



VIII Jornada Nacional de
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
XXI Jornada Regional de
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Educação Matemática: identidade
em tempos de mudança
06 a 08 de maio de 2020



FUNÇÕES EXPONENCIAIS E LOGARÍTMICAS: UMA ANÁLISE SOB A PERSPECTIVA DA IDONEIDADE EPISTÊMICA DO ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO

Rafael Jonatan Pertile
Universidade Luterana do Brasil
rafapertile41@gmail.com

Carmen Teresa Kaiber
Universidade Luterana do Brasil
carmen_kaiber@hotmail.com

Eixo Temático: E4 – Práticas e Intervenções na Educação Básica e Superior

Modalidade: Comunicação Científica (CC)

Resumo

O presente artigo é recorte de uma pesquisa de mestrado que está em andamento que tem por objetivo investigar as possíveis contribuições que uma sequência didática eletrônica, com ênfase nos objetos Função Exponencial e Função Logarítmica, apresenta no desenvolvimento de estudos de recuperação para alunos do 1º ano do Ensino Médio que apresentem dificuldades sobre o tema. Destaca-se, neste artigo, resultados referentes a uma análise de três questões que compõem um Banco de Questões com foco nas referidas funções, que faz parte do desenvolvimento da sequência e que toma como base critérios epistêmicos propostos no Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática. O Banco de questões oportuniza ao aluno identificar suas possíveis dificuldades direcionando seus estudos. Resultados apontam para a importância da seleção de questões e tarefas com base em critérios, no caso critérios epistêmicos, para a organização de atividades para os estudantes. As questões analisadas apresentaram, uma delas, grau de adequação epistêmica alta e, as outras duas com graus de adequação médio.

Palavras-chave: Função Exponencial. Função Logarítmica. Enfoque Ontosemiótico. Sequência Didática Eletrônica.

1 Introdução

O presente artigo destaca parte de uma dissertação que está em andamento e que tem por objetivo investigar as possíveis contribuições que uma Sequência Didática Eletrônica com foco nos temas Função Exponencial e Função Logarítmica, apresenta no desenvolvimento de estudos de recuperação para alunos do 1º ano do Ensino Médio que apresentem dificuldades sobre o tema. A Sequência Didática é composta por um conjunto de itens de teste sobre os temas destacados e conteúdos do conhecimento sobre as referidas funções que estão

organizados, na sequência didática, considerando textos apresentados em Power Point, vídeos explicativos, interação com o aplicativo ZGrapher e atividades nos *softwares* GeoGebra e Graphmatica. Particularmente, apresentam-se, aqui, resultados referentes a organização, elaboração e análise de questões que compõem um Banco de Questões voltadas para os objetos de conhecimento de Função Exponencial e Função Logarítmica que, em seu conjunto, tem por objetivo identificar aspectos do nível de domínio do conhecimento dos estudantes. A organização e a análise das questões está sendo produzida considerando os critérios da Idoneidade Epistêmica, dimensão da Idoneidade Didática, no âmbito do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS), sendo que a Sequência Didática será disponibilizada no Google Classroom.

No que se refere ao tema abordado, pondera-se que o estudo de Funções é relevante tanto na área da Matemática, como em outras áreas do conhecimento, como na Engenharia, Economia, Física, Química, Biologia, entre outros, sendo considerado conhecimento básico para o desenvolvimento de cursos de graduação na área científica e tecnológica. Um conjunto amplo de situações que se apresentam no dia a dia dos indivíduos e no mundo do trabalho, que envolvam uma relação de dependência entre duas ou mais variáveis, requerem o entendimento e domínio de conhecimentos sobre Funções. Assim, o estudo de Funções ao longo da Educação Básica se reveste de importância, sendo que é no Ensino Médio que os diferentes modelos funcionais são estudados, desenvolvidos e ampliados.

Metodologicamente, a investigação se insere em uma perspectiva qualitativa e, como já destacado, toma como aporte teórico o Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática – EOS (GODINO, BATANERO e FONT, 2008), (GODINO, BENCOMO, FONT E WILHELMI, 2006), e GODINO 2011, 2012, 2013 e 2014). No que segue são apresentados aspectos do EOS, particularmente referente à Idoneidade Epistêmica, dimensão da Idoneidade Didática no EOS.

