



VIII Jornada Nacional de
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
XXI Jornada Regional de
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Educação Matemática: identidade
em tempos de mudança
06 a 08 de maio de 2020



UM PRODUTO EDUCACIONAL PARA O DESENVOLVIMENTO DO LETRAMENTO PROBABILÍSTICO

Ricardo Campanha Almagro
Universidade Federal de São Carlos - UFSCar
ralmagro86@gmail.com

Paulo César Oliveira
Universidade Federal de São Carlos - UFSCar
paulodfqm@gmail.com

Eixo Temático: E4 – Práticas e Intervenções na Educação Básica e Superior

Modalidade: Comunicação oral

Resumo

Este artigo teve o propósito de apresentar o produto educacional fruto do desenvolvimento do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) do primeiro autor sob a orientação do segundo autor. Trata-se da apresentação de um conjunto de tarefas pautada em nossos referenciais teóricos: o modelo de letramento probabilístico proposto por Iddo Gal e os registros de representação semiótica de Raymond Duval. O objetivo do produto educacional é poder nortear o trabalho do professor em sala de aula, revelando possibilidades para que o letramento probabilístico seja desenvolvido em seus diversos elementos cognitivos e de disposição. A criação desse produto educacional decorreu da análise das orientações didático-pedagógicas contidas no Caderno do professor (SÃO PAULO, 2014-2017); o material de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012).

Palavras-chave: Probabilidade. Ensino Médio. Letramento. Semiótica.

1 Introdução

O atual Currículo do Estado de São Paulo – CESP, publicado inicialmente em 2010 e revisado em 2012, contém um texto muito semelhante à Proposta Curricular do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2008); exceto pelo reagrupamento de conteúdos devido à retirada do bloco temático denominado Tratamento da Informação.

No texto do CESP argumenta-se que não há um porquê de agrupar um conjunto de conteúdos (estatística, análise combinatória e probabilidade) da disciplina de Matemática em um bloco temático, já que a “transformação da informação em conhecimento, é a meta

comum de todas as disciplinas escolares e, em cada disciplina, de todos os conteúdos a serem ensinados” (SÃO PAULO, 2012, p.36).

Cobello e Oliveira (2015) argumentaram que o fato de justificar que os conteúdos estudados na escola básica, em todas as disciplinas, podem ser classificados como tratamento da informação é questionável. Há conteúdos escolares cuja aprendizagem se desenvolve numa perspectiva determinística e outros, cuja natureza é aleatória como o caso da Probabilidade.

Canaveze (2013) alertou que o olhar sobre as diferentes visões de mundo é importante, pois o contexto escolar do desenvolvimento da maior parte dos conteúdos da Educação Básica (aritmética, álgebra e geometria) proporciona ao aluno uma educação formal determinista. No entanto, a escala do menos ao muito provável é algo associado à linguagem do cotidiano, atrelada a uma visão aleatória de mundo; a qual deve ser contemplada na educação formal de nossos alunos.

Tais pressupostos contribuíram para a elaboração do projeto de pesquisa que desencadeou o desenvolvimento do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) do primeiro autor, sob a orientação do segundo autor. Como resultado de uma pesquisa qualitativa de natureza documental envolvendo a análise do segundo volume do Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2014-2017) para a segunda série do Ensino Médio, elaboramos um conjunto de tarefas na forma de um produto educacional para o desenvolvimento do letramento probabilístico segundo o modelo descrito por Gal (2005, 2012).

2 Fundamentação teórica

Nossa pesquisa foi subsidiada pelo modelo de letramento probabilístico proposto por Gal (2005, 2012) e a teoria dos registros de representação semiótica de Duval (2009).

3 Fundamentação teórica

Historicamente, Soares (2004) situa-nos que, em meados dos anos de 1980, se dá, simultaneamente, a invenção do letramento no Brasil, da literacia em Portugal, entre outros, para nomear fenômenos distintos daquele denominado alfabetização.

No Brasil a discussão do letramento surge sempre enraizada no conceito de alfabetização, no entanto, é importante o reconhecimento de que a alfabetização e o

letramento têm diferentes dimensões, o que em termos de aprendizagem inicial da língua escrita, exige múltiplas metodologias.

