



VIII Jornada Nacional de
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
XXI Jornada Regional de
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Educação Matemática: identidade
em tempos de mudança
06 a 08 de maio de 2020



APRENDIZAGEM ATRAVÉS DE PROBLEMAS: CONEXÕES ENTRE A GRANDEZA CAPACIDADE E O NÚMERO RACIONAL

Cícero Inacio dos Santos
Colégio Ser! Sorocaba
ciceroinacio@outlook.com.br

Paulo César Oliveira
Universidade Federal de São Carlos
paulodfjm@gmail.com

Eixo Temático: E4 – Práticas e Intervenções na Educação Básica e Superior

Modalidade: Relato de Experiência

Resumo

Este relato de experiência teve como objetivo apresentar uma possibilidade de ação docente, mediante a resolução de dois problemas por alunos de sexto ano do Ensino Fundamental de uma unidade escolar de Sorocaba. A resolução dos dois problemas suscitou discussões entre a grandeza capacidade e os significados de números racionais, enquanto “personalidades”. O episódio envolvendo a abordagem desses problemas em sala de aula constituiu um dos instrumentos de avaliação elaborado pelo segundo autor deste texto, na disciplina Metodologia e Prática do Ensino de Matemática, oferecida no 6º semestre do curso de Licenciatura em Matemática da UFSCar. Para a análise da produção escrita dos alunos, consideramos como categorias de análise as etapas da metodologia através da resolução de problemas. Os resultados da produção escrita dos alunos revelaram que é necessário diversificar o conteúdo dos problemas formulados de modo que o aluno possa mobilizar os diversos significados de número racional.

Palavras-chave: Números racionais. Ensino fundamental. Resolução de problemas.

1 Introdução

Trabalhar com o ensino de matemática em sala de aula é uma tarefa que exige do professor muito além do conhecimento matemático, que é fundamental para o aprendizado; no entanto, ele por si só não basta. É necessário que o docente tenha em mente que o aluno precisa compreender o conteúdo a ser discutido, para que ele possa utilizar-se dos conceitos de forma crítica e saiba aplicá-los em diversos contextos, como propõem uma das competências descritas pela Base Nacional Comum Curricular:

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. (BRASIL, 2018, p.9)

No contexto da formação inicial do professor na UFSCar, em particular, na disciplina Metodologia do Ensino de Matemática do curso de Licenciatura em Matemática, estimular a criatividade, o pensamento matemático e o interesse é fazer com que o aluno haja de forma ativa no processo de ensino-aprendizagem e que ele possa compreender quais são os verdadeiros significados matemáticos do conteúdo estudado.

Isso faz com que o futuro professor utilize de práticas pedagógicas para alcançar tais objetivos como no caso da aprendizagem baseada em problemas, que está atrelada as finalidades do ensino da Matemática, associada ao desenvolvimento da capacidade de comunicação, isto é, a troca de informação e a influência na construção de significados. (SERRAZINA & RIBEIRO, 2012).

Assim, esse trabalho teve por objetivo apresentar um relato de experiência acerca de uma sequência didática proposta como quesito de avaliação da disciplina supracitada e as interlocuções entre professor e seus alunos (uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental) no decorrer da resolução de problemas envolvendo a grandeza capacidade e as “personalidades” do número racional (ONUCHIC & ALLEVATO, 2008). O desenvolvimento da resolução dos problemas foi feito com base no roteiro proposto por Onuchic & Allevato (2011), o qual será apresentado na próxima seção.

2 Ensino-Aprendizagem-Avaliação em matemática.

Tem se percebido uma elevação na quantidade de estudos e pesquisas a respeito de resolução de problemas no campo da Educação Matemática, e quando tratamos desse tema concordamos como Serrazina & Ribeiro (2012, p.1369) que “a resolução de problemas é, assim, considerada uma situação de aprendizagem, em que o aluno se confronta com questões às quais não consegue responder de forma imediata, mas que o levam a refletir no como e no porque, sempre na procura da solução”.

Usualmente podemos considerar três modos de abordar a resolução de problemas: ensinar sobre resolução de problemas, ensinar matemática para resolver problemas e ensinar

matemática através da resolução de problemas (ONUCHIC & ALLEVATO, 2011). O primeiro modo diz respeito aos procedimentos para resolver problemas, o segundo modo concebe a resolução de problemas como aplicação de conceitos e o terceiro relaciona a resolução de problemas como meio para a construção de conceitos matemáticos.

Concebemos o terceiro modo de abordar a resolução de problemas, atrelado ao fato de estarmos diante de uma metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas. Nessa Metodologia “o problema é o ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos” (ONUCHIC & ALLEVATO, 2011, p.81).