2 Enfoque Ontosemiótico e a Instrução Matemática (EOS)

O Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS) se apresenta como um sistema teórico que trata de articular aproximações e modelos teóricos utilizados na investigação em Educação Matemática, a partir de pressupostos antropológicos e semióticos sobre a Matemática, seu ensino e aprendizagem. De acordo com Godino, Batanero e Font (2008),

O ponto de partida do EOS é a formulação de uma ontologia de objetos matemáticos que contemple o triplo aspecto da Matemática: como atividade socialmente compartilhada de

resolução de problemas, como linguagem simbólica e sistema conceitual logicamente organizado (p.12).

Ainda, de acordo com os autores, as noções teóricas do EOS podem servir tanto como ferramenta de análise e reflexão de uma proposta educativa, como para a orientação e a preparação da mesma, podendo, ainda, serem utilizadas, pelo educador, na própria prática docente.

No âmbito do EOS, Godino (2008) apresenta cinco níveis de análise aplicáveis a um processo de estudo matemático planejado ou implementado: Sistemas de Práticas, Configurações de Objetos e Processos Matemáticos, Configurações e Trajetórias Didáticas, Dimensão Normativa e Idoneidade Didática, os quais são apresentados no quadro da tabela 1.

Tabela 1: Níveis de análise propostos pelo EOS

Níveis de Análise	Características
Sistemas de Práticas	Refere-se a planificação e implementação de um processo de estudo de uma noção, conceito ou conteúdo matemático, bem como as práticas relacionadas.
Configurações de Objetos e Processos	Tem a finalidade de descrever a complexidade das práticas como fator explicativo dos conflitos semióticos produzidos em sua realização.
Configurações Didáticas	Objetiva a identificação e descrição das interações, relacionando-as com a aprendizagem dos estudantes.
Dimensão Normativa	Referem-se ao sistema de normas referentes a convenções, hábitos, costumes, leis, diretrizes curriculares que regulam o processo de ensino e aprendizagem.
Idoneidade Didática	Baseia-se nos quatro níveis análises anteriores e constitui-se em uma síntese final, orientada a identificação de potenciais melhoras do processo de estudo e de novas implementações.

Fonte: Adaptado de Godino, Batanero e Font (2008, p. 25-26).

Godino, Font e Wilhelmi (2008) assinalam que os quatro primeiros níveis de análise são instrumentos para uma didática descritiva-explicativa. Já o quinto nível, a Idoneidade Didática, se baseia nos quatro níveis anteriores e constitui uma síntese orientada para avaliar se as atividades implementadas são idôneas ou adequadas, visando à identificação de melhoras do processo de ensino e aprendizagem.

Assim, no âmbito do EOS, a Idoneidade Didática se apresenta como um critério que permite passar de uma didática descritiva-explicativa a uma didática normativa, ou seja, a uma didática que é voltada para uma abordagem mais prática e eficiente na sala de aula (GODINO, 2011).

Godino, Batanero e Font (2008), destacam que a Idoneidade Didática de um processo de instrução, levando-se em consideração as configurações docentes e discentes, se define como a articulação coesa e sistemática de seis dimensões relacionadas entre si, sendo elas:

- Epistêmica: refere-se ao grau de representatividade dos significados institucionais implementados ou pretendidos, com relação a um significado de referência.

- Cognitiva: expressa o grau em que as aprendizagens pretendidas/implementadas estão na zona de desenvolvimento potencial dos alunos, assim como a proximidade das aprendizagens adquiridas às que foram pretendidas ou implementadas.
- Emocional: refere-se ao grau de desenvolvimento dos alunos no processo de ensino e aprendizagem. Está relacionada a fatores tanto da instituição (objetos matemáticos e processo de estudo) como do aluno (atitudes, emoções, afetos, motivações e história escolar prévia).
- Interacional: grau em que os modos de interação (entre professor e estudantes e entre os estudantes) permitem identificar e resolver conflitos de significado e favorecem a autonomia da aprendizagem.
- Mediacional: grau de disponibilidade e adequação dos recursos materiais e temporais necessários para o desenvolvimento do processo de ensino aprendizagem.
- Ecológica: grau de adaptação do processo de estudo ao projeto educativo da escola, as diretrizes curriculares, às condições do entorno social. (GODINO et.al., 2006).

