



VIII Jornada Nacional de
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
XXI Jornada Regional de
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Educação Matemática: identidade
em tempos de mudança
06 a 08 de maio de 2020



DIFERENTES FORMAS DE RESOLVER UM PROBLEMA: O ARGUMENTO

Alberto Mayer Remião
IFRS - Campus Osório
albertoremiao@gmail.com

Alexia Lenara Blumm
IFRS – Campus Osório
alexia.blumm@gmail.com

Aline Silva De Bona
IFRS – Campus Osório
aline.bona@osorio.ifrs.edu.br

Kevyn Kenydy Ferndandes Frassão
IFRS – Campus Osório
tmkevyn@gmail.com

Leonardo Pospichil Lima Neto
IFRS – Campus Osório
Leonetors1@gmail.com

Eixo Temático: E3 – Pesquisa em Educação Matemática

Modalidade: Comunicação Científica (CC)

Resumo

O presente trabalho apresenta uma reflexão sobre a importância do processo de argumentação no Ensino de Matemática, uma vez que o aluno deve ser capaz de apresentar de forma concisa seu processo de resolução. Mas para isto, o aluno tem que estar preparado para o mesmo, utilizando criticidade, raciocínio lógico, dedutivo e indutivo. Neste sentido, a metodologia de resolução de problemas surge como uma aliada, sendo que a mesma fomenta estas competências. Aliado a isto, o professor deverá estar receptivo (aberto) a escutar as argumentações dos alunos e os orientar no processo de construção do seu conhecimento. O trabalho também apresenta três problemas e diferentes resoluções efetuadas pelos autores, argumentando seus processos de resolução, em que fica claro que cada aluno tem sua própria construção, o que deixa evidente a importância tanto do aluno ter a capacidade de argumentar, quanto do professor adotar uma postura de diálogo com os estudantes durante o processo de resolução e, assim, escutar e questionar os argumentos dos estudantes.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Resolução de problemas. Postura Docente. Diálogo. Argumento.

1. Introdução

Uma das principais motivações no Ensino da Matemática é fomentar o raciocínio lógico, pensamento crítico, indutivo e dedutivo nos alunos. Neste sentido, a solução de problemas se apresenta como uma metodologia poderosa para que estes objetivos sejam alcançados. Utilizando esta metodologia, o professor deve estar preparado para largar seu papel de transmissor e assumir um papel de orientador, auxiliando o aluno no processo de construção do seu próprio conhecimento.

O Ensino de Matemática deve propiciar aos alunos autonomia para que os mesmos possam criar e explorar suas hipóteses, sendo criativos para encontrar soluções aos problemas apresentados, sendo críticos com suas estratégias e tendo a capacidade de argumentar e justificar seu processo de resolução.

No mesmo sentido, o professor deve estar preparado e aberto para escutar o pensamento dos alunos, para que assim possa realizar o papel de orientador no processo de construção do conhecimento por parte dos alunos.

2. Resolução de Problemas: uma concepção

Um dos grandes problemas no Ensino de Matemática atualmente são conteúdos descontextualizados e fragmentados, o que propicia um aprendizado baseado em memorização e repetição, que não é atrativo nem desafiador aos alunos, fazendo com que o aprendizado não gere reflexões e não busque a criatividade e criticidade dos alunos. Em reflexo a isto, a Base Nacional Comum Curricular salienta que o Ensino de Matemática deve:

[...]Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo. [...] Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, 2017, p.267)

Diante disso, fazer uso da resolução de problemas nas aulas de matemática, explorando diferentes contextos e aplicações dos conceitos de matemática, proporciona aos estudantes uma mobilização no processo de aprendizagem, segundo Bona (2013).

Segundo Santos e Ponte (2002): “Um problema é uma dificuldade, não trivial, que se pretende ultrapassar. A noção de problema, no entanto, pode ser encarada de diversas maneiras.