Em relação ao ensino, Soares (2004, p.15) associa o letramento como “imersão das crianças na cultura escrita, participação em experiências variadas com a leitura e a escrita, conhecimento e interação com diferentes tipos e gêneros de material escrito”. Já a alfabetização envolve a consciência fonológica e fonêmica, identificação das relações fonema–grafema, habilidades de codificação e decodificação da língua escrita, conhecimento e reconhecimento dos processos de tradução da forma sonora da fala para a forma gráfica da escrita (SOARES, 2004, p.15).

Não temos a pretensão de apresentar uma discussão sobre as múltiplas facetas envolvendo os termos letramento e alfabetização como foi muito bem tratado por Soares (2004). Nosso propósito é apresentar sucintamente o modelo de letramento probabilístico de Gal (2005) e a importância da diversidade e coordenação dos registros de representação semiótica na aprendizagem de conteúdos de Probabilidade.

Com relação ao letramento probabilístico, Gal (2005, 2012) afirmou que os estudantes devem se familiarizar com as diferentes formas de cálculo da probabilidade de um evento, para que, desta maneira, possam entender as afirmações probabilísticas feitas por outras pessoas, gerar estimativas sobre a probabilidade de eventos e ter condições de se comunicar.

Nestas condições, para avaliar se um aluno atingiu o letramento probabilístico, Gal (2005) propôs um modelo composto por elementos cognitivos e de disposição (atitudes do estudante em relação ao conhecimento: criticidade, crenças e atitudes e sentimentos pessoais). Para este texto destacamos apenas a composição dos elementos cognitivos, conforme conteúdo do quadro 1:

Quadro 1: Elementos cognitivos do modelo de Iddo Gal.

Grandes Ideias: variação, aleatoriedade, independência, previsibilidade e incerteza.
Cálculos Probabilísticos: formas de encontrar ou estimar a probabilidade de eventos.
Linguagem: Os termos e os métodos utilizados para comunicar resultados probabilísticos.
Contexto: compreensão do papel e dos significados de mensagens probabilísticas em diferentes contextos.
Questões críticas: reflexões sobre assuntos no contexto de Probabilidade.

Fonte: Gal (2005, p.51, tradução nossa)

A ênfase para este conjunto de elementos do modelo de Gal (2005) é por conta de finalizarmos o artigo com o conjunto de tarefas para o estudo de probabilidade em nível de

ensino. Já os elementos de disposição tem sua importância quando valorizamos discussões acerca da aprendizagem dos alunos.

4 Registros de Representação Semiótica

A semiótica é a ciência que tem por objeto de investigação todas as linguagens possíveis, ou seja, que tem por objetivo o exame dos modos de constituição de todo e qualquer fenômeno suscetível de produção de significado e sentido (SANTAELLA, 1983).

No caso da matemática, a linguagem extrapola o uso da língua materna, principalmente via registros escritos, pois nos comunicamos também por meio de gráficos, tabelas, simbologias algébricas, entre outras formas de registros de representação semiótica.

Duval (2009) afirma que não é possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento sem recorrer à noção de representação. Em termos de registros de representação semiótica, temos o signo que é relacionado com um objeto concreto, para especificidade matemática, o símbolo (signo) representa o objeto abstrato por meio da ação do sujeito do conhecimento (significante ou conceito). Em relação ao objeto e sua representação: “não se pode ter compreensão em matemática, se nós não distinguimos um objeto de sua representação” (DUVAL, 2009, p. 14).

Se considerarmos o conceito de probabilidade na condição de objeto, podemos representá-lo sob diversos enfoques: clássico, frequentista, subjetivo e axiomático. Por exemplo, no enfoque clássico, a probabilidade é definida como a razão entre o número de casos favoráveis em relação ao número total de casos possíveis, desde que todos os resultados sejam admitidos como igualmente prováveis de ocorrer (GODINO, BATANERO, CAÑIZARES, 1996). No contexto frequentista, na qual a probabilidade é definida a partir do cálculo das frequências relativas de ocorrências de sucessos provenientes de repetidos experimentos, nas mesmas condições. A principal característica deste enfoque é que o valor matemático da probabilidade emerge do processo de experimentação (GODINO, BATANERO, CAÑIZARES, 1996).

Cada forma de apresentar um registro de representação semiótica possui um conteúdo diferente estabelecido pelo sistema no qual ele foi produzido, nos exemplos dados, o sistema está vinculado ao enfoque ilustrado. A apreensão das características diferentes só terá sucesso quando o indivíduo que aprende for capaz de efetuar distintas transformações nos registros (tratamento e conversão), bem como coordená-los adequadamente.

Para Duval (2009), os registros de representação são formas de representar um objeto matemático, e ainda o sistema que podemos representar um objeto matemático, o autor denomina: registro semiótico. O acesso ao objeto matemático, segundo esse autor, deve ser enfatizado por meio de duas transformações de representação semiótica, e essas são profundamente diferentes: os tratamentos e as conversões.

Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro, por exemplo: a construção do diagrama de árvore. As conversões são transformações de representação que consistem em mudança de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, aplicação da fórmula do cálculo de probabilidade a partir da interpretação de um enunciado elaborado com base na concepção clássica de probabilidade.

Se retomarmos os elementos cognitivos proposto por Gal (2005), podemos contribuir para o desenvolvimento do letramento probabilístico se levarmos em conta o pressuposto que a aprendizagem de conteúdos de Probabilidade dar-se-á a partir da mobilização e coordenação de, pelo menos, dois registros de representação semiótica distintos, a saber: registro da língua natural materna (conteúdos dos enunciados ou abordagem de termos probabilísticos), registro figural (tabela de dupla entrada ou de contingência, além do diagrama de árvore), registro simbólico na forma algébrica (uso de fórmulas) ou numérico (razão para quantificar a probabilidade).

5 Metodologia

A proposta do produto educacional decorreu da análise do segundo volume do Caderno do Professor para a segunda série do Ensino Médio (SÃO PAULO, 2014-2017) configurando uma pesquisa qualitativa na modalidade de pesquisa documental que, de acordo com Gil (2012, p.51), “vale-se de materiais que não receberam ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetivos da pesquisa.

O referido Caderno do Professor é um material de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012) o qual contém orientações didático-pedagógicas por meio de oito Situações de Aprendizagem, em cada um dos dois volumes para cada série do Ensino Médio.

As quatro primeiras Situações de Aprendizagem (S1, S2, S3 e S4) relativas à segunda série do Ensino Médio, diz respeito ao estudo da probabilidade e análise combinatória, conforme quadro 2:

Quadro 2: Conteúdo das situações de aprendizagem (S1 a S4).

	Título	Objetivo
S1	Probabilidade e proporcionalidade: no início era o jogo	Explorar a noção teórica de Probabilidade por intermédio de jogos pedagógicos
S2	Análise combinatória: raciocínios aditivo e multiplicativo	Resolução de situações-problema que envolvam simultaneamente raciocínio combinatório e cálculo de probabilidades
S3	Probabilidades e raciocínio combinatório	Problemas que envolvam o cálculo de probabilidades sob dois aspectos: a independência de dois ou mais eventos para os quais se quer calcular a Probabilidade e as diferentes possibilidades de ordenação para ocorrência simultânea.
S4	Probabilidades e raciocínio combinatório: o Binômio de Newton e o Triângulo de Pascal	Cálculo de Probabilidade e o raciocínio combinatório envolvendo o Binômio de Newton e o Triângulo de Pascal.

Fonte: acervo da pesquisa

Na próxima seção apresentamos uma análise global das quatro Situações de Aprendizagem (S1 a S4), tomando por base os dois referenciais teóricos que subsidiaram essa pesquisa documental.

4 Resultados

De modo geral a resolução das tarefas contidas nas quatro Situações de Aprendizagem apresentadas no ‘quadro 2’ demandou a conversão do registro de representação semiótica na língua natural para o registro numérico. Esta limitação quanto ao uso de outros registros desta natureza como o registro figural na forma do diagrama de árvore, foi decorrente da ausência de conexões entre o raciocínio combinatório e probabilístico.

Dos 38 problemas propostos na segunda Situação de Aprendizagem, apenas dois envolveram o cálculo de probabilidade. As questões são oriundas de uma mesma situação redigida a partir de um desenho envolvendo

12 pessoas sentadas em uma arquibancada. Na fileira de trás estão 5 homens e uma mulher. Na fileira da frente estão 4 homens e duas mulheres. Entre as pessoas deste grupo, duas, da fileira da frente, usam óculos, e duas, da fileira de trás, também (SÃO PAULO, 2014-2017, p.42).

No problema 37 “Uma das pessoas sentadas será sorteada ao acaso. Qual é a probabilidade de que seja sorteado um homem da fileira da frente?” A resolução não envolve

o raciocínio combinatório, apenas a razão entre o número de homens sentados na fileira da frente (4) em relação ao total de pessoas (12) (SÃO PAULO, 2014-2017, p.43).

No problema 38 “Se forem sorteadas duas pessoas, uma da fileira da frente e outra da fileira de trás, qual é a probabilidade de que sejam sorteadas duas pessoas de óculos?” A resolução envolve dois eventos independentes, cuja probabilidade é $2/6 \times 2/6 = 1/9$.

O privilégio pela concepção clássica de probabilidade inibiu a realização de processos de experimentação probabilística, o qual poderia instigar o confronto e a análise do cálculo de probabilidades decorrentes das diferentes concepções probabilísticas. A realização do experimento, por exemplo, o lançamento de uma mesma moeda ao ar repetidas vezes, promove a necessidade do aluno em raciocinar sobre as condições de tratar a aleatoriedade, o que demanda estratégias para a apresentação e interpretação dos resultados obtidos, os quais culminam no cálculo da probabilidade a partir das frequências.

De acordo com Lopes (2010, p.7), “através da experimentação, os alunos vão adquirindo a noção de que uma situação aleatória está relacionada com uma experiência que, repetida nas mesmas condições, dá um resultado que depende do acaso”. Por outro lado, “a realização de várias experiências, incluindo o registro apropriado e a sua interpretação, permite aos alunos concluírem que, embora o resultado em cada realização da experiência dependa do acaso, existe certa regularidade ao fim de muitas delas”, aproximando a probabilidade teórica com a empírica.

A restrição na mobilização de diferentes registros de representação semiótica na proposta das tarefas pode comprometer o desenvolvimento do letramento probabilístico. Alertamos para a ausência de tarefas que poderiam exigir o tratamento do registro de língua natural em tarefas envolvendo o uso do vocabulário próprio da probabilidade (chance, aleatório, provável, entre outros termos).

O contexto foi outro elemento cognitivo do desenvolvimento do letramento que foi pouco abordado, exceto pelo tratamento histórico da Probabilidade que gerou algumas das tarefas contidas na Situação de Aprendizagem (S1).

O uso do registro gráfico no estudo da probabilidade é um recurso de representação semiótica que pode promover conexões com a estatística e a análise combinatória, promovendo o exercício da leitura e interpretação das informações obtidas em pesquisas estatísticas.

No referido material analisado, apenas uma tarefa envolveu a utilização de gráfico, porém de modo equivocado. O ‘problema 12’ da quarta Situação de Aprendizagem teve a seguinte formulação: “Utilize um gráfico de barras para representar todas as probabilidades

envolvidas em 8 lançamentos seguidos de uma moeda, com a observação da ocorrência do evento cara na face superior” (SÃO PAULO, 2014-2017, p. 58).

A solução sugerida pelo Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2014-2017) foi dividida em duas etapas, sendo a primeira o cálculo por meio dos coeficientes binomiais e, posteriormente, a construção do gráfico de barras. A representação gráfica apresentada nesse material contém colunas justapostas que é correto quando associado a uma variável aleatória contínua. No caso de uma distribuição binomial a variável aleatória é discreta, sendo adequado associar para cada valor do número de caras (variável x) a respectiva probabilidade ($P(x)$) em termos gráfico.

5 O produto educacional como proposta para o Ensino Médio

Dada as limitações e equívocos evidenciados a partir da análise documental do referido Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2014-2017) cumprimos o objetivo deste texto apresentando o produto educacional (seis problemas) formulado pelos autores e considerações sobre o mesmo, tomando por base a fundamentação teórica.

1) No nosso cotidiano muitas situações são de natureza aleatória; ou seja, situações nas quais suas ocorrências não podem ser antecipadas, embora satisfaçam condições básicas para podermos fazer previsões sobre os acontecimentos.

a) Conte sobre alguma situação que você julga ser de natureza aleatória.

b) Por que essa situação é de natureza aleatória?