Assim, propomos nesse texto dois problemas trabalhados em sala de aula com uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental, seguindo o roteiro de aula composto por nove etapas, sugerido por Onuchic & Allevato (2011): preparação do problema, leitura individual, leitura em conjunto, resolução do problema, observar e incentivar, registro das resoluções na lousa, plenária, busca por consenso e formalização do conteúdo.

O conteúdo dos dois problemas envolveu o tratamento da grandeza capacidade, a qual no decorrer da resolução suscita representações do número racional, as quais nesse texto são denominadas de “personalidades” do número racional, cujo conteúdo será abordado na terceira seção do texto.

3 ‘Personalidades’ do número racional

A palavra ‘personalidades’, já utilizada nesse texto com aspas, é para manter a forma de designação das autoras Onuchic & Allevato (2008, p.81) que, em seu artigo, “refere-se aos números racionais associados aos diferentes significados que eles podem assumir”, em virtude de certas ideias: como 2 e 3 com significados próprios, quando combinados podem dar origem ao significado de $2/3$?

Onuchic & Allevato (2008) apresentaram uma série de problemas visando à construção das diferentes ‘personalidades’ dos números racionais, a qual conta com a participação ativa de alunos na construção desses conceitos através da resolução de problemas. Os diferentes significados do número racional foram sistematizados no quadro 1:

Quadro 1 - ‘Personalidades’ do número racional

| <i>Personalidade</i> | <i>Característica</i> |
|-----------------------|---|
| <i>Ponto racional</i> | Todo número racional ocupa um ponto bem definido na reta e, reciprocamente, a todo ponto racional da reta corresponde um número racional. |
| <i>Quociente</i> | Um número de objetos precisa ser repartido igualmente num certo número de grupos, ou seja, $x/y \equiv$ quociente (x, y) , comumente escrito como $x \div y$ em que o dividendo x e o divisor y simbolizam seus argumentos. |
| <i>Fração</i> | Relação da parte com o todo. |
| <i>Operador</i> | Define uma estrutura multiplicativa de números racionais |
| <i>Razão</i> | Comparação multiplicativa entre duas grandezas. A razão fundamenta o conceito de proporcionalidade, o qual é relevante por ser uma ideia unificadora na Matemática. |

Fonte: adaptado de Onuchic & Allevato (2008).

O fato de interpretar a noção de número racional em diferentes formas contempla também os documentos curriculares, como é o caso da habilidade proposta na BNCC: “reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica” (BRASIL, 2018, p.301).

4 Conexões matemáticas entre a grandeza capacidade e fração

O episódio envolvendo o tratamento dos problemas em sala de aula constituiu um dos instrumentos de avaliação na disciplina Metodologia e Prática do Ensino de Matemática, oferecida no 6º semestre do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar).

O desenvolvimento da situação-problema em sala de aula contou com uma turma formada por alunos de 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede municipal de ensino na cidade de Sorocaba, Região Metropolitana de São Paulo. A análise da resolução dos problemas deu-se mediante as etapas da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas proposta por Onuchic e Allevato (2011).

No decorrer das etapas de resolução dos problemas, apresentamos interlocuções realizadas com os alunos que, na intenção de manter o anonimato, vamos diferenciá-los por gênero, com as seguintes nomenclaturas: masculino (M1, M2, ...), feminino (F1, F2, ...).

O professor (segundo autor) levou para sala de aula uma garrafa pet de 1,5 litros, um copo plástico de 200ml (figura 1) e um balde contendo água. Posteriormente, entregou aos estudantes folhas de sulfite para anotações, solicitando aos mesmos que formassem duplas para a realização das atividades apresentadas na sequência.

O início da apresentação da situação-problema deu-se com o fato de o professor questionar os alunos se, ao dirigir-se com os pais ou sozinho em supermercados, observaram produtos que contém líquidos como refrigerantes, sucos, entre outros. Posteriormente, o docente indagou-os sobre os itens que contém no rótulo de cada um desses tipos de produtos: informações nutricionais, marca, código de barras, entre outros.

Estas indagações e interlocuções foram elementos motivadores para a apresentação do primeiro problema proposto: *vocês já tiveram a curiosidade de descobrir se em uma garrafa realmente contém a quantidade de líquido indicada no rótulo?* O objetivo dessa pergunta era levar os estudantes a dialogarem sobre a questão de volume e tentá-los a descobrir se o volume do líquido que o recipiente contém é o mesmo do que a garrafa. Os alunos ficaram empolgados e uma das alunas (F1) se manifestou: *depende, por exemplo, em um refrigerante de dois litros pode ter 2 litros realmente e um chiclete de 40 g pode ter 37 g. Vai depender da fábrica.* Outro aluno (M1) interveio: *vai não; porque às vezes erram a medida do líquido e do volume.*

Mediante estas exposições, o professor fez algumas intervenções, em relação à aluna F1, dizendo que em sua fala há duas grandezas distintas: a capacidade cuja unidade foi expressa em litros e a massa cuja unidade de medida foi dada em gramas. Já o caso do aluno M1, o mesmo confundiu capacidade com volume. O volume representa o que um corpo ocupa no espaço, cuja unidade padrão é o metro cúbico. Já a capacidade diz respeito ao quanto é capaz de armazenar em seu interior e, nesse sentido, M1 citou a medida do líquido, cuja unidade padrão é o litro.

Chegou o momento que o professor fez referência aos recipientes que levou para a sala de aula. Foi solicitado aos alunos que observassem a garrafa e o copo e pensassem quantos copos preenchidos com água encheriam toda a garrafa. Os alunos solicitaram que o professor deixasse manipular o copo para poder comparar com a garrafa, estabelecer a estimativa e apresentar a justificativa. A maioria desses estudantes queria saber o volume do copo, pois tinham noção da relação parte-todo aplicada na divisão de volume.

O professor interveio e não forneceu a informação solicitada, pois o objetivo da atividade era estimar a comparação entre capacidades volumétricas, ou seja, a noção do

quanto cabe. Os alunos em sua maioria estimaram entre 10 e 12 copos e alguns, disseram 8 copos. As justificativas para tais estimativas foram relacionadas com o tamanho do copo, outros porque imaginaram o copo dentro da garrafa.

Para validar ou não as estimativas, o professor propôs realizar o experimento, ou seja, encher o copo e com auxílio de um funil despejar na garrafa para verificar quantas vezes seria necessário a repetição desse ato. Experimentalmente, foi possível constatar que oito copos cheios de água preencheram a capacidade da garrafa.

Após o processo de experimentação, o professor revelou que o volume da garrafa era 1,5 litros e o copo era 200 ml. Foi proposta a seguinte questão: *existe uma forma de encontrar a quantidade exata de copos que preencheriam essa garrafa, sabendo o volume de cada recipiente?* Parte dos alunos utilizou o algoritmo da divisão euclidiana, outros recorreram ao cálculo mental e chegaram à conclusão de que seriam necessários 7,5 copos. O professor interveio questionando qual o volume de 0,5 copo e, prontamente, os alunos afirmaram que era 100ml.

A turma ficou intrigada sobre o porquê da diferença entre o valor obtido na experimentação da capacidade da garrafa (8 copos) e a razão entre os volumes (7,5 copos). Coletivamente, as argumentações e discussões surgiram: a garrafa nem sempre vem cheia. O volume que está no rótulo da garrafa indica o volume do líquido. Outros disseram: *a garrafa possui um volume maior, pois pode transbordar, no caso de refrigerantes, por conta do gás.* Em síntese, neste caso, os alunos concluíram que a diferença se deu pelo fato de o volume do líquido disposto no interior da garrafa ser menor do que o volume do próprio recipiente.

Posteriormente, o professor indagou os estudantes sobre qual a razão entre o volume do copo e o volume do líquido da garrafa. Esse questionamento tinha com intencionalidade a representação fracionária dos números racionais, representando a ‘personalidade’ fração que culminaria na razão. Alguns estudantes conseguiram chegar no esperado, no entanto, outros somente representaram na forma de decimais.

O professor então, questionou com a turma qual o conjunto numérico a fração se enquadra, bem como o número decimal originado pelo quociente. Alguns alunos ‘chutaram’ aleatoriamente o nome dos conjuntos, o que fez-se concluir que não estava claro para eles as representações. Nesse caso, o professor expôs a definição do conjunto dos números racionais:

$$Q = \left\{ x = \frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

Após a definição, os alunos propuseram ao professor a realização de um novo teste, nas mesmas condições que o anterior. O professor prontamente atendeu seus alunos e pediu emprestado uma garrafa de 600ml de um aluno e repetindo o processo, preencheu o interior do recipiente com exatamente três copos cheios de água. Com esta nova experimentação, os alunos se convenceram da possibilidade de haver erros ao associar a grandeza capacidade (conteúdo do interior da garrafa) com aquilo que é divulgado no rótulo do recipiente, usualmente expresso em litros ou mililitros.

O próximo problema também foi trabalhado segundo a metodologia de resolução de problemas proposta por Onuchic e Allevato (2011). No entanto, por questão de conteúdo desse relato de sala de aula, optamos por analisar as mobilizações de significados do número racional.

Problema 2: Para que nosso corpo não desidrate, nutricionistas indicam que tomemos aproximadamente 3 litros de água por dia. Você consegue identificar quantos copos de água no mínimo deveríamos tomar por dia, a considerar um copo do problema anterior? E em um mês, com trinta dias, quantos copos com água precisamos tomar? Caso eu consiga em um dia tomar apenas 10 copos de água, que fração do total de água, de um dia, eu deixei de tomar?

