



VIII Jornada Nacional de
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
XXI Jornada Regional de
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Educação Matemática: identidade
em tempos de mudança
06 a 08 de maio de 2020



MOVIMENTAÇÃO DINÂMICA DE PONTOS COMO PRÁTICA DE REPENSAR GEOMETRIA

Ramiro Michelon
IME - UFRGS
ramiro.mat9@gmail.com

Eixo Temático: E5 – Tendências em Educação Matemática

Modalidade: Comunicação Científica (CC)

Resumo

Ao trabalhar em sala de aula, o professor revisita os conteúdos aprendidos em sua formação e os traduz com uma nova roupagem, de forma a manter a essência do objeto a ser ensinado. Por vezes, o material disponível não permite perceber propriedades intrínsecas dos entes matemáticos, em especial, aqueles relacionados ao estudo da Geometria. Em Fenomenologia, o movimento se dá como um ato intencional, mostrando-se como algo que está sendo modificado. Essa transformação auxilia a construção do espaço geométrico e ajuda na percepção de características intrínsecas dos entes matemáticos. A inserção de softwares computacionais relacionados à Geometria Dinâmica traz uma nova perspectiva ao ensino daquilo que era até então imutável e fixo, permitindo uma visão dinâmica de conceitos e formas. Esses softwares permitem a manipulação concreta de objetos geométricos e proporciona uma reinterpretação do que se aprende em sala de aula, por exemplo, como um ponto se comporta numa reta ou num círculo. Esse suporte teórico do entendimento e da intencionalidade de movimentação permite que, na junção com a Geometria Dinâmica, os objetos geométricos que até então eram fixos, passem a serem observados como passíveis de modificação sem alteração de suas propriedades. Um exemplo de trabalho é a construção de imagens utilizando figuras geométricas, cujas coordenadas são definidas através de um único comando. As estratégias para o ensino de geometria são variadas e o advento da tecnologia traz uma constante reflexão acerca de novas possibilidades para melhorar o aprendizado.

Palavras-chave: Fenomenologia. Filosofia da Educação Matemática. Geometria Dinâmica. Movimento.

1 Introdução

O professor, como produtor e condutor do conhecimento, está em constante revisitação de seu aprendizado, para que possibilite uma melhor compreensão de seus alunos, abordando conteúdos de sala de aula por diferentes meios. Esta revisitação não é imutável no tempo, mas é traduzível ao momento em que se vive de forma a simplificar os trabalhos com

a classe. Ao ensinar, Corraza (2015, p. 109) explana que: “... ao atribuir uma tradução às matérias [...] ecoamos um determinado significado, que já existia nos originais, como a sua possibilidade mesma de existir.”. Acaba-se então dando uma reinterpretação do que já existe, operando de modo que não haja perda do real significado dos objetivos do aprendizado.

No estudo da fenomenologia, que poderia ser interpretada como uma descrição teórica dos fenômenos que nos permeia, a movimentação é a pretensão de que algo esta se modificando. A utilização da Geometria Dinâmica, que relaciona o estudo da geometria e o ambiente computacional, permite que figuras geométricas sejam exploradas pela movimentação intencional de estruturas. Quanto a esta intenção, relaciona Bicudo (2019, p. 272): “... o movimento já é um modo de realiza-lo e estar imerso nele. Na imaginação posso realizar um movimento e vivenciar toda sua duração, antes mesmo de efetivá-lo e visualizá-lo se materializando na interface do software.”.

Com o advento de eletrônicos que permitem a visualização cada vez mais dinâmica de objetos, acaba-se por alterar a forma de pensar matematicamente. Complementa ainda que “realizar movimentos em interfaces computacionais é um ato de preenchimento de sentidos, cujo entrelaçamento pode nos dar significações que buscamos” (BICUDO, 2019, p. 272). Assim, ao se trabalhar em sala de aula procurando uma resignificação de conceitos matemáticos, a inserção de tecnologias digitais possibilita uma reinterpretação de problemas mais elementares. Além disso, cria-se um constante conflito de ideias perante aquilo que se acredita ser fixo e imutável. Por esse ângulo, buscar-se-á relacionar movimentação do ponto de vista fenomenológico com a utilização da Geometria Dinâmica na aprendizagem de Geometria.

2 Movimento na concepção da Fenomenologia:

Ao se buscar um sentido ao que está em volta do ser humano, procura-se observar como os fenômenos que o circundam agem em sua percepção. Este ato de percepção de algo diferente mostra uma intencionalidade de querer respostas. Chega-se então a uma ação de vivenciar o novo, estar atento ao que está entorno de si.