2) Com base no Boletim Epidemiológico do Sarampo no Brasil (edição de setembro de 2019) apresentamos na ‘Tabela 1’ a distribuição de casos de sarampo confirmados até 12 set. 2019:

Tabela 1: Distribuição de casos de sarampo por faixa etária.

<i>Faixa etária (anos)</i>	<i>População⁽¹⁾</i>	<i>Número de casos</i>
<1	800.000	436
1 a 4	3000.000	489
5 a 9	3.900.000	88
10 a 14	4.500.000	62
15 a 19	4.600.000	455
20 a 29	10.500.000	1084
30 a 39	9.500.000	481
40 a 49	7.900.000	149

>50	12.500.000	95
<i>Total</i>	57.200.000	3339

Fonte: Secretaria de Vigilância em Saúde

(1) A população de 57.200.000 pessoas envolve os estados de São Paulo, Rio de Janeiro, Maranhão, Santa Catarina, Mato Grosso do Sul, Minas Gerais, Pernambuco, Paraná, Distrito Federal, Espírito Santo, Piauí, Goiás, Rio Grande do Norte, Bahia, Sergipe e Rio Grande do Sul.

Em qual faixa etária é maior a probabilidade de incidência de sarampo? E a menor chance de incidência de sarampo está em que faixa etária? Apresente o seu raciocínio.

3) Considere o lançamento de dois dados não viciados, um de cada vez, e a respectiva multiplicação dos valores das faces superiores. Sem lançar os dados, em 20 jogadas, qual o resultado da multiplicação você acha que terá maior chance de ocorrer? Por que?

4) Proponho agora que você faça o lançamento dos dois dados, um de cada vez e, por meio de uma tabela ou gráfico, registre os resultados de cada uma das 20 jogadas, bem como o respectivo valor da multiplicação dos números das duas faces voltadas para cima. Qual resultado da multiplicação que ocorreu mais vezes? Compare essa resposta com aquela que você deu na questão 3 e escreva sobre sua conclusão.

5) Em um globo usado para sorteio em loteria foram colocadas três bolas idênticas numeradas com 2, 5 e 7. Vamos formar números de três algarismos sorteando essas bolas. Depois de cada sorteio, a bola é recolocada no globo. Assim, podemos formar números com três algarismos como, por exemplo: 252, 777 e 725.

a) Quantos números diferentes podem ser formados dessa maneira?

b) Qual é a probabilidade de sortearmos 257?

c) Qual é a probabilidade de o número ser 222?

d) Podemos afirmar que um número formado por três algarismos repetidos tem menos chance de ocorrência que um número com algarismos não repetidos? Argumente.

6) Um jovem executivo se dirige ao seu restaurante favorito para almoçar. No cardápio do restaurante ele tem as seguintes opções:

Quadro 3: Cardápio do restaurante.

<i>Prato do dia:</i> Arroz e feijão	<i>Acompanhamento:</i> Farofa Batata frita Purê de batatas Legumes refogados Repolho refogado
<i>Mistura:</i> Frango cozido com molho Pernil assado Carne de panela com mandioca Macarrão ao sugo	<i>Sobremesa:</i> Mousse de maracujá Sorvete artesanal de iogurte com frutas vermelhas Pavê de leite condensado Sagu
<i>Salada:</i> Pepino Tomate Alface	

Fonte: Arquivo da pesquisa

(a) Quantas configurações diferentes de refeições com uma mistura, uma salada, um acompanhamento e uma sobremesa ele pode fazer?

(b) Caso o jovem decida fazer uma refeição mais reforçada, com duas misturas e três acompanhamentos, de quantas formas ele pode montar uma refeição?

No primeiro problema contemplamos os elementos ‘grandes ideias e contexto’. O primeiro, por conta da ênfase no conceito de aleatoriedade. Já no contexto, o objetivo é a valorização do conhecimento prévio dos alunos com possibilidade de ampliação do vocabulário apropriado à Probabilidade.