Godino (2011) aponta que, apesar de serem descritas separadas, o que permite promover uma análise mais detalhada, essas dimensões interagem e se articulam, podendo, ainda, serem percebidas a partir de diferentes graus de adequação (alta, média, baixa).

Particularmente na análise produzida será tomada a dimensão epistêmica da Idoneidade Didática, que apresenta critérios a serem tomados na análise, os quais serão destacados na metodologia.

3 Sobre o Ensino de Funções

Conforme Baumgart (1992), historicamente o estudo de funções está diretamente ligado à necessidade de resolver situações e problemas oriundos da relação do homem com seu entorno. Segundo o autor, Galileu Galilei (1564-1642) e Issac Newton (1642-1727) já utilizavam em suas pesquisas as ideias de lei de formação e dependência entre dois ou mais fenômenos, já encaminhando a construção do conceito de função.

De acordo com Youschkevitch (1976), Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716), foi o primeiro matemático a utilizar o termo função, como sendo “qualquer parte de uma linha reta, isto é, segmentos obtidos pela construção de infinitas linhas retas correspondentes a um ponto fixo e a pontos de uma determinada curva” Youschkevitch (1976, p. 45). Segundo o autor, alguns anos mais tarde, o matemático suíço Jean Bernoulli (1667-1748) utilizou o

termo função para dizer que as quantidades dependem diretamente de uma variável, e assim definiu de maneira explícita, uma função como expressão analítica, porém sem explicar como construir a função a partir de uma variável independente. Posteriormente Euler, em meados do século XVIII, e Dirichlet mais para o final do século XIX, contribuíram para a formalização de função, tal como a utilizamos atualmente.

Voltando-se mais especificamente para as Funções Exponencial e Logarítmica historicamente, de acordo com Boyer (1996), no final do século XVI e início do século XVII, Jost Bürgi (1552-1632) e John Napier (1550-1617), em estudos independentes, impulsionaram o desenvolvimento do estudo dos Logaritmos. De acordo com o autor os estudos envolvendo Logaritmos surgiram a partir de cálculos que visavam transformar operações complexas de multiplicação e divisão em operações mais simples, de adição e subtração, necessidade ligada tanto ao desenvolvimento da Astronomia como ao evento das grandes navegações. Desses estudos surgiram as chamadas tábuas de logaritmos que continham o valor de logaritmos de diversos números. Ao longo do século XIX, a busca pela formalização dos diferentes ramos da matemática, baseada, mais para o final do século na Teoria dos Conjuntos desencadearam na definição dos diferentes tipos de Função.

No que se refere ao ensino e aprendizagem de Funções destaca-se, aqui, a categorização em níveis desenvolvida por Bergeron e Herscovics (1982) para seu estudo por alunos de nível médio. Tomando como referência obstáculos cognitivos enfrentando por estudantes estudados anteriormente, os pesquisadores usaram uma abordagem construtivista, partindo da utilização do conhecimento informal dos alunos chegando à formalização, onde cada nível foi construído sobre o anterior. Assim, de acordo com os autores, a compreensão do conceito de Função se dá em quatro níveis, que passam a ser descritos.

- Compreensão Intuitiva: pensamento com base na percepção visual e ações primitivas não quantificadas, resultando em aproximações.
- Matematização Inicial: organização e quantificação das primeiras noções intuitivas para a construção de um conceito.
- Abstração: o conceito se destaca do procedimento e alcança uma existência própria, com generalizações.
- Formalização: uso da linguagem simbólica, justificação lógica das operações, descontextualização e descoberta dos axiomas (BERGERON; HERSCOVICS, 1982).

Destacam-se os níveis apresentados pelos autores, pois considera-se que os mesmos entram em consonância com as ideias postas nos critérios epistêmicos da Idoneidade Didática

do EOS. Não se pode estabelecer uma relação direta com os componentes epistêmicos, sendo possível sim articula-los quando do trabalho com Funções em sala de aula.

Ainda se referindo a aprendizagem de Funções, e buscando as competências propostas para o estudo das mesmas no Ensino Médio, é observado que na Base Nacional é incentivada a abordagem do tema a partir da relação de dependência entre duas grandezas, bem como é dado ênfase a necessidade de abordá-la segundo o estudo de diferentes situações e tipos de representações, conforme posto na Base Nacional Curricular Comum (BNCC) (BRASIL, 2019, p. 527) quando é destacado ser necessário compreender função “para identificar a relação de dependência entre duas grandezas em contextos significativos e comunicá-la, utilizando diferentes escritas algébricas, além de resolver situações-problema por meio de equações e inequações.”