Alguns autores tomam como referência a relação do indivíduo com a situação, enquanto que outros concentram a sua atenção nas características da própria tarefa.” Ainda segundo os autores:

No primeiro caso, o foco é o indivíduo – uma dada situação pode ser um problema para uma pessoa e não o ser para outra [...]No segundo caso, uma dada situação será um problema se possuir um conjunto de características que se presumem problemáticas para todos os membros de um certo grupo relativamente alargado de indivíduos. Neste caso, a situação é um problema independentemente do indivíduo ou da sua experiência pessoal passada. (SANTOS, PONTE, 2002, p. 3)

Neste sentido a resolução de problemas surge como uma metodologia poderosa para o Ensino de Matemática. Autores como Pozo e Echeverria (1998) defendem que o Ensino de Matemática através de resoluções de problemas é mais democrático, uma vez que o mesmo une a teoria e a os conhecimentos prévios dos alunos. Ainda segundo os autores, temos que:

A solução de problemas baseia-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento. O ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes. (POZO e ECHEVERRÍA, 1988, p.09)

Desta forma, os papéis de aluno e professor se alteram, com o aluno se tornando o centro do seu processo de ensino-aprendizagem e o professor, deixa de ser transmissor de conhecimento e se torna mediador na construção de conhecimento dos alunos. Corroborando com isto, D’Ambrósio afirma:

[...] colocam o aluno como centro do processo educacional, enfatizando o aluno como um ser ativo no processo de construção de seu conhecimento. Propostas essas onde o professor passa a ter um papel de orientador e monitor das atividades propostas aos alunos e por eles realizadas (D’AMBROSIO, 1989, p.16).

Reforçando o fato, Soares & Bertoni Pinto (2001) defendem que o professor deve se tornar incentivador, facilitador e mediador das ideias e hipóteses dos alunos quanto a resolução dos problemas apresentados, fomentando um pensamento crítico dos alunos, propiciando a construção do seu próprio conhecimento. Junto a isto, Souza & Nunes (2004) Aput Rodrigues, reforçam que o papel do professor muda de “transmissor de conhecimento” para o de observador, organizador, consultor, mediador, controlador, incentivador da aprendizagem.

3. Postura do Professor de Matemática frente a diferentes resoluções

O processo de ensino e aprendizagem exige uma comunicação dialógica entre todos os envolvidos, professor e estudantes, e estudantes entre si, para que o objetivo do espaço da sala de aula seja cumprido quanto a socialização, desenvolvimento e aprendizagem, segundo Freire (1996). Paralelo ao processo dialógico, se faz necessário planejar aulas que sejam atrativas aos estudantes, e que contemplem, no mínimo, um contexto ou uma problemática interessante a geração de estudantes, conforme Bona (2013).

As aulas atrativas implicam uma metodologia baseada em meios (tipos de atividades, recursos e outros) e formas (aprendizagem cooperativa, investigativa e outros) mobilizadoras ao processo de aprendizagem, ao professor e aos estudantes, particularmente quando se tratam de conceitos de matemática (BONA, 2012) (MORIN, 2000).

Adotando a resolução de problemas de matemática a partir de uma metodologia de sala de aula investigativa, segundo Ponte, Brocardo, Oliveira (2009), o professor necessariamente precisa ser um “orientador, mediador, questionador, estudante” do processo de desenvolvimento do problema. Nesse processo de desenvolvimento estão as fases de resolução de um problema, em que o professor irá aprender com os estudantes, e deverá ter base teórica e prática para argumentos com os estudantes através de uma pergunta as suas hipóteses, sem dar a resposta, ou mostrar o seu método de resolver.

Paralelamente o estudante percebendo a ação ora colaborativa e ora cooperativa do professor ele sente-se mais livre para pensar, criar hipóteses, e explicar o que pensa, e diante dessa ação do estudante, o professor deve provocar mais questões que venham esclarecer ao próprio estudante o que ele está pensando, seja numa resolução individual ou coletiva com os colegas, em sala de aula ou online, se for o caso.

Nesse sentido a postura do professor deve ser baseada no diálogo e receptivo a aprender outras formas de pensar matemática, que são habilidades e competências necessárias a prática docente da nova geração, segundo Morin (2000).