Do segundo ao quinto problema tivemos como propósito explorar o elemento cognitivo ‘cálculo de probabilidade’ com base em enunciados que demandam a interpretação, mobilização e coordenação de diferentes registros de representação semiótica. Vale acrescentar que no ‘problema 2’ também valorizamos o elemento ‘contexto’, devido à exploração de uma questão atual que é a epidemia do sarampo no país.

Os ‘problemas 3 e 4’ estão correlacionadas por envolver o confronto entre duas concepções probabilísticas: clássica e frequentista. O processo de experimentação junto à mediação do professor suscita a criticidade nos alunos. Este elemento também é explorado no quinto problema, mais especificamente no ‘item d’, quando o aluno é convidado a avaliar a veracidade da afirmação proposta. Isso implicará que ele faça o questionamento do que muda ao considerar um numeral com dígitos iguais e com dígitos diferentes.

Por fim, o ‘problema 6’ foi devidamente formulado pensando em uma situação corriqueira que parecesse verossímil para o aluno e que contempla o exercício do livre arbítrio. Com esse enunciado é desejável verificar o entendimento do raciocínio combinatório dos

alunos, um componente de importância para o cálculo de probabilidades, dada a utilização do processo de contagem na análise do evento formulado.

6 Considerações finais

Em função das dificuldades e problemas observados pela análise documental do material proposto pela Educação paulista e a consequente elaboração do produto educacional levando em conta os elementos cognitivos proposto por Iddo Gal e os registros de representação semiótica de Raymond Duval, a pesquisa possui continuidade, em desenvolvimento, analisando o desempenho de 87 alunos de uma escola pública de Pilar do Sul frente ao produto educacional proposto.

As seis questões do produto educacional foram usadas como uma ferramenta avaliativa para os 87 alunos após trabalharem com o conteúdo de Análise Combinatória e Probabilidade segundo o material SÃO PAULO (2019). Nesse contexto os temas da Análise Combinatória e Probabilidade são trabalhados de forma associada, interpretando informações de uma situação problema com o objetivo de calcular e associar um valor de probabilidade ou mobilizar um determinado raciocínio combinatório, além de identificar as semelhanças e as diferenças entre os diversos casos de probabilidade.

7 Agradecimentos

O co-autor é bolsista no Programa Nacional de Pós Doutorado/CAPES (PNPD/CAPES) na UNESP (campus Bauru).

8 Referências

CANAVEZE, Leila. *O ensino-aprendizagem de probabilidade em uma escola pública de Sorocaba/SP*. 2013. 209f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas). Sorocaba: Universidade Federal de São Carlos, 2014.

COBELLO, Lucas Soares; OLIVEIRA, Paulo César. História e análise do currículo de matemática na escola básica no Estado de São Paulo. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2015, Ilhéus. **Anais...** 12p. Ilhéus: UESC, 2015. CD-ROM.

DUVAL, Raymond. *Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais* (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages

Intellectuals). Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, fascículo I, 2009.

GAL, Iddo. Towards 'probability literacy' for all citizens. In: Graham A. Jones (ed.). *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2005, p. 43-71.

LOPES, Celi Espasandin. A educação estatística no currículo de matemática: um ensaio teórico. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática: Educação Matemática, Cultura e Diversidade, 10ª, 2010, Salvador. **Anais...** 15p. Salvador: SBEM, 2010.

GODINO, Juan Diaz, BATANERO, Carmen; CAÑIZARES, Maria Jesus. *Azar y Probabilidad*. España: Editorial Síntesis, 1996.

SANTAELLA, Lucia. *O que é Semiótica*. São Paulo: Brasiliense, 1983.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. *Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias – Ensino Fundamental (Ciclo II) e Ensino Médio*. Coordenação de área: Nilson José Machado. 1ª ed. atual. São Paulo, SEE, 2012. 72p.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. *Material de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo - Caderno do Professor: 2ª série do Ensino Médio, Matemática*. São Paulo: SEE, 2014-2017, v.2.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. *SÃO PAULO FAZ ESCOLA - Caderno do Professor: Matemática, Ensino Fundamental & Médio, 3º bimestre*. São Paulo: SEE, 2019.

SOARES, Magda. Letramento e alfabetização: as muitas facetas. *Revista Brasileira de Educação*, n.25, p.5-17, jan-abr. 2004.