

Fonte: Estadão. Disponível em: <<https://ciencia.estadao.com.br/noticias/geral,fake-news-se-espalham-70-mais-rapido-que-as-noticias-verdadeiras-diz-novo-estudo,70002219357>>. Acesso em: 10 set. 2022.

APÊNDICE E - Texto de apoio: conceitos referentes às funções exponenciais

Conceito da função exponencial

A função exponencial é utilizada para descrever e modelar o comportamento de várias situações no nosso dia a dia. Podemos observá-la, por exemplo, na Matemática financeira, em situações que envolvem juros compostos, em reprodução de cultura de bactérias, e até mesmo no comportamento de novos casos da covid-19, durante a pandemia em 2020, aproxima-se muito de um comportamento exponencial.

Definição da função exponencial

Definimos como função exponencial uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^*_{+}$, ou seja, seu domínio é o conjunto dos números reais, e seu contradomínio é o conjunto dos números reais positivos diferentes de 0. Além disso, a sua lei de formação pode ser descrita por $f(x) = ax$, em que 'a' é a base, cujo valor sempre será um número real positivo.

Exemplos:

$$f(x) = 2^x$$

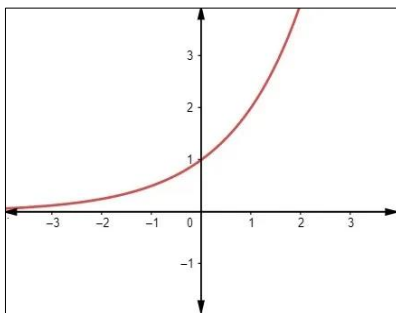
$$f(x) = 0,3^x$$

Podemos observar que $f(x)$ é a variável dependente, podendo ser representada por y também, e x é a variável independente.

Tipos de função exponencial

Podemos dividir a função exponencial em dois casos: crescente ou decrescente.

O gráfico da função $f(x) = ax$ é crescente quando a base é um número maior do que 1, ou seja, quando $a > 1$. Nesse caso, quanto maior o valor de x maior será o valor de y .



A função exponencial é decrescente quando a base é um número maior que 0 e menor que 1, ou seja, quando $0 < a < 1$. Caso ela seja decrescente, quanto maior o valor de x menor será o valor de y .

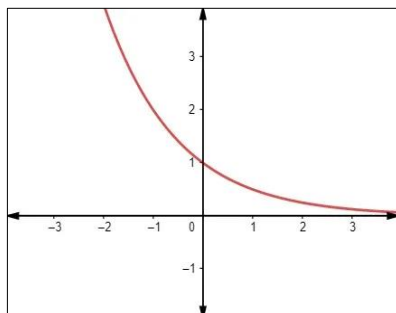


Gráfico da função exponencial

Para traçar o gráfico de uma função exponencial, é necessário encontrar o valor numérico para alguns valores de x . Existem duas possibilidades para o comportamento do gráfico, ele pode ser crescente ou decrescente, como vimos anteriormente. Quando o gráfico é crescente, a função exponencial é caracterizada por possuir um crescimento muito rápido em comparação, por exemplo, com a função afim.

Podemos observar que o gráfico não passa pelo 3º e 4º quadrante do plano cartesiano, pois o contradomínio será, como vimos na definição, os reais positivos e maiores que 0. Por mais próximo que o gráfico chegue do eixo x , ele não o tocará, não há valor algum no domínio que faça com que ax seja igual a 0, lembrando que, por definição, a base é sempre maior do que 0.

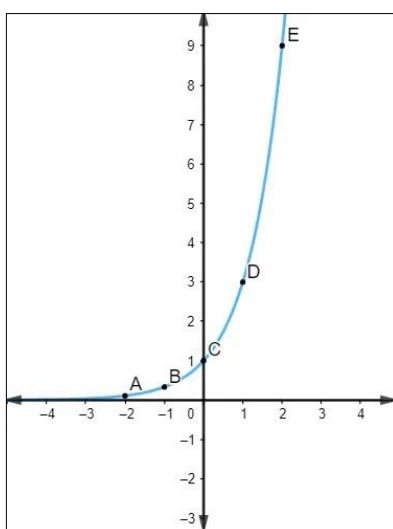
Exemplos:

a) $f(x) = 3^x$

Como $a > 1$, então essa função é crescente. Para construir o gráfico, vamos construir a tabela com alguns valores numéricos da função.