Nesse problema alguns alunos tiveram dificuldade em trabalhar com uma mesma unidade, no caso, a opção por transformar 1,5 litro em mililitro. Em termos de resposta para a primeira pergunta, destacamos a explanação do aluno M3: *15 copos. Em relação ao problema anterior 1,5 litro é metade de 3 litros, como sabíamos que eram 7,5 copos, agora são necessários 15 copos.*

Em termos de ‘personalidade’, M3 utilizou o operador, o qual define “uma estrutura multiplicativa de números racionais” (ONUCHIC; ALLEVATO (2008, p.94). O aluno M3 considerou $1,5 = (1/2) \times 3$ e, na sequência, fez $7,5 \times 2 = 15$.

Com base na mesma ‘personalidade’ do número racional, facilmente os alunos responderam a segunda questão: *se um dia se toma 15 copos de água, em trinta eles tomaram 450 copos de água.* Em relação à terceira questão, os alunos fizeram a diferença entre a quantidade de copos, ou seja, $15 - 10$. Com o resto 5, apresentaram como resposta $5/15$ que, de acordo com Onuchic e Allevato (2008, p.90) trata-se da ‘personalidade’ fração, “que é uma relação da parte com o todo”.

5 Discussão dos resultados

A preparação do problema envolveu o processo de experimentação na relação entre a grandeza capacidade e a representação da fração. O cumprimento do roteiro de, no entanto, toda a discussão em torno do seu conteúdo foi motivadora para a elaboração do enunciado do outro problema abordado com os alunos da mesma turma.

Ambos os problemas tiveram seus enunciados projetados em slides para o cumprimento das etapas de leitura individual e em conjunto. No momento da leitura conjunta, o professor teve a necessidade de tirar dúvidas dos alunos quanto à interpretação dos problemas, para que fosse possível avançar para a próxima etapa, a resolução do problema.

Quando o professor propôs aos alunos que estimassem a capacidade da garrafa a partir da intuição, avançamos para as etapas observação e incentivo, pois instigamos os alunos a discutirem entre si, expondo para sala os conteúdos dos seus registros. A etapa de apresentar os registros das resoluções na lousa foi substituída pelas anotações nas folhas de sulfite, o recurso principal dos alunos para os cálculos.

Na fase da plenária, os alunos defendiam suas respostas, comparando-as com as respostas de outros alunos. O momento do consenso e a formalização do conceito foram etapas que os alunos puderam constatar a necessidade de serem críticos quanto à leitura da informação dos rótulos, pois no primeiro experimento a informação da capacidade divergiu do resultado obtido na medida dessa grandeza.

Em termos de formalização do conceito, abordamos o vocabulário e o significado para a grandeza capacidade e volume, além de tratar a ‘personalidade’ do número racional, a fração como uma relação parte de um todo. Foi necessário discutir com os alunos que a representação da razão entre a capacidade do copo (200ml) e a capacidade da garrafa (1,5 l) só tem significado se ambas estão na mesma unidade de medida.

6 Considerações Finais

A conexão matemática dos conceitos que tratamos através da resolução de problemas, exigiu do nosso aluno um esforço cognitivo maior, suscitando discussões, exposição de opinião, busca de consenso, além do apoio do professor para as considerações necessárias ao término da resolução de cada problema.

Além disso, ocorreram conexões realizadas entre os alunos sobre as “personalidades” dos números racionais, mais especificamente, três personalidades foram abordadas no decorrer do desenvolvimento das atividades dos alunos: quociente, razão e fração. Isto foi decorrente das ações dos estudantes ao conseguirem escrever o que se pedia em cada tarefa com representações matemáticas distintas, além da compreensão da definição do conjunto dos números racionais o qual, muitas vezes, não tem a devida importância em contextos escolares.

Pôde-se perceber que o ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas, produziu significados para a conexão entre números racionais e a grandeza capacidade, mediante às atividades matemáticas produzidas pelos alunos. Além de ter sido uma experiência importante para o licenciando, uma vez que a atividade fez parte do processo avaliativo da disciplina, o autor pôde observar na prática como se desenvolve uma sequência didática e observar os pontos relevantes que ela pode desencadear na aprendizagem dos estudantes.

7 Referências

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação é a Base. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf> . Acesso em: 10 fev.2020

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. As Diferentes “Personalidades” do Número Racional Trabalhadas através da Resolução de Problemas. **Bolema**, Rio Claro , ano 21, n. 31, p. 79-112, 2008.

_____. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.

SERRAZINA, M. L.; RIBEIRO, D. As interações na Atividade de Resolução de Problemas e o Desenvolvimento da Capacidade de Comunicar no Ensino Básico. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 44, p. 1367-1393, 2012