VIII Jornada Nacional de EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
XXI Jornada Regional de EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
Educação Matemática: identidade em tempos de mudança
06 a 08 de maio de 2020
UPF

# UMA ANÁLISE DE TEOREMAS EM AÇÃO NA RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS ENVOLVENDO FRAÇÕES

*Júlio Veloso dos Santos*
*SED – MS, Secretaria de Estado de Educação de Mato Grosso do Sul*
*julio.11216@edutec.sed.ms.gov.br*

**Eixo Temático:** E3 – Pesquisa em Educação Matemática

**Modalidade:** Comunicação Científica (CC)

**Resumo**

Neste texto será investigada a produção de Teorema em ação, uma das bases dos Invariantes Operatórios, presentes na Teoria dos campos conceituais de Gerard Vergnaud (1996). A investigação foi realizada com estudantes do primeiro ano do ensino médio em uma escola pública da rede Estadual de Mato Grosso do Sul. A investigação consiste na proposta de uma atividade envolvendo números racionais representados na forma de fração, para as análises foi considerado alguns conceitos e características do conjunto dos números racionais, já destacado por alguns autores em outros trabalhos. É importante salientar que o objetivo não estava em verificar se o estudante resolveu corretamente ou não e sim, identificar os teoremas em ação produzidos no desenvolvimento das atividades classificando-os como Teorema em ação verdadeiro ou falso.

**Palavras-chave:** Teoremas em ação. Ensino médio. Didática Matemática. Teoria dos Campos Conceituais.

## 1 Introdução

Na educação básica o ensino de números racionais se inicia no quinto ano do ensino fundamental. É importante salientar que esses números normalmente são abordados sobre mais de uma representação (representação decimal, representação fracionária, representações geométricas). É nessa etapa de ensino que se consolida o conceito das quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão). No quinto ano o estudante começa o processo de comparação dessas razões, até então seu conceito de comparação era restrito ao conjunto dos números naturais.

Nos anos seguintes, além das operações trabalhadas no quinto ano são apresentados ao estudante mais dois novos conceitos, a potenciação e radiciação. Nessa nova etapa, conhecida como ensino fundamental II, há um aprofundamento, porém, sem muita ênfase sobre as várias representações e significados (sentido construído por meio do significante[1]) que envolvem os números racionais. Muitas vezes o estudante não compreende o que está sendo proposto, e dessa forma ele mobiliza alguns esquemas, conceitos pessoais, que vão resultar em teoremas formulados pelos estudantes.

Tomando como base principal elementos da Teoria dos Campos Conceituais – TCC de Gerard Vergnaud (1996), foi aplicada uma atividade em duas turmas do primeiro ano do ensino médio em uma escola estadual de Mato Grosso do Sul, na cidade de Campo Grande, com o objetivo de analisar as respostas desses estudantes, identificando quais teoremas em ação foram produzidos.

O objetivo não é evidenciar as respostas dos estudantes como corretas ou incorretas, e sim, destacar os Teoremas em ação mobilizados pelos mesmos durante a aplicação dos exercícios, já que estes podem ser verdadeiros ou falsos. A escolha por abordar operações com números racionais na forma de fração deve-se ao fato de verificar grandes dificuldades dos estudantes que chegam ao ensino médio em relação a esses conceitos.

## 2 A teoria dos campos conceituais e os números racionais na forma de fração

A teoria dos campos conceituais proposta por Gerard Vergnaud (1996) é uma teoria cognitivista que estuda o desenvolvimento da aprendizagem de competências complexas. Esta teoria propõe que o desenvolvimento cognitivo está na conceitualização e que a interação social e a representação são importantes para a compreensão dos processos de aprendizagem.

Esta teoria possui alguns elementos considerados chaves (Campos Conceituais, Conceitos, Situação, Esquemas e Invariantes operatórios). Nesse texto descreverei brevemente algumas características do conjunto dos números racionais, evidenciando a representação forma

[1] Significante é um símbolo, uma representação, uma palavra, “um objeto”, etc.

de fracionária e também sobre teoremas em ação, uma das bases importantes nos Invariantes operatórios.