Quando se fala em movimento, compreende-se numa mudança de posição para algo diferente, sempre como uma intencionalidade de algo que se modifica. Ao realizar uma mudança no espaço onde o movimento e o repouso estão relacionados a um referencial, tomar uma direção que oriente um estar modificado propicia uma experiência intencionada de

movimentação. É nessa experiência que o fenômeno se faz presente, na percepção do espaço. Nesse sentido, os diferentes modos de vivenciar e ser sensibilizado por alguma coisa que nos envolve auxilia na constituição do conhecimento, em especial, com o auxílio da movimentação do sujeito no espaço geométrico.

É nesse âmbito da construção do conhecimento geométrico que vemos o valor educacional das construções geométricas elementares. Elas trabalham com afirmações que descrevem, de maneira bastante próxima, a situação vivida na “origem” da idealização de entes matemáticos. Dizemos que essas situações são próximas da “origem” porque expõem a relação dos constituintes da forma. (BICUDO e KLUTH, 2010, p. 142).

Num mundo onde a tecnologia está, a cada momento, mais presente nas tarefas diárias, softwares que utilizam a Geometria Dinâmica possibilitam uma nova forma de visualização de conceitos que até então eram fixos. Esse entendimento de movimentar já é compreendido pela ação de imaginar o movimento e, além disso, da modificação do movimento na tela. Este ato imaginativo do movimento permite uma exploração, onde é possível identificar impasses que surgem ao longo do processo de construção do conhecimento e possibilitam a criatividade do aluno quanto à postulação de conjecturas, testando-as e visualizando as suas tomadas de decisões. Com essa nova roupagem, os elementos matemáticos passam a ter novos significados para o indivíduo. Ao abordá-los de diferentes formas, consegue-se idealizar um conceito mais amplo do mesmo objeto, pois sua essência é preservada.

Pode-se pensar então que quando se imagina o movimento, já se está realizando-o e vivenciando-o. Abrem-se assim caminhos e possibilidades para construir e significar o que envolve o sujeito de um jeito a construir um pensamento que se modifica ao se experienciar novos modos de abordar um problema.

3 Pensar Geométrico com inserção da Geometria Dinâmica

A ideia de transformação em Geometria permite uma construção de que algo está sendo modificado sem que haja alterações em propriedades intrínsecas de objetos que a constituem e que os destaca entre os demais. Ao mesmo tempo, se constrói um pensamento matemático que correlaciona transformação com movimentação. Conforme Pinheiro (2018, p. 52),

Quando o movimento de uma figura é realizado em espaços matemáticos distintos (o cartesiano e o esférico, por exemplo) podemos perceber as características e da própria figura quando ela, em movimento, preserva invariantes em sua estrutura na deformação provocada por esse movimento.

Essas transformações são as que facilitam uma dinamização daquilo que, até então, era fixo e imutável. Com o advento da tecnologia, recursos computacionais começaram a auxiliar na representação e manipulação de objetos matemáticos, trazendo uma nova abordagem para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Nesse sentido, o trabalho com a Geometria Dinâmica possibilita a manipulação direta de entes geométricos, observando as propriedades constitutivas dos entes geométricos, bem como invariações e modificações que ocorrem ao longo da construção do objeto.

Trazer esse pensar geométrico dinamizado à sala de aula contribui para a utilização das Tecnologias em Educação Matemática como um facilitador ao ensino-aprendizagem, além de possibilitar um constante conflito no pensamento, alterando o modo de pensar matemática e trabalhando numa nova forma de visualizar e vivenciar os objetos matemáticos presentes na formação dos alunos. Esta ferramenta induz o aluno a compreender que é um sujeito ativo na criação e desenvolvimento de seu conhecimento geométrico e algébrico.

Nesse sentido, ao movimentar objetos em interfaces computacionais, permite-se uma troca de posição através do arrastamento do mouse (também, com o deslizar dos dedos em dispositivos móveis). Notare e Basso (2015, p. 06) explicitam que

A ação de arrastar (característica central dos ambientes de GD) muda o aspecto figural de uma construção geométrica, mas não o aspecto conceitual, uma vez que todas as propriedades do objeto geométrico são mantidas. Esta dualidade figural/conceitual não é possível em um ambiente estático de lápis e papel, uma vez que os aspectos figurais são tratados em um registro visual e um conceito é tratado em um registro discursivo.