Compreendendo o processo de aprendizagem como um momento de desenvolvimento gradual e particular de cada individual e coletivo, segundo Piaget (1973), o professor precisa flexibilizar suas formas de expor ideias, de trocar informações e interpretações com os estudantes, e principalmente na hora de explicar algum conceito de matemática, pois estes momentos são decisivos para a aprendizagem e postura dos estudantes em sala de aula, e frente sua autonomia e responsabilidade quanto ao processo de aprendizagem de matemática, seja em casa e/ou sala de aula.

É importante que o professor perceba o erro do estudante como um caminho para retomar conceitos de matemática e interpretações dos problemas, assim como aplicabilidade conceitual. Como dito por Sperafico e Goldbert:

O erro é parte integrante do processo de aprendizagem, pois esse constitui uma importante etapa de construção de um conhecimento, já que o educando está testando estratégias e estabelecendo relações entre diferentes conhecimentos. Sendo assim, todo o processo realizado pelo aluno para encontrar o resultado (certo ou não) durante a resolução de um problema, deve ser considerado a fim de identificar possíveis obstáculos que estejam impedindo o aluno de progredir. (SPERAFICO; GOLBERT, 2011, p. 4)

Assim, perceber o que ocasionou o erro do aluno, se torna fundamental para o educador entender o que ele construiu, assim, buscando corrigir as falhas e reforçar os conceitos corretos, ou ainda aprofundá-los, usando o erro como exemplo que certas formas de resolução não são válidas para certos tipos de problemas, ou ainda que alguns conteúdos não são os necessários para alguns tipos de situação.

4. Problemas de Matemática e algumas de suas resoluções

Quando se fala de problemas em matemática, na maioria dos casos, busca-se aplicar situações cotidianas e suas possibilidades através de suposições que se fazem úteis. Ponte (1992, p. 1) diz que, um problema consiste em uma tarefa na qual o aluno não dispõe de um método imediato de resolução, mas em cuja solução empenha-se ativamente. Diferencia-se de um simples exercício no momento em que este exige apenas a aplicação de um método de resolução já bem conhecido.

Um problema pode ser classificado de acordo com sua dificuldade. Para tal classificação é necessário estudar as características apresentadas pelo problema, as etapas de solução e também as habilidades que se fazem pré-requisitos para resolvê-lo.

Escolhemos **três** problemas para refletirem como se retratar as dificuldades:

O primeiro problema foi escolhido devido sua interpretação fácil, no problema constam dados e duas figuras. Aplicado no Enem de 2014, caderno azul, o problema induz o leitor a utilizar proporção matemática para chegar a sua resposta.

Problema 1: A figura 1 representa uma gravura retangular com 8 m de comprimento e 6 m de altura.

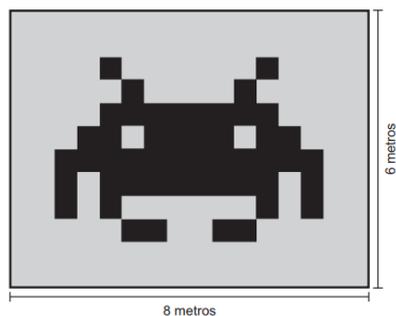


Figura 1

Deseja-se reproduzi-la numa folha de papel retangular com 42 cm de comprimento e 30 cm de altura, deixando livre 3 cm em cada margem, conforme a figura 2.

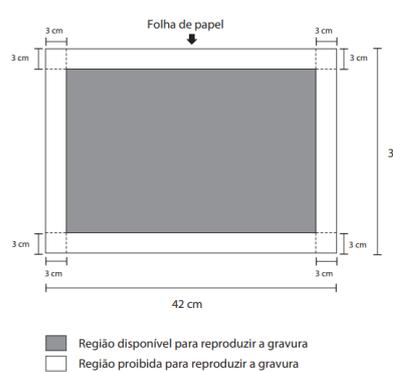


Figura 2

A reprodução da gravura deve ocupar o máximo possível da região disponível, mantendo-se as proporções da Figura 1. A escala da gravura reproduzida na folha de papel é:

- a) 1:3
- b) 1:4
- c) 1:20
- d) 1:25
- e) 1:32

1ª resolução: no primeiro momento, devemos descontar as margens, nos dando uma área disponível de 36cm x 24cm. Realizando a proporção, podemos ver que proporcionalmente, a dimensão da figura 2 é maior. Assim, temos que o maior aproveitamento da área se dá quando ocupamos toda a altura do papel, pois sobrar um pouco na largura. Disto podemos ver que a escala é 1:25. Logo, a resposta correta é o item D.

Nesta resolução foram utilizados os conteúdos de Proporção, Razão, Área, Expressão Numérica. Além disso, pode ser interpretada como uma resolução indireta, visto que são necessárias transformações e noções de escala.

2ª resolução: inicialmente, percebemos que o comprimento da folha de papel é 36 cm, e a largura 24cm. Nesse caso, como vamos relacionar comprimento com comprimento e altura com altura, podemos escrever:

$$36\text{cm} \quad _ \quad 800\text{cm}$$

$$1\text{cm} \quad _ \quad x = 22,2\dots$$

e

$$24\text{cm} \quad _ \quad 600\text{cm}$$

$$1\text{cm} \quad _ \quad y = 25$$

O problema pede para obter a escala máxima para a gravura. Logo, segundo o comprimento do papel, deveríamos diminuir o tamanho da gravura em pouco mais de 22 vezes, e, segundo a altura, deveríamos diminuir o tamanho da gravura em 25 vezes. Então, devemos optar pela redução em que a gravura caiba inteiramente na folha, ou seja, 25 vezes, item D.

Nesta resolução os conteúdos envolvidos foram Regra de Três e Área. Tem interpretação indireta, quando se fazem requeridas noções de escala para chegar ao resultado.

O primeiro problema faz com que o leitor tenha que interpretar seus dados e suas figuras, e ainda, abre a possibilidade de diferentes resoluções. Todavia, como para resolver o problema se faz necessário somente o conteúdo de proporção, ele pode ser caracterizado como um problema fácil.

O segundo problema foi escolhido tendo em vista que sua linguagem é simples, mas, para a interpretação, é necessário ter atenção ao ler e utilizar lógica para resolver. Este problema foi aplicado na prova de candidatos a ingressantes ao ensino médio em 2013 pelo Instituto Federal do Rio Grande do Sul.

É explícito que é possível chegar na resposta mais rápido utilizando a soma dos termos de uma P. G. finita em sua resolução.

Como este problema foi aplicado em alunos de nível fundamental, cabe a menção de que para resolvê-lo, é possível utilizar apenas potenciação e soma, além é claro de muita atenção para não se confundir.

Problema 2: Na primeira hora da tarde, uma pessoa conta um segredo para sua amiga. Na segunda hora da tarde, a amiga conta para mais três amigas. Cada uma dessas três amigas conta o segredo para outras três amigas diferentes, durante a terceira hora da tarde. E assim se sucede até o final da sétima hora da tarde.

Problema 3: Um dos grandes problemas enfrentados nas rodovias brasileiras é o excesso de carga transportada pelos caminhões. Dimensionado para o tráfego dentro dos limites legais de carga, o piso das estradas se deteriora com o peso excessivo dos caminhões. Além disso, o excesso de carga interfere na capacidade de frenagem e no funcionamento da suspensão do veículo, causas frequentes de acidentes.

Ciente dessa responsabilidade e com base na experiência adquirida com pesagens, um caminhoneiro sabe que seu caminhão pode carregar, no máximo, 1.500 telhas ou 1.200 tijolos. Considerando esse caminhão carregado com 900 telhas, quantos tijolos, no máximo, podem ser acrescentados à carga de modo a não ultrapassar a carga máxima do caminhão?