x	$f(x) = 3^x$	(x, y)
-2	$f(x) = 3^{-2} = \frac{1}{9}$	$A\left(-2, \frac{1}{9}\right)$
-1	$f(x) = 3^{-1} = \frac{1}{3}$	$B\left(-1, \frac{1}{3}\right)$
0	$f(x) = 3^0 = 1$	$C(0, 1)$
1	$f(x) = 3^1 = 3$	$D(1, 3)$
2	$f(x) = 3^2 = 9$	$E(2, 9)$

Após encontrar alguns valores numéricos, é possível representar no plano cartesiano gráfico da função:

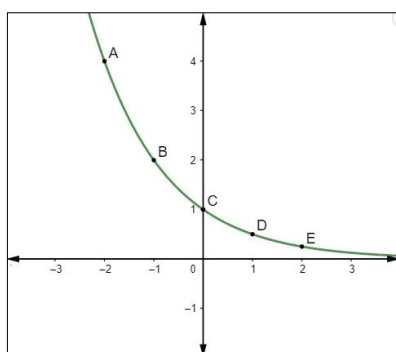


b) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

Nesse caso, a base é menor que 1, ou seja, $0 < a < 1$, logo o gráfico será decrescente. O fato de ele ser decrescente não altera o método que utilizaremos para construí-lo, assim como foi feito no outro, encontraremos alguns valores numéricos.

x	$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	(x, y)
-2	$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$	$A(-2, 4)$
-1	$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$	$B(-1, 2)$
0	$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$	$C(0, 1)$
1	$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$	$D\left(1, \frac{1}{2}\right)$
2	$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$	$E\left(2, \frac{1}{4}\right)$

Após encontrar alguns valores numéricos, é possível representar no plano cartesiano o gráfico da função:



ANEXO A - Termo de Autorização da Escola**INSTITUTO ESTADUAL SÃO JOSÉ**

Ano: 2022

Endereço: Avenida Pinheiro Machado, número 526, Centro, Soledade, RS.

Telefone: (54) 3381-1267

Email: saojose25cre@educacao.rs.gov.br

AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA

Eu _____, diretora do Instituto Estadual São José autorizo a discente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECM da Universidade de Passo Fundo, **Graziela Franceschini Dorigon**, a realizar a pesquisa intitulada “USO DE DADOS REAIS PARA INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS ESTATÍSTICOS SOBRE FUNÇÃO EXPONENCIAL”, no período de agosto de 2022 a setembro de 2022.

Soledade, ____ de agosto de 2022.

Diretor(a)

ANEXO B - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Seu filho(a) está sendo convidado(a) a participar da pesquisa intitulada “*Uso de dados reais para interpretação de gráficos estatísticos sobre função exponencial*”, de responsabilidade dos pesquisadores **Graziela Franceschini Dorigon**, mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo conjuntamente com seu orientador professor **Dr. Adriano Pasqualotti**. A pesquisa a ser realizada busca avaliar o uso de dados reais para o letramento estatístico com relação à função exponencial.

A referida pesquisa será aplicada no Instituto Estadual São José, localizado na cidade de Soledade (RS), em turma de 1º ano da referida escola. O desenvolvimento da pesquisa a ser realizada é de conhecimento da direção da escola, sendo que a pesquisadora é professora titular da turma, sendo que a pesquisa será desenvolvida no contexto das aulas de Matemática.

Garantimos que os estudantes participantes dessa pesquisa receberão todos os esclarecimentos sobre qualquer dúvida relacionada à pesquisa e poderá ter acesso aos seus dados em qualquer etapa do estudo. Tais dados serão utilizados apenas para fins acadêmicos, sendo garantido o sigilo das informações. Informamos que a sua participação nesta pesquisa não traz complicações legais, não envolve nenhum tipo de risco, físico, material, moral e/ou psicológico. Ao participar desta pesquisa você não terá nenhum fim lucrativo, bem como não terá nenhum tipo de despesa. Entretanto, acreditamos que este estudo o auxilie no processo de construção do conhecimento científico. **Caso você tenha dúvida sobre a pesquisa pode entrar em contato com a coordenação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo pelo telefone (54) 3316-8363.** Dessa maneira, se você concorda em participar da pesquisa, em conformidade com as explicações e orientações registradas neste Termo, pedimos que registre abaixo a sua autorização. Informamos que este Termo, também assinado pelos pesquisadores responsáveis, é emitido em duas vias, das quais uma ficará com você e outra com os pesquisadores.

Soledade, ____ de agosto de 2022.

Nome do(a) participante: _____

Assinatura: _____

Nome da pesquisadora: Graziela Franceschini Dorigon

Assinatura: _____

Caso o estudante participante for menor que 18 anos.

Assinatura do responsável: _____