Assim, o uso da tecnologia na Educação Matemática permite que não só as aulas se tornem mais atrativas, mas possibilita uma ampliação e alternativas diferentes para construção do conhecimento geométrico. Ele também modifica o entender do que é simplesmente “decorar” fórmulas e conceitos para compreender o que está intrínseco nos entes matemáticos e como eles se comportam ao longo do tempo.

4 Número comandando pontos

Os diferentes softwares de matemática existentes na atualidade auxiliam na construção e compreensão do conhecimento geométrico e permitem uma reformulação dos objetivos da aprendizagem de Geometria e outros conteúdos matemáticos. Tomar a matemática como um fato fixado (no que tange a termos científicos, bem como enunciados e demonstrações) e compreender o real sentido deste fato é um dos diferenciais levantado pelo uso da Tecnologia em Educação Matemática. Quando se estuda a Geometria Analítica, procura-se justificar o seu ensino dando uma nova roupagem aos problemas que antes eram puramente geométricos ou puramente algébricos, para uma forma se transite entre um e outro, procurando possíveis soluções.

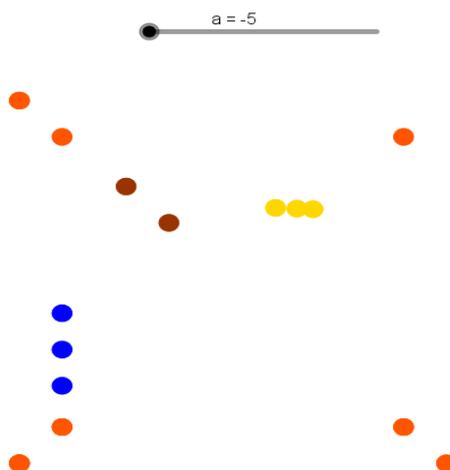
Um dos softwares que facilitam a visualização de transformações geométricas é o Geogebra, cuja interface possibilita a manipulação de entes geométricos e algébricos desde que sejam respeitadas as teorias axiomáticas de suas respectivas áreas, trabalhando diferentes representações para um mesmo objeto, ampliando e aprofundando conceitos envolvidos. Nele, é permitido tomar um ponto do plano determinando suas coordenadas. De posse deste fato, podem-se remodelar a conceituação de uma figura geométrica de forma que esta seja definida através de um ponto. Por exemplo, uma reta normalmente expressa da forma reduzida $y = ax + b$, onde x e y são as variáveis e a e b são constantes arbitrárias que definem, respectivamente, o coeficiente angular e o coeficiente linear da reta. Essa reta pode ser reinterpretada como um ponto que se movimenta sob coordenadas $(x, ax + b)$.

Com essa ressignificação para o objeto a ser trabalhado, consegue-se inserir a tecnologia de forma a construir imagens, trabalhando e revisitando conceitos relacionados à Geometria Analítica, à Geometria e à Álgebra envolvida. Mas surge uma dificuldade: como se visualiza essa modificação do ponto no plano? A resposta é simples. O Geogebra permite a habilitação do rastro do ponto conforme ele percorre o plano com as condições dadas à sua definição. Novamente, com a habilitação do rastro, o ser movente, através do uso do mouse, estará vivenciando e realizando o movimento que antes era só imaginado, permitindo uma nova forma de abordagem aos conteúdos de matemática.

Logo, surgem ideias de utilização em sala de aula que desafiam o professor a ressignificar o conteúdo a ser apresentado. Uma delas é a experiência de criar imagens utilizando figuras geométricas construídas através da definição de pontos. Aparece aqui um questionamento: consegue-se comandar esses pontos com um único comando? E um mais instigante: é possível reinterpretar as equações desses pontos de modo que eles percorram sua trajetória, além de ser feita com um único comando, elas tenham uma parametrização que

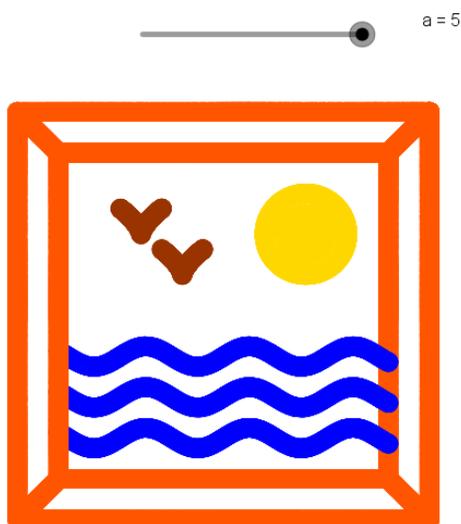
finalizem no momento em que a imagem como um todo se complete? A resposta para as duas perguntas é sim. Aqui, a tecnologia auxilia o aprendizado e o software usado permite a construção de um controle deslizante, um valor numérico que varia num intervalo com de valores extremos definidos pela pessoa que está criando a imagem.

Figura 1 – Arte inicial



Fonte: Arquivo Pessoal

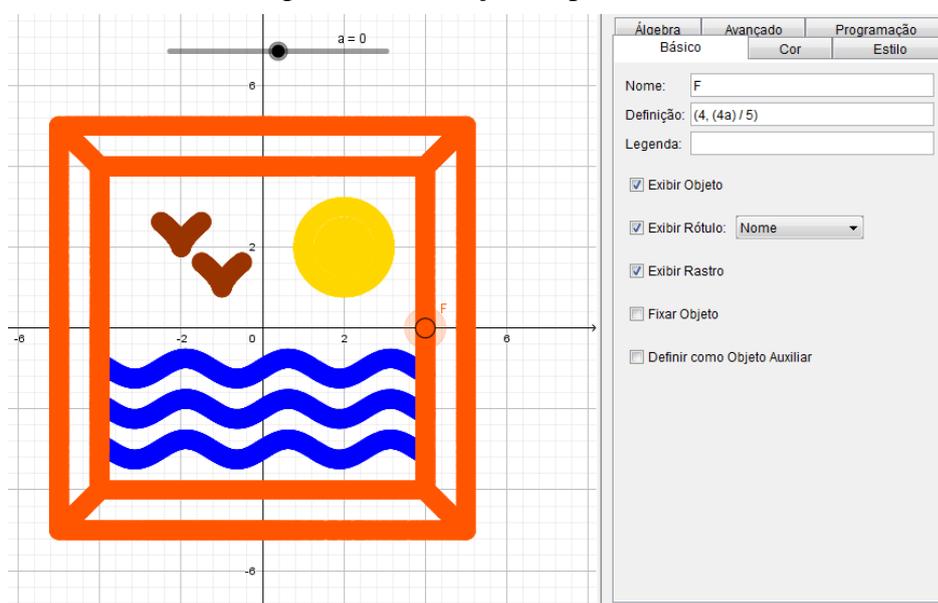
Figura 2 – Arte final



Fonte: Arquivo Pessoal

Na Figura 1 está o primeiro momento de uma produção, mostrando os pontos estáticos juntamente com o controle deslizante criado com intervalo -5 a 5. Já na Figura 2, se encontra o momento de finalização da movimentação do controle. A imagem final surge através do rastro desses pontos. Aqui se faz necessária uma explicação acerca da razão de o intervalo do controle deslizante ser -5 a 5. Percebe-se que na imagem aparecem dois pássaros que, matematicamente, podem ser relacionados à equação de uma cuspide (uma curva de equação da forma $y^3 = x^2$). Isto gera um problema, pois caso fosse deixado um controle deslizante com extremos não negativos, ao final, a imagem reproduziria somente uma asa do pássaro (um modo de resolver este problema seria fazer uma mudança de coordenadas para as funções). Para simplificar, é preciso uma readequação dos valores do intervalo do controle deslizante. Mas esse reajuste gera um segundo problema: é necessário agora, reescrever os outros pontos criados de modo que a figura final gerada pelo software seja a figura imaginada pelo autor da obra.

Figura 3 – Definição do ponto F



Fonte: Arquivo Pessoal

Na Figura 3, com a habilitação dos eixos coordenados e da malha para melhor visualização, é analisado o ponto F. Como ele é um ponto pertencente a uma reta vertical, a variável x do ponto é fixa (característica revisitada das retas verticais) e a variável y varia entre -4 e 4. Caso o controle deslizante variasse de 0 a 4, a variável y poderia ser expressa de forma que, quando o controle deslizante acusasse o valor 0, a variável atingiria o valor -4, e,

quando o controle acusasse o valor 4, a variável atingiria o valor 4. Logo, a variável y poderia ser expressa como $2a - 4$. Porém, mais uma vez, com o acréscimo das cúspides e a readequação dos valores do intervalo do controle deslizante, se faz necessário repensar essa sentença: $2a - 4$. A solução esperada é $\frac{4a}{5}$, pois quando o controle deslizante é posicionado no valor -5, a variável y assumirá o valor -4, e quando o controle deslizante acusa o valor 5, a variável y assume o valor 4.

Com todo esse esforço de repensar, passo após passo, uma forma de colocar as figuras geométricas para formação de uma imagem, faz-se necessário um controle geral de todas as figuras que estão sendo construídas no programa, permitindo a revisitação dos conceitos de Geometria Analítica antes aprendidos, bem como novas formas de representação dessas figuras. Dessa forma, a imagem final é gerada ao arrastar um único controle deslizante, que comanda todas as coordenadas dos pontos criados.