Ainda, a BNCC, aponta as competências e habilidades previstas que os alunos atinjam no que se refere às Funções Exponencial e Logarítmica sugerindo que o aluno desenvolva, mais especificamente na parte de Funções Exponenciais, as seguintes aptidões:

Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros. (BRASIL, 2019, p. 528).

Já para Funções Logarítmicas, as capacidades que precisam ser atingidas são, de acordo com a BNCC,

Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros. (BRASIL, 2019, p. 528).

Ainda, no que se refere ao estudo de Funções, pondera-se que um conceito que teve seu desenvolvimento durante séculos e hoje é levado para as salas de aula da Educação Básica, necessita de transposições que permitam ao estudante se apropriar das ideias e noções que o envolvem. Nesse sentido Kaiber (2002) destaca que

A aquisição do conceito de função não somente necessita do desenvolvimento prévio das ideias básicas de variável, dependência, regularidade e generalização como também de um trabalho significativo que possibilite ao estudante transitar entre a concepção de variável discreta e a atribuição de significado a variáveis que assumam valores no universo dos números reais. (KAIBER, 2002, p.4)

Sobre a questão, Ponte (1990) aborda que o estudo de Funções deve começar por meio de representações numéricas, gráficas e contextualizadas, mais intuitivas e que permitem visualização. Ainda, segundo o autor, torna-se fundamental começar o estudo de Funções de maneira contextualizada sendo que um dos procedimentos que pode ser adotado, é utilizar a análise de situações problemas que envolvam a relação de dependência entre duas variáveis

em diferentes contextos, o que permite ao estudante se trabalhar com os significados que envolvem a conceitualização do objeto Função.

Assim, considerando os objetivos propostos na investigação se buscou compor um conjunto de questões que envolvessem desde as primeiras propriedades, até atividades as quais fizessem referência a situações problema contextualizadas envolvendo obtenção de lei de formação, determinação de domínio em contexto, representações gráfica e figural, por exemplo. Busca-se, assim, identificar dificuldades dos estudantes no que se refere ao trabalho com Funções Exponenciais e Logarítmicas para indicar uma trajetória de estudo, a partir da sequência didática, relacionado a essas dificuldades. Algumas dessas questões serão aqui analisadas e apresentadas.

4 Aspectos Metodológicos

Metodologicamente a investigação está sendo realizada em uma perspectiva qualitativa e tomou como referência, alinhado aos constructos do Enfoque Ontosemiótico, a Investigação Baseada no Design (IBD), a qual busca compreender as intervenções educacionais empregadas para promover certas aprendizagens e os processos subjacentes (GODINO et al., 2014).

A IBD prevê quatro fases para o desenvolvimento de uma investigação as quais, de acordo com Godino et al. (2014) possuem forte ligação com as fases da Engenharia Didática (análises preliminares; análise a priori, experimentação e análise a posteriori). Segundo os autores dizem respeito às fases da IBD:

- Estudo preliminar das dimensões epistêmico-ecológicas, cognitivo-afetivo e instrucional que envolvem o tema abordado.
- Desenho da trajetória didática, seleção dos problemas, sequenciamento e análise a priori deles, com indicação dos comportamentos esperados dos estudantes e dos planejamentos de intervenções controladas por professores.
- Implementação da trajetória didática; observação de interações entre pessoas e recursos e avaliação de aprendizado alcançado.
- Avaliação ou análise retrospectiva, seguida de um contraste entre o que está previsto no design e o que é observado na implementação.

Considera-se que as características da Investigação Baseada no Design (IBD), tem o potencial de dar suporte a investigação que está sendo realizada, uma vez que se tem objetivo

de produzir um material uma qualificação do processo de ensino e aprendizagem, sendo esta a problemática inicial da IBD, conforme destaca Godino et al. (2013, p. 11)

[...] a problemática da IBD consiste em desenvolver recursos instrucionais para melhorar do ensino e aprendizagem da matemática em contextos escolares, baseados na investigação. A investigação das intervenções educacionais depende dos marcos teóricos que são utilizados para fundamentar a concepção, implementação e interpretação dos resultados, dependendo da teoria, ou da falta de teoria, terá um IBD diferente. Portanto, devemos entender o IBD como uma família de metodologias e abordagens para a investigação educacional. Levando em conta que o objetivo é elaborar um produto baseado na investigação (currículo, seqüência de aulas, software educativo, etc.)