Segundo Vergnaud (1996), campo conceitual é um conjunto de diferentes problemas, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações do pensamento entrelaçados durante o processo de aquisição do conhecimento, processo esse que não é imediato, desenvolvendo ao longo de um período de tempo e a partir da interação adaptativa do sujeito com as situações que vivencia. Vergnaud (1996), ainda destaca o campo conceitual das estruturas aditivas e das estruturas multiplicativas, que não serão detalhados nessa pesquisa.

Vergnaud (1996) define conceito como sendo um conjunto de três elementos, $C = (S, I, R)$ ou $C = (S, I, L)$, sendo que:

• S é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito; um conceito torna-se significativo se há uma diversidade de situações que atribuem algum sentido a esse conceito.

• I é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações);

• R é um conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.);

Para Vergnaud (1996), as situações é que são responsáveis por atribuir sentido ao conceito, através dos esquemas (organização invariante da conduta do sujeito quando ele se depara com uma determinada classe de situações) evocados no sujeito (é no esquema que se deve pesquisar a produção de conhecimento em ação produzido pelo sujeito). Como parte dos esquemas aparece os invariantes operatórios (conceito em ação e teorema em ação).

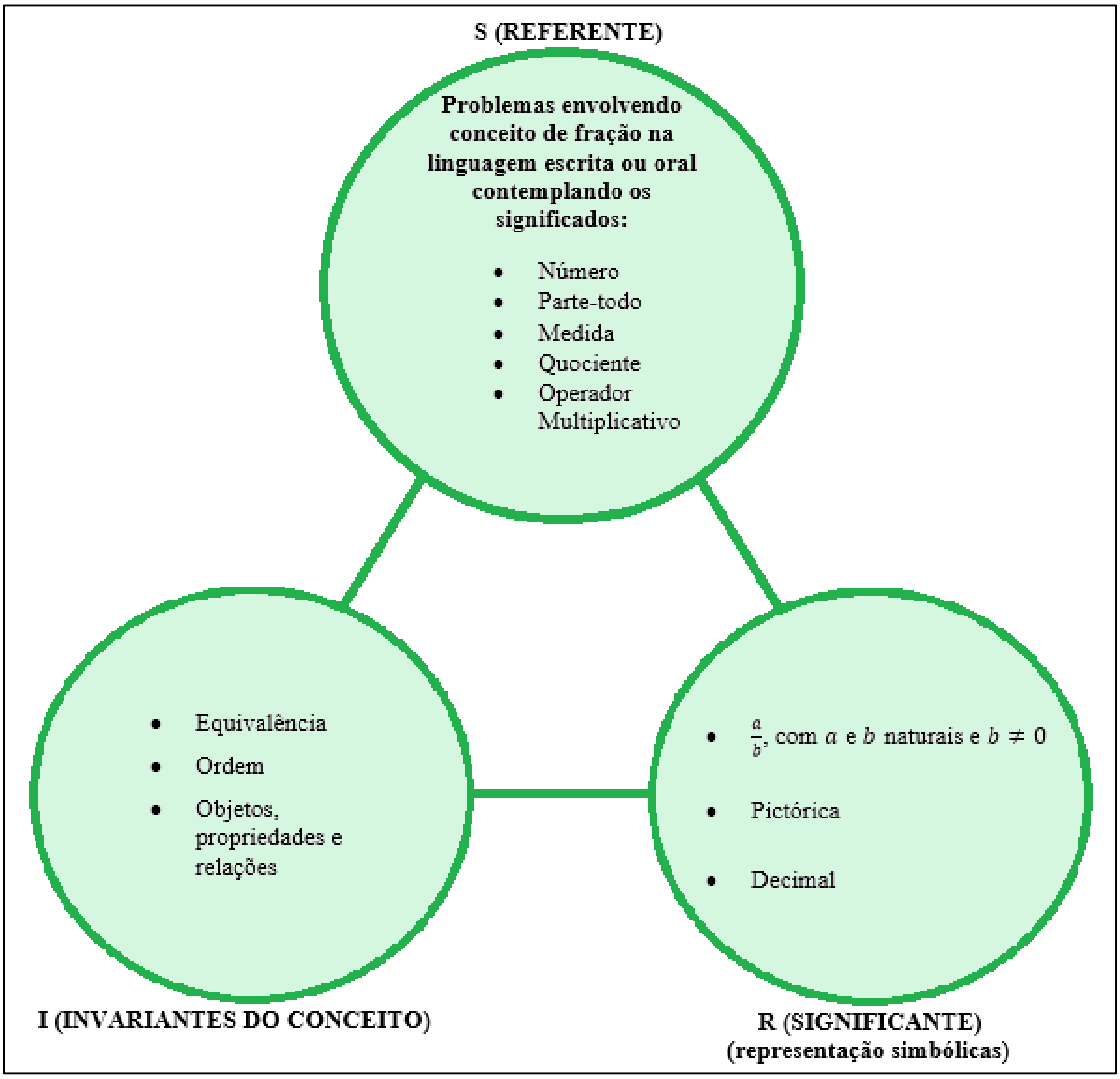
Conceito-em-ação é um objeto, um predicado, ou uma categoria de pensamento tida como pertinente, relevante. Apesar de possuir grande quantidade de conceitos disponíveis, o sujeito seleciona uma pequena parte em suas ações, podendo ser ou não adequados.