- a) 300 tijolos
- b) 360 tijolos
- c) 400 tijolos
- d) 480 tijolos
- e) 600 tijolos

1ª resolução: no primeiro momento temos que descobrir a porção equivalente a 1 telha e um tijolo. Por regra de 3, foi descoberto que cada telha equivale a 0,0666...% da carga total do caminhão, e que cada tijolo equivale a 0,0833...% da carga total. Como gostaríamos de carregar 900 tijolos, multiplicamos 0,0666...% por 900, totalizando 60% da carga sendo carregada com telhas. Para descobrirmos qual a quantidade de tijolos, basta dividir os 40% restante por 0,0833...%. Logo temos a quantidade de 480 tijolos.

Nesta resolução foi utilizado o conteúdo de Regra de Três, noções de porcentagem, equivalência e números decimais. Devido às transformações, e equivalências, sua interpretação é de resolução indireta.

2ª resolução: podemos efetuar de forma algébrica. Sabendo que cada telha equivale a 1/15% da carga e que os tijolos equivalem a 1/12% da carga, temos a equação

$$900\left(\frac{1}{15}\right)\% + x\left(\frac{1}{12}\right)\% = 100\%$$

Logo $x = 480$

Esta resolução envolve os conteúdos de Porcentagem, Razão, Equação Algébrica e Números Decimais. É uma resolução com interpretação indireta, por causa da necessidade de transformar dados para chegar na resposta.

3ª resolução: considerando a o peso das telhas, e b, o peso dos tijolos, o problema nos diz que 1500a equivale a 1200 b, logo, dividindo a equação por 300 temos:

$$4a=5b$$

assim, descobrimos que 5 telhas(a) equivalem a 4 tijolos(b) e, se já há 900 telhas, ainda faltam 600 para o limite suportado, então:

$$5 \text{ telhas} \text{ --- } 4 \text{ tijolos}$$

$$600 \text{ telhas} \text{ --- } k \text{ tijolos}$$

Resolvendo a regra de três encontramos $k=480$ tijolos

Nesta resolução são envolvidos os conteúdos de Regra de Três, Expressão Algébrica e Equivalência. Pode ser classificada como uma resolução de interpretação indireta, visto que o problema resolve-se a partir de uma equivalência.

4ª resolução: inicialmente vamos retirar os dados do problema, o qual nos diz que um caminhão pode carregar no máximo 1500 telhas ou 1200 tijolos, e que em determinado momento está carregando 900 telhas e deseja completar a sua carga, ao máximo, mas utilizando tijolos.

Carga Máxima

Telhas	Tijolos
1500	1200

Ao retirar os dados do problema podemos verificar que 1500 telhas equivalem a 1200 tijolos, pois as duas quantidades representam a carga máxima do caminhão, o problema pede que determinemos a quantidade de tijolos que será utilizada para completar a carga. Então precisamos determinar a quantos tijolos equivale uma telha, para isto podemos utilizar Regra de Três, da seguinte forma:

Telhas	Tijolos
1500	1200
1	x

$x = \frac{1.1200}{1500} \Rightarrow x = \frac{12}{14} \Rightarrow x = \frac{4}{5}$, ao realizarmos os cálculos vemos que se 1500 telhas equivalem a 1200 tijolos, então uma telha equivale a $\frac{4}{5}$ de tijolo. Agora precisamos determinar quanto ainda falta para a carga atingir a capacidade máxima, assim subtraímos o quanto de carga já possuímos da quantidade máxima, como já temos 900 telhas no caminhão, iremos utilizar a carga máxima de telhas:

$1500 - 900 = 600$ telhas, agora que já temos o número de telhas que ainda faltam na carga, iremos transformá-las em tijolos multiplicando por $\frac{4}{5}$

$600 \cdot \frac{4}{5} = \frac{2400}{5} = 480$ tijolos, ao realizarmos os cálculos obtemos o número de tijolos que devem ser adicionados no caminhão para atingir a capacidade máxima.

Nesta resolução utiliza-se os conteúdos de Equação Algébrica, Equivalência, Expressão Numérica e Números Decimais. Interpreta-se como uma resolução indireta, visto que existem transformações para chegar ao resultado do problema.

5ª resolução: para a resolução deste problema, podemos descrever o peso máximo da carga do caminhão como C . Desta forma, sabendo que para que o mesmo atinja esta lotação são necessários 1200 tijolos ou 1500 telhas, podemos expressar isso como uma equação simples:

$C = 1200x$ e $C = 1500y$, considerando assim x sendo os tijolos e y as telhas

Desta forma, pode-se formar uma 3ª equação, utilizando a equivalência:

$$1200x = 1500y$$

Com isso conseguimos buscar uma fórmula que indica quantas telhas são iguais a 1 tijolo, e vice versa.

$$1200x = 1500y$$

$$y = \frac{1200x}{1500}$$

$$y = \frac{4x}{5}$$

Ou ainda, 1 telha equivale a $\frac{4}{5}$ de tijolo.

Com isso, para resolver o problema, pensa-se novamente na 2ª equação, onde:

$$1500y = C900y + 600y = C$$

Sabe-se que a quantia existente de telha são 900, assim, sobra espaço para mais 600, ou uma quantidade equivalente em peso de telhas.

Com a informação que 1 telha são $\frac{4}{5}$ de tijolo, pensamos em uma equação final, onde:

$$600y = 600 \cdot \frac{4}{5} x \Rightarrow \frac{2400x}{5} \Rightarrow 600y = 480x$$

Por fim, $C = 900y + 600y \Rightarrow C = 900y + 480x$

Ou seja, são necessários 480 tijolos para completar a lotação de um caminhão com 900 telhas.

Nesta resolução envolve-se os conteúdos de Equações Algébricas, Equivalência, Expressões Numéricas e Números Decimais. É interpretada como uma resolução indireta, tendo em vista que utiliza múltiplas equações e equivalências para chegar a resposta.

O terceiro problema é marcado por sua variedade de formas de resolução, todas com diferenciais umas das outras. Pode ser desenvolvido por regra de três, e até por meio de equações algébricas. Devido suas características que envolvem além da interpretação, mais de um conteúdo, e habilidades como pré-requisitos para resolver o problema, ele pode ser classificado como um problema de nível difícil.

Todos os três problemas envolvem certas complexidades e níveis de conhecimentos para serem resolvidos. Cada um tem um diferencial que o faz se tornar um problema fácil, mediano e difícil. Pode-se destacar o terceiro problema devida sua quantidade de resoluções. Todos os problemas podem ser caracterizados como bons problemas, quando fazem uso de habilidades que os alunos dispõem e precisam despertá-las para encontrar a resposta. Para Paulo Abrantes (1989), a definição de um bom problema é uma noção relativa não apenas pelo fato de depender dos conhecimentos prévios que o aluno tem, mas também por outras razões de natureza educativa.

5. Discussão dos resultados

Como visto anteriormente, em um contexto de aulas com resolução de problemas com um caráter investigativo, é de suma importância que os alunos tenham liberdade para explorar suas hipóteses, e além disto, ter capacidade de argumentar sobre o desenvolvimento de suas hipóteses.

Segundo o dicionário Aurélio, argumento é definido por:

“argumento sm. 1. Raciocínio pelo qual se tira uma consequência ou dedução. 2. V. enredo (3). 3. Mat. Variável independente (q. v.). 4. Geom. Anal. Ângulo polar” (FERREIRA, 2000, p. 59).

Tendo em vista o primeiro significado destacado pelo autor, o professor deve ter uma postura que incentiva os alunos a argumentarem sobre suas resoluções, tendo em vista que o processo argumentativo busca justificar uma afirmação, sem necessariamente efetuar a prova em si. Como visto acima, os processos resolutivos de problemas não são iguais, e cabe aos alunos apresentarem de forma concisa seu raciocínio ao professor, e o mesmo deve estar aberto a ouvir e auxiliar o aluno, desta forma, auxiliando os alunos no processo de construção do seu saber.

O Ensino da Matemática, como o Ensino de qualquer outra área do saber deve, em primazia, prezar pela construção de um cidadão consciente, crítico e com plena capacidade de exercer seu papel de cidadão. Neste sentido, Veloso (1998) destaca:

A prática frequente pelos alunos da argumentação, da justificação das próprias afirmações e da procura de uma explicação em defesa das conjecturas que formulam, no decorrer das atividades de investigação, constituem modos válidos para melhorar o seu discurso matemático e as formas de exprimir os seus raciocínios. (p. 360)

Desta forma, podemos ver a importância do argumento para os alunos, não só em âmbito escolar, mas também na sua formação como cidadãos.

6. Considerações Finais

Neste trabalho podemos evidenciar a importância do processo de argumentação na construção de conhecimentos dos alunos. Sabendo que um dos principais objetivos do Ensino da Matemática é formar cidadãos conscientes, críticos e autônomos, é fundamental que os professores consigam incentivar os alunos no que tange a criar, investigar e justificar, através de argumentos sólidos seus pontos de vista e processos resolutivos. Neste sentido, a

metodologia de resolução de problema surge como um meio e uma forma, pois sendo bem aplicada pelo professor, fomenta as competências objetivadas acima.

Desta forma, é fundamental que o professor tenha uma postura dialógica/aberta a escutar, orientar e auxiliar os alunos no seu processo de construção do seu conhecimento. Também é importante que o professor tenha uma postura de incentivador quando o aluno erra, pois neste momento não pode parar de investigar suas hipóteses, e é uma oportunidade do professor retomar conceitos e reforçar conhecimentos.

Por fim, a argumentação é fundamental para a generalização do pensamento, que é uma competência prioritária da Matemática na Escola Básica, porque cada pessoa constrói um processo de abstração segundo seu pensamento, e então a generalização, a representação, a formalização destas ideias somente ocorreram que se o estudante souber argumentar cada etapa do seu pensamento.

7. Referências

ABRANTES, P. (1989). **Um (bom) problema (não) é (só)...** disponível em: <http://www.esv.ipv.pt/mat1Ciclo/COORDENADORES/Materiais%20Coordenad/Textos/Abantes%201989.pdf> <Acessado em 06/08/2020>

AURÉLIO, **O mini dicionário da língua portuguesa**. 4ª edição - Rio de Janeiro, 2002

BONA, A. S. **Aulas Investigativas e a Construção de Conceitos de Matemática**. Curitiba: Editora CRV, 2013.

BONA, A. S. **Espaço de Aprendizagem Digital da Matemática: o aprender a aprender por cooperação**. 2012. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação. Porto Alegre: UFRGS, 2012

BRASIL, MEC, **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**, versão aprovada pelo CNE, dezembro de 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf> Acesso em: 26/08/2020.

ECHEVERRÍA, M. D. P. **A solução de problemas em matemática**. In: POZO, J. I. (org.). **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 44-65.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários a prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 2004.

MORIM, E. **A cabeça bem-feita: repensar a reforma, reformar o pensamento**. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2000

PIAGET, J. **Estudos Sociológicos**. Rio de Janeiro: Forense, 1973

PONTE, J. P. (1992). **Problemas de matemática e situações da vida real**. *Revista de Educação*, 2(2), 95-108

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3. Ed. Belo Horizonte: Autentica, 2013

RODRIGUES, A; MAGALHÃES, S. **A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA: diagnosticando a prática pedagógica**. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/setembro2012/matematica_artigos/artigo_rodrigues_magalhaes.pdf. Acesso em <06/08/2020>

SANTOS, L; PONTE, J. P. (2002). **A prática lectiva como atividade de resolução de problemas: Um estudo com três professoras do ensino secundário**. *Quadrante*, 11(2), 29-54

SOARES, M. T. C. PINTO, N. B. **METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**. Disponível em: http://www.ufrjr.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_24/metodologia.pdf, (2001) < acesso em 06/08/2020 >

SPERAFICO, Y. L. S. S; GOLBERT, C. S. **REFLETINDO SOBRE OS ERROS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO EQUAÇÕES ALGÉBRICAS DO 1º GRAU: UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL**. Disponível em : https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2011/5291_2797.pdf. Acesso em <06/08/2020>

VELOSO, E. (1998). **Formalização. Em: Geometria – Temas Actuais**. Instituto de Inovação Educacional, Lisboa, Portugal. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/03/MC02128926734.pdf> < acesso em 06/08/2020 >