Agora, focalizando no material produzido para a Sequência Didática Eletrônica, mais especificamente, o Banco de Questões, além de ter sido tomado como referência os aportes teóricos do EOS, foi realizado um estudo da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2019) na área da Matemática, tendo como enfoque o tema Função, mais precisamente no que se diz a respeito sobre as Funções Exponenciais e Logarítmicas. Também foi realizado uma análise em um conjunto de livros didáticos com o intuito de verificar não só conteúdos que são abordados, mas também os caminhos adotados para essa abordagem, como parte da primeira fase da IBD, referente ao estudo preliminar das dimensões epistêmico-ecológicas, cognitivo-afetivo e instrucional. Por fim, destaca-se que os pressupostos presentes no Relatório Nacional do PISA/2012 (BRASIL, 2014).

Como já destacado, neste artigo, apresenta-se um recorte do trabalho que está em processo, referente a análise de questões que compõem um Banco de Questões voltadas para os conteúdos de Função Exponencial e Função Logarítmica, sob a perspectiva da Idoneidade Epistêmica, dimensão da Idoneidade Didática no EOS. Vale ressaltar que as questões foram retiradas ou adaptadas, de livros didáticos, provas do Exame Nacional do Ensino Médio, vestibulares de diferentes Instituições, e provas das Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas, entre outros.

Para a análise das questões que integram o Banco de Questões, foram utilizados os componentes e indicadores que compõem a Idoneidade Epistêmica dimensão da Idoneidade Didática do EOS que, no quadro da tabela 2, são apresentados.

Tabela 2: Quadro dos componentes e Indicadores Epistêmicos.

Componentes	Indicadores
Situações-problema	a) apresenta-se uma mostra representativa e articulada de situações de contextualização, exercícios e aplicações; b) propõem-se situações de generalização de problemas (problematização).
	a) uso de diferentes modos de expressão matemática (verbal, gráfica, simbólica), tradução e conversão entre as mesmas; b) o nível de linguagem é adequado aos estudantes;

Linguagem	c) propõem-se situações de expressão matemática e interpretação.
Regras: definições, proposições, procedimentos	a) as definições e procedimentos são claros e corretos e estão adaptados ao nível educativo a que se dirigem; b) apresentam-se enunciados e procedimentos fundamentais do tema para o nível educativo dado; c) propõem-se situações onde os estudantes tenham que generalizar ou negociar definições, proposições ou procedimentos.
Argumentos	a) as explicações, comprovações e demonstrações são adequadas ao nível educativo a que se dirigem; b) promovem-se situações onde os estudantes tenham que argumentar.
Relações	a) os objetos matemáticos (problemas, definições, proposições) se relacionam e conectam entre si.

Fonte: Godino (2012, p. 49-68).

5 Discussão dos Resultados

Com base nos componentes e indicadores epistêmicos apresentados na metodologia, realizou-se uma análise sobre as questões do Banco Questões envolvendo Funções Exponenciais e Logarítmicas. Tal análise fez parte da fase de estudos preliminares e mesmo do design da trajetória didática da Sequência Didática.

Para a estruturação da Sequência Didática, e conseqüentemente do Banco de Questões, optou-se por organizá-la em módulos para que o aluno, ao iniciar a Sequência, pudesse ter a autonomia de escolher em qual parte ele deseja aprofundar seus estudos ou também ter a escolha de começar desde o primeiro teste.

Assim, a Sequência Didática foi organizada em 11 módulos, 4 que correspondem ao estudo da Função Exponencial e 6 referentes a Função Logarítmica e mais um módulo que compõem atividades sobre aplicações no cotidiano que envolvem as duas Funções. Do conjunto de questões são apresentadas, aqui, três, que se entende representativas do trabalho desenvolvido.

Sobre a organização da Sequência Didática (Banco de Questões e Sequência Didática para estudo) apontam-se ideias postas no Relatório Nacional PISA/2012 (BRASIL, 2014) que também orientaram essa organização. De acordo com o documento, se uma tarefa se refere apenas a objetos, símbolos ou estruturas matemáticas e não faz referência a temas que não sejam considerados próprios da Matemática, o contexto dessa tarefa é considerado intramatemático e a tarefa pode ser considerada como científica. Nesse caso, a relação entre um problema e a Matemática subjacente está explicitada no contexto do problema.

Ainda, no documento do PISA (BRASIL, 2014) é enfatizado a pertinência de se utilizar tarefas que podem ser encontradas no mundo real e que possuem um contexto para o

uso da Matemática, que influencia sua interpretação e resolução. Situações em que o contexto é hipotético, desde que tenha alguns elementos reais e que possa ser resolvido por meio de conhecimentos matemáticos também são apontados, destacando que, nesses casos, há uma conexão extramatemática. Tais apontamentos do mencionado documento estão alinhados aos pressupostos da Idoneidade Epistêmica cujos indicadores são tomados para análise.

Tomando como referência o apresentado em Ninow e Kaiber (2019), destacam-se objetivos para o estudo das Funções Exponenciais e Logarítmicas, os quais orientaram a constituição do Banco de Questões:

- identificar a Função Exponencial e a Função Logarítmica em diferentes situações intramatemáticas e extramatemáticas;
- avaliar e resolver situações-problema abrangendo as Funções Exponenciais e Logarítmicas;
- empregar distintas linguagens (língua natural, algébrica, tabular e gráfica) para representações e soluções das situações problemas;
- interpretar e definir o domínio e conjunto imagem de acordo com a situação;
- identificar e analisar o crescimento e decréscimo de uma Função a partir de situações contextualizadas;
- interpretar o sinal da Função na situação-problema abordada;
- analisar e interpretar as variações de uma Função (deslocamentos na horizontal e vertical);
- usar a linguagem simbólica relacionada, determinando o domínio e conjunto imagem independentemente do contexto (NINOW e KAIBER (2019)).

No que segue se apresenta a análise produzida. Destaca-se que cada questão é examinada considerando os componentes epistêmicos, sendo atribuído um grau de adequação para cada um desses componentes. Por fim, se atribui um grau de adequação para a questão como um todo considerando o critério de que para se ter uma adequação alta é necessário que mais de três componentes tenham adequação alta e nenhum tenha adequação baixa. A adequação média é considerada quando se tem combinações de adequações alta, média e baixa, sendo que duas componentes, no máximo, possam ter adequação baixa. Assim, para se ter um grau de adequação baixa, são necessários, no mínimo três componentes com adequação baixa.

A primeira atividade selecionada (Figura 1), foi tomada do livro didático Matemática Ciência e Aplicações, volume 1 (IEZZI, 2016) e refere-se à Função Exponencial. A questão,

apresenta um problema modelado por uma função exponencial, onde o estudante precisa estar familiarizado com modelos dessa natureza, aplicar procedimento para resolução de equações exponenciais simples e, por fim, aplicar adequadamente o modelo para um tempo t qualquer. No que se refere aos componentes e indicadores epistêmicos, considerou-se a questão com um grau de adequação alta.

Figura 1 – Situação problema envolvendo Função Exponencial

A lei que representa uma estimativa do número de pessoas (N) que serão infectadas por uma virose, em uma grande região metropolitana, no período de 8 dias é $N(t) = a * 2^{bt}$, em que $N(t)$ é o número de infectados t dias após a divulgação dessa previsão e a e b são constantes reais positivas. Considerando que, no dia em que foi anunciada a tal previsão, 3000 pessoas já haviam sido diagnosticadas com a virose e que dois dias depois o número já aumentara para 24000 pessoas, os valores de a e b e o número de infectados após 4 dias, são respectivamente:

- a) 3000, 1.5 e 192000
- b) 3000, 4 e 27000
- c) 1500, 1.5 e 192000
- d) 1500, 4 e 48000
- e) 3000, 4 e 48000

Fonte: Matemática Ciência e Aplicações, volume 1 (IEZZI, 2016, p.144).

A questão refere-se à solução de uma situação problema que envolve o crescimento do número de infectados por uma virose e que segue um modelo exponencial, que é próprio do crescimento de populações. É uma situação problema apresentada em linguagem natural e algébrica, onde o estudante precisa ter a compreensão dos significados das variáveis e constantes envolvidas. Assim, considera-se que a questão contempla satisfatoriamente os indicadores situações-problema e linguagens referente aos indicadores epistêmicos. A questão envolve, também, conceitos e procedimentos referentes ao entendimento das equações exponenciais, uma vez que nela há a aplicação de propriedades como potência de expoente natural e potência de expoente racional. A argumentação está implícita, pois ao aluno realizar a atividade, não é solicitado que ele argumente ou reflita de algum modo sobre o resultado, isso se deve ao fato de se tratar de item de teste, considerando então, uma adequação média. Para a questão no geral, como não se teve nenhuma adequação baixa, considerou-se o grau de adequação, como alto.

A segunda questão (Figura 2), é uma atividade adaptada do livro Contexto e Aplicações, volume 1 (DANTE, 2013) e refere-se à conversão entre diferentes formas de representação de uma Função Exponencial.

Figura 2 – Representação gráfica envolvendo Função Exponencial

Associe cada uma das leis de funções a seguir à sua respectiva representação gráfica e assinale qual alternativa que corresponde a sequência correta.

a) $f(x) = 3^{x+1}$ b) $g(x) = 2^x + 1$ c) $h(x) = (1/2)^x - 1$ d) $i(x) = 4^{x-1}$

a) I- III- IV- II
 b) I- III- II- IV
 c) III- I- IV- II
 d) III- I- II- IV
 e) IV- III- I- II

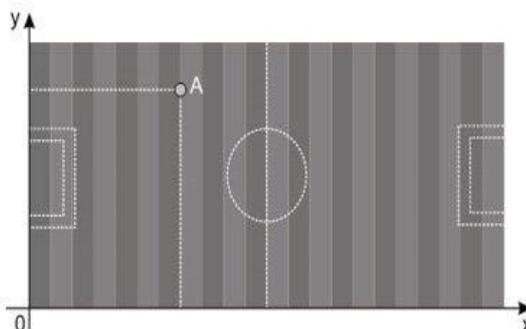
Fonte: Contexto e Aplicações, volume 1 (DANTE, 2013, p.163).

A questão envolve a conversão de representação entre registro gráfico e algébrico, então considera-se que, enquanto uma situação intramatemática é possível considerar uma adequação alta no que se refere ao indicador situações problema. Pela natureza da questão, focada na conversão entre registros, considerou-se o indicador linguagens também com adequação alta. No que se refere a relações e argumentos considerou-se a adequação média pois, embora se entenda presentes, não é solicitado que sejam explicitadas pelo aluno, pois se trata de item de teste. Assim, considera-se que de modo geral a adequação da questão é média.

A terceira questão (Figura 3) é tomada de uma prova de vestibular da Universidade Federal de Santa Maria do ano de 2012, e com base nos graus de adequações estabelecidos, ela foi considerada em um nível médio.

Figura 3 – Atividade envolvendo Equação Logarítmica

Suponha que um campo de futebol seja colocado em um sistema cartesiano ortogonal, conforme mostra a figura.



Para que o ponto $A (\log_{10} (x+1)+1; \log_{10} (x^2+35))$ tenha abscissa e ordenada iguais, é necessário e suficiente que:

- a) $x > -1$. b) $x = 5$. c) $x < -1$. d) $x = -5$. e) $x > 5$.

Fonte: Vestibular UFSM-2012.

Refere-se a um terreno retangular (campo de futebol) colocado em um plano cartesiano sendo solicitado que se determine um ponto, cuja coordenada tem sua abscissa e ordenada dada a partir de um logaritmo, obedeça a uma condição dada (abscissa e ordenada iguais). A questão é apresentada em linguagem natural e algébrica e envolve um tratamento na sua solução (aplicação de propriedade operatória e procedimentos de resolução). Apresenta, ainda, uma representação figural da situação envolvida na questão. Assim, no que se refere a situações problema considerou-se a adequação alta, assim como em linguagens e regras. Porém, no que se refere a argumentos e relações considerou-se a adequação baixa, visto que é uma questão de caráter procedimental.

6 Considerações Finais

Esse artigo apresentou uma análise sobre situações problema que envolvem Funções Exponenciais e Logarítmicas, considerando os componentes e indicadores que compõem a Idoneidade Epistêmica no âmbito do EOS. A análise é parte de um processo de elaboração de um Banco de Questões para o estudo das referidas funções, no âmbito do desenvolvimento, aplicação e análise de uma Sequência Didática Eletrônica para um projeto educativo de intervenção, no Ensino Médio, que está sendo estudado e desenvolvido.

A análise colocou em foco a importância de se selecionar questões, atividades e tarefas com base em critérios, no caso os critérios epistêmicos adotados, que orientem a adequação e qualidade do que é proposto aos estudantes.

Particularmente no que se refere as questões analisadas, duas foram identificadas com grau de adequação médio e uma com grau de adequação alto. Particularmente quanto aos componentes e indicadores epistêmicos, Situações-problema, Linguagem, Regras, Argumentos e Relações, foi possível estabelecer que os componentes situações-problemas, linguagens, regras, alcançaram um grau alto de idoneidade, enquanto a argumentos e relações foi atribuído uma adequação média. Embora se trate de itens de teste, onde o estudante não apresenta o desenvolvimento da solução, atividades da mesma natureza são propostas em sala de aula. Assim, pondera-se que para o grau de adequação dos componentes argumentos e relações ser considerado alto é necessário explorar a atividade de modo que o aluno precise argumentar, explicar, justificar e estabelecer relações.

Por fim, reforça-se a ideia da importância da adoção de critérios para a elaboração de tarefas, apontando-se os critérios epistêmicos da Idoneidade Didática do EOS como um referencial com grande potencial para desenvolver esse tipo de trabalho.

7 Referências

BAUMGART, J. K. **Álgebra**. Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula, vol. 4. São Paulo: Atual, 1992, 112p.

BERGERON, J. e HERCOVICS, N. **Levels in the understanding of functions concept. Proceedings of the Workshop of Functions**. Enschede, The Netherlands, 1982.

BOYER, C. B. **História da matemática**. 2ª ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, MEC, 2019.

BRASIL, Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira/INEP. **Relatório Nacional PISA/2012**. Brasília, 2014.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; CONTRERAS, A.; ESTEPA, A.; LACASTA, E.; WILHELMI, M. **Anais do Oitavo Congresso Europeu de Pesquisa em Educação Matemática (CERME 8)**, 2013.

GODINO, J. D. Origen y aportaciones de la perspectiva Ontosemiótica de Investigación em Didáctica de la Matemática. In A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.) **Investigación em Educación Matemática XVI**. Jaén: **SEIEM**, p.49-68, 2012.

GODINO, J. D. Indicadores de idoneidade didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Anais da XIII Conferência Internacional de Educação Matemática (CIAEM – IACME)**. Recife, Brasil, 2011.

GODINO, J. D.; BATANERO, C e FONT, V. Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 10, n. 2 p.7-37, 2008.

GODINO, J. D.; CONTRERAS, A.; FONT, V. Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. **Recherches em Didactiques des Mathematiques**, v. 26, n.1, p. 39-88, 2006.

GODINO, J. D.; RIVAS, H.; ARTEAGA, P.; LASA, A.; WILHELMI, M. R. **Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontológico - semiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos**. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, p.167-200, 2014.

KAIBER, C. T. Una práctica de revolución de problemas en el estudio de las funciones reales. In: IV Simposio de Educación Matemática, Chivilcoy- Buenos Aires. **Atas do IV Simposio de Educación Matemática**, p 1-15, 2002.

KAIBER, C. T. e ANDRADE, L. S. Reflexões sobre o Ensino de Funções sob a perspectiva do Enfoque Ontossemiótico. **Educação Matemática em Revista-RS**, p.27-36, 2013.

NINOW, V. e KAIBER, C. T. Função Afim: uma Análise na Perspectiva da Idoneidade Epistêmica e Cognitiva do Enfoque Ontossemiótico. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 21, n.6, p.130-149, 2019

PONTE, João Pedro. O conceito de função no currículo de Matemática. **Revista Educação e Matemática**, APM, Portugal, n.15, p. 3-9, 1990.

YOUSCHKEVITCH, A. P. **The concept of function**. *Archive for History of Exact Sciences*, v. 16, n. 1, p. 37-85. 1976.