5 Considerações Finais

Ao se trabalhar com Geometria, novas tendências em Educação Matemática possibilitam a abordagem dos conteúdos matemáticos por diferentes pontos de vista. A Tecnologia em Educação Matemática possibilita um novo formato de aprender Matemática, auxiliando na construção de um conhecimento através de situações-problema que permitem uma testagem que, até então, exigia mais tempo de se chegar a suposições e conjecturas. Papel importante também é a escolha dessas situações-problema, para que a exploração, a criatividade e a argumentação do indivíduo sejam facilitadores, e não complicadores, da aprendizagem matemática. Já a Filosofia da Educação Matemática atua como um suporte teórico ao estudo da geometria através da Geometria Dinâmica, uma vez que trata o movimento como algo intencional do sujeito ativo, ou, do ser movente, e não do objeto a ser movido. A alteração e sua percepção permitem uma abertura ao preenchimento dos sentidos do indivíduo, que se dá pela experiência com o diferente. Experimentando aquilo que, até então, é conhecido, faz com que o cerne do objeto movido seja percebido e a apropriação do conhecimento das propriedades desse auxilie no aprimoramento de seu aprendizado.

A junção da Filosofia e da Tecnologia em Educação Matemática permite repensar conceitos matemáticos de modo a compreendê-los com uma nova roupagem, dando novos sentidos àquilo que se pretende ensinar. Assim, esses conceitos podem ser inseridos ao ensino

de matemática e adaptados a diferentes meios de aprendizagem. Também promove uma constante revisitação aos fundamentos matemáticos, renovando o aprendizado e gerando um questionamento acerca das definições e propriedades dos entes matemáticos. Novamente, essa intencionalidade de indagar aquilo que já é conhecido por outro modo, possibilita uma melhor compreensão e a exploração do que, no caso tratado, são as propriedades geométricas e as relações algébricas que permitem o comando da movimentação dos objetos geométricos, respeitando a criatividade do ser movente.

A construção de tais figuras utilizando um único comando exige uma organização do raciocínio e pode trazer tanto facilidades como complexidades ao exercício proposto. Também, requisita do educador matemático um controle sobre possíveis dificuldades que possam aparecer ao longo do percurso dessa experimentação intencionada de movimentação. Aquilo que, antes era fixo, proporciona uma nova vivência com a qual, através da utilização do software Geogebra fornece: uma nova habilidade para a aprendizagem relacionada à interação direta e concreta com o objeto matemático observando suas propriedades elementares. Nesse sentido, tem-se uma passagem do protagonismo da resolução do trabalho proposto do educador para o educando.

6 Referências

BICUDO, M. A. V.. Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. 6ª ed. São Paulo: Editora UNESP, 2014. V. 1. 313 p.

BICUDO, M. A. V.; GARNICA, A. V. M.. Filosofia da Educação Matemática – 4ª edição revista e atualizada. 4ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora Ltda. 2011. V. 01. 111p.

BICUDO, M. A. V. Filosofia da educação matemática segundo uma perspectiva fenomenológica. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Fenomenologia da Educação Matemática: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas. 1 ed. São Paulo: Editora UNESO, 2010, p. 23-47.

BICUDO, M. A. V.; KLUTH, V. S.. Geometria e Fenomenologia. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Fenomenologia da Educação Matemática: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas. 1 ed. São Paulo: Editora UNESO, 2010, p. 131-147.

CORAZZA, S. M. Didática da tradução, transcrição do currículo (uma escrita da diferença). *Pró-Posições* (UNICAMP. Impresso), v. 26, p. 105-122, 2015.

GRAVINA, M. A.; DIAS, M. T.. Álgebra e Geometria: números comandando pontos. *Revista do Professor de Matemática*, v. 80, p. 34, 2012.

NOTARE, M. R.; BASSO, M. V. A.. Pensar-com Tecnologias Digitais de Matemática Dinâmica. *RENTE. REVISTA NOVAS TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO*, v. 13, n. 2, p. 1-10, 2015.

PINHEIRO, J. M. L.; DETONI, A. R.; BICUDO, M. A. V.. Um olhar fenomenológico à Geometria Dinâmica. *Educação Matemática Pesquisa*. V. 21. p. 264-287, 2019.

PINHEIRO, J. M. L. O movimento e a percepção do movimento em ambientes de Geometria Dinâmica. 283 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2018.