Teorema em ação é uma proposição formulada pelo sujeito com a finalidade de resolver um problema proposto, muitas vezes esse teorema aparece de forma intuitiva, portanto ele pode ser verdadeiro ou falso. Essas proposições permanecem implícita na maioria das vezes, podendo se tornar explicitas nas ações do sujeito.

Assim posso destacar que ao resolver uma atividade o estudante formula uma proposição com a finalidade de resolve-lo. Essa formulação é comparada a um teorema gerado pelo estudantes com suas interpretações sobre aquele determinado assunto, assim é possível classificar essa proposição formulada como verdadeira (aquilo que o professor almeja, respeitando as regras e os conhecimentos referentes a tal conteúdo) ou falsa (uma proposição que contraria teoremas matemáticos já provados).

Santos (2005, p.38) apresenta um quadro enquadrando o estudo de frações na teoria dos campos conceituais, tomando como base as estruturas multiplicativas:

**Figura 1** – Enquadramento da teoria dos campos conceituais ao conceito de frações




**Fonte**: SANTOS (2005), pág. 38.

É possível observar na imagem que as Situações (Referente na imagem) nos apresenta um conjunto de situações onde podemos conceituar fração. Vale lembrar que um conceito torna-se significativo se há uma diversidade de situações onde é possível atribuir algum sentido a esse conceito.

Com relação aos invariantes do conceito, Vergnaud (1996) define que aqui é possível observar as propriedades e relações dos objetos. O conjunto dos números racionais ele possui uma ordem, uma relação de equivalência, além de propriedades operatórias. Por fim no significante, é importante destacar que esse conjunto possui diferentes representações, Santos destaca as mais usuais (Como um número racional, pictórica, decimal).

David (1997) apresenta várias ideias relacionadas à representação fracionária, porém a autora ressalta que é importante que todas essas ideias relacionadas à mesma representação sejam trabalhadas, desde os anos iniciais, pois, dessa forma o estudante não fica condicionado a uma representação restrita.

Santos (2005), descreve as ideias básicas dos cinco significados[2] que devem ser considerados no ensino e aprendizagem das frações: Número, Parte-todo, Medida, Quociente e Operador multiplicativo. O autor ainda realiza um levantamento histórico e documental sobre a representação de fração, ressaltando que "o papel do professor é imprescindível nesse processo, pois cabe a ele a cuidadosa escolha de situações que possibilitem a coordenação desses aspectos." (2005, p.97).

## 3 Desenvolvimento e análise da pesquisa

A escola onde desenvolvi a pesquisa oferece apenas o ensino médio, dessa forma a clientela do primeiro ano é praticamente formada por novos estudantes, que acabaram de concluir o ensino fundamental em outra escola, seja ela municipal, estadual ou da rede privada. Assim para estes estudantes ocasionalmente é aplicado uma pequena lista diagnóstica, contendo conceitos básicos do ensino fundamental.

A avaliação em questão foi composta de cinco exercícios, a intenção inicial era realizar um diagnóstico com os estudantes que estavam ingressando no Ensino Médio. Assim foram elaborados exercícios que contemplassem os conteúdos sobre números racionais na forma de fração, conceito de multiplicação simples e potenciação.

O primeiro exercícios trabalhava as operações de dois números racionais na forma de fração (soma, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação), o segundo exercício trabalhava com a comparação de dois números racionais em forma de fração e a opinião dos estudantes, o terceiro era a realização de um produto de dois números naturais, o quarto exercício era a interpretação e resolução de um problema envolvendo números racionais, e o quinto para resolver algumas potenciações.

[2] O autor cita que essas ideias são referentes aos estudos Kieren (1988) e Nunes et al. (2003).

É importante ressaltar que no dia da realização da atividade, era o primeiro dia letivo do ano de 2020, muitos estudantes justificaram que não lembravam desses conteúdo. A atividade foi aplicada em duas turmas, totalizando 64 estudantes participantes. Na análise será priorizado a mobilização de Teorema em ação, e tentarei identificar esses teoremas através das respostas dos estudantes e para isso representarei na forma de tabela os resultados evidenciados nas respostas.

Em minhas análises irei observar os exercícios 1, 2 e 4, pois os mesmos estão trabalhando o conceito de número racional na forma de fração. Os exercícios 3 e cinco fazem parte de uma outra análise, não contemplada nesse trabalho atual. A seguir temos a imagem do primeiro exercício da avaliação:

**Figura 2** – Exercício 1 na atividade proposta

1) Resolva as operações abaixo:

a. $\frac{3}{7}+\frac{2}{5}$

b. $\frac{7}{9}-\frac{1}{3}$

c. $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4}$

d. $\frac{1}{5}:\frac{2}{7}$

e. $\left(\frac{2}{3}\right)^3$

f. $\sqrt{\frac{4}{9}}$

**Fonte**: Do autor

Para analisar o primeiro exercício optei por separar em três blocos, o primeiro composto pelas letras “a” e “b”, o segundo composto pelas letras “c” e “d” e o último composto pelas letras “e” e “f”. O motivo dessa separação se deu ao encontrar um livro didático na biblioteca da escola o livro Matemática e Realidade de Iezzi (2005), de um PNLD já sem vigência[3]. Nesse livro assim como citei no parágrafo anterior o autor trás as operações divididas em blocos, que são apresentados após ele conceituar frações.

O motivo de tal pesquisa nesse livro era identificar Teoremas em ação verdadeiros, trazidos pelo autor, e assim verificar se algum estudante mobilizou os Teoremas. Assim utilizo esse autor para identificar os e classificar os resultados dos estudantes em possíveis Teoremas em ação, que podem ser verdadeiros ou falsos.

Ao olhar para o primeiro bloco, Iezzi (2005) apresenta como proposições para adição de fração com mesmo denominador que “A soma de frações com denominadores iguais é uma fração cujo denominador é igual ao das parcelas e cujo numerador é a soma dos numeradores

[3] Como nessa escola não há Ensino Fundamental, apenas encontrei esse livro disponível.

das parcelas" para a subtração o autor apresenta definição semelhante, porém o numerador passa a ser "a subtração do numerador das parcelas". (2005, p.173)

Quando os denominadores são diferentes a proposição passa a ser "Quando vamos somar ou subtrair frações que têm denominadores diferentes, devemos primeiro reduzi-las ao mesmo denominador". Para Iezzi é possível destacar os seguintes Teoremas em ação verdadeiros. Com denominadores iguais temos: $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$ e $\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$. Com denominadores diferentes temos $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$ e $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$.

Com relação ao segundo bloco, Iezzi (2005) apresenta a seguinte proposição para a multiplicação de duas frações "O produto de duas frações é uma fração cujo numerador é o produto dos numeradores e cujo denominador é o produto dos denominadores" (2005, p.179). Logo podemos representar esse Teorema em ação da seguinte forma: $\frac{a}{b}.\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$.

Já na divisão, Iezzi (2005) apresenta a proposição "O quociente de uma fração por outra é igual ao produto da primeira pelo inverso da segunda" (2005, p.184). Podemos representar esse Teorema em ação da seguinte forma: $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}.\frac{d}{c}\frac{ad}{bc}$.

No terceiro bloco foi destacado a potenciação e radiciação, Iezzi (2005) apresenta a seguinte proposição para potenciação: "Para elevar uma fração a um dado expoente, devemos o numerador e o denominador a esse expoente" (2005, p.187). Podemos representar esse Teorema da seguinte forma $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}=\underbrace{\frac{a}{b}.\frac{a}{b}.\ldots.\frac{a}{b}}_{n\ vezes}$. Já com relação a radiciação o autor não nos apresenta uma preposição, assim irei levar em consideração o seguinte Teorema em ação como verdadeiro "Para extrair a raiz quadrada de uma fração, extraímos a raiz quadrada do numerador e do denominador." Esse Teorema é válido obviamente para casos em que temos raízes quadradas, assim como no nosso exercício. Representamos esse Teorema da seguinte forma: $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Parisoto (2013) destaca que:

> Um conceito-em-ação não é inteiramente um conceito, nem um teorema-em-ação é um teorema. Na ciência os conceitos e teoremas são explícitos e se pode discutir sua permanência e validade. Isto não ocorre necessariamente para os invariantes operatórios. Geralmente, estes são implícitos e pode ser difícil explicitá-los. ( PARISOTO, 2013, p. 114)

Assim ao analisar as respostas produzidas pelos estudantes estou tentando explicitar o seu pensamento implícito no momento da resolução do exercício. Assim pode ser que o Teorema em ação que identifiquei pode não corresponder ao que ele realmente pensava naquele momento, porém se repetirmos o exercícios com mais opções esse pensamento implícito pode ser mais fácil explicitado.

Abaixo apresento as tabelas 1, 2 e 3 que representam a identificação dos Teoremas em ação produzidos. Ao final de cada tabela irei tecer comentário acerca dos Teoremas em ação falsos que mais apareceram. Há visto que os verdadeiros foram explicitados anteriormente.

**Tabela 1** – Análise do primeiro exercício – Primeiro bloco

| Item | Respostas | Possíveis Teoremas em ação | Verdadeiro ou Falso |
|---|---|---|---|
| a. $\frac{3}{7}+\frac{2}{5}$ | - Dois estudantes apresentaram respostas únicas, porém não foi possível identificar o Teorema em Ação[4] utilizado por eles;<br><br>- Dezesseis estudantes não resolveram;<br><br>- Trinta e cinco estudantes resolveram utilizando o Teorema em ação I, apresentado ao lado;<br><br>- Seis estudantes formularam o Teorema em ação II, apresentado ao lado;<br><br>- Cinco estudantes formularam o Teorema em ação III apresentado ao lado; | Teorema em ação I: $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$<br><br>Teorema em ação II: $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a.d+c.b}{b.d}=ad+bd$<br><br>Teorema em ação III: $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a.d+c.b}{b.d}$ | Teorema em ação **Falso**<br><br>Teorema em ação **Falso**<br><br>Teorema em ação **Verdadeiro** |
| b. $\frac{7}{9}-\frac{1}{3}$ | - Dezesseis estudantes não resolveram;<br><br>- Trinta e três estudantes resolveram utilizando o Teorema em ação I apresentado ao lado;<br><br>- Nove estudantes resolveram utilizando o Teorema em ação II, apresentado ao lado;<br><br>- Seis estudantes resolveram utilizando o Teorema em ação III, apresentado ao lado | Teorema em ação I: $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a-c}{b-d}$<br><br>Teorema em ação II: $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=(b+d)-(a+c)$<br><br>Teorema em ação III: $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$ | Teorema em ação **Falso**<br><br>Teorema em ação **Falso**<br><br>Teorema em ação **Verdadeiro** |

**Fonte**: Do autor.

Com relação a adição, podemos observar que trinta e cinco estudantes produziram um Teorema em ação falso. Sendo assim é importante destacar tal teorema $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$. Para esses estudantes basta somar o numerador de uma ao numerador da outra e o denominador de uma ao denominador da outra.

Com relação a subtração de duas frações, trinta e três estudantes produziram um Teorema em ação falso, ao qual destaco aqui $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a-c}{b-d}$. Assim como na adição, para esses

[4] As respostas foram diretas, não podendo ser identificado o Teorema em ação utilizado. A resposta de um dos estudantes era “16” e do outro “57”

estudantes em uma subtração de duas frações devemos subtrair o numerador de uma pelo numerador da outra e o denominador de uma pelo denominador da outra.

Como a grande maioria possui institucionalizada um Teorema em ação falso, tanto em relação a adição quanto a subtração é necessário retomar a adição e subtração de números racionais na forma de fração. Esse produção de Teorema em ação falso pode ocorrer por vários motivos, um deles pode ser a confusão das operações de adição e subtração com a multiplicação de frações.

A seguir apresentamos os resultados do segundo bloco:

**Tabela 2** – Análise do primeiro exercício – Segundo bloco

| Item | Respostas | Possíveis Teoremas em ação | Verdadeiro ou Falso |
|---|---|---|---|
| c. $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4}$ | - Dezoito estudantes não responderam;<br><br>- Dezoito estudantes formularam o Teorema em ação I, apresentado ao lado;<br><br>- Quatro estudantes formularam o Teorema em ação II, apresentado ao lado<br><br>- Vinte e quatro estudantes formularam o Teorema em ação III, apresentado ao lado; | Teoremas em ação I $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a\,.\,d}{b\,.\,c}$<br><br>Teoremas em ação II $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = a.b.c.d$<br><br>Teoremas em ação III $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a\,.\,c}{b\,.\,d}$ | Teorema em ação **Falso**<br><br>Teorema em ação **Falso**<br><br>Teorema em ação **Verdadeiro** |
| d. $\frac{1}{5} : \frac{2}{7}$ | - Cinco estudantes formularam o Teorema em ação I, apresentado ao lado;<br><br>- Seis estudantes formularam o Teorema em ação II, apresentado ao lado;<br><br>- Nove estudantes formularam o Teorema em ação III, apresentado ao lado;<br><br>- Dez estudantes responderam, porém não foi possível identificar Teorema em ação[5];<br><br>- Trinta e quatro estudantes não responderam | Teoremas em ação I: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{d : a}{b : c}$<br><br>Teoremas em ação II: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a\,.\,c}{b\,.\,d}$<br><br>Teoremas em ação III: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a\,.\,d}{b\,.\,c}$ | Teorema em ação **Falso**<br><br>Teorema em ação **Falso**<br><br>Teorema em ação **Verdadeiro** |

**Fonte**: Do autor.

Ao analisarmos esse segundo bloco, podemos observar que boa parte dos estudantes conseguem resolver uma multiplicação entre frações. Destaco aqui o Teorema em ação falso que apareceu com mais incidência $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a\,.\,d}{b\,.\,c}$. Podemos notar que o procedimento adotado por esses estudantes foi semelhante ao adotado na resolução de uma equação.

Ao analisarmos as respostas apresentadas no item “d” a maioria dos estudantes não conseguiu expressar nenhuma respostas e das respostas apresentadas apenas nove estudantes

[5] Novamente foram encontradas respostas aleatórias, como por exemplo $\frac{1}{19}$, 51, 19, etc.

formularam de forma explicita o Teorema em ação verdadeiro que era esperado. Dos Teoremas em ação falso destaco $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a\,.c}{b\,.d}$ .

É importante observar que nesse bloco as dificuldades dos estudantes aumentaram significativamente, a maioria deles não sabem resolver uma multiplicação de fração. Com relação a divisão a situação é ainda mais crítica, muitos estudantes sequer responderam a questão. Aqui é necessário uma intervenção urgente, visando que o estudante institucionalize o Teorema em ação verdadeiro.

**Tabela 3** – Análise do primeiro exercício – Terceiro bloco

| Item | Respostas | Possíveis Teoremas em ação | Verdadeiro ou Falso |
|---|---|---|---|
| e. $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ | - Doze estudantes formularam o Teorema em ação I; | Teoremas em ação I: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a\,.\,n}{b\,.\,n}$ | Teorema em ação **Falso** |
| | - Cinco estudantes formularam o Teorema em ação II; | Teoremas em ação II: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{b}{a}\left(\underbrace{\frac{a}{b}\,.\,\cdots\,.\,\frac{a}{b}}_{n\ vezes}\right)$ | Teorema em ação **Falso** |
| | - Quatorze estudantes formularam o Teorema em ação III; | Teoremas em ação III: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} = \underbrace{\frac{a}{b}\,.\,\frac{a}{b}\,.\cdots.\,\frac{a}{b}}_{n\ vezes}$ | Teorema em ação **Verdadeiro** |
| | - Trinta e três estudantes não responderam; | | |
| f. $\sqrt{\frac{4}{9}}$ | - Dois estudantes formularam o Teorema em ação I, apresentado ao lado; | Teoremas em ação I: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{b}{2}}$ | Teorema em ação **Falso** |
| | - Dezessete estudantes formularam o Teorema em ação II, apresentado ao lado; | Teoremas em ação II: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ | Teorema em ação **Verdadeiro** |
| | - Quarenta e cinco estudantes não responderam ao item; | | |

**Fonte**: Do autor.

No terceiro bloco, ao analisarmos o item “e”, dezessete estudantes formularam Teoremas em ação falsos. Sendo que doze deles formularam o seguinte Teorema em ação: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a\,.n}{b\,.n}$. Porém um grande números de estudantes não responderam a este item. O item “f” apresentou o menor índice de respostas até aqui. Dezenove estudantes apresentaram respostas a este item, e somente dois estudantes apresentaram o seguinte teorema em ação falso: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{b}{2}}$.

O segundo exercício era uma comparação entre duas frações, o objetivo era verificar a formulação de Teoremas em ação que permitissem ao estudante o ato de comparação.

Utilizando as definições apresentadas por Iezzi (2005), nosso Teorema em ação verdadeiro será o seguinte: “Quando comparamos frações com numeradores e denominadores diferentes, devemos primeiramente reduzi-las ao mesmo denominador”.

Ou seja é esperado que o estudante escreva duas novas frações equivalentes as primeiras, porém essas duas novas frações ficaram com um denominador comum, assim bastaria comparar os numeradores, utilizando os símbolos $<, >$ ou $=$. Abaixo segue a imagem do exercício:

**Figura 3** – Exercício 2 na atividade proposta

2) A comparação $\frac{2}{3} > \frac{14}{25}$ é realmente verdadeira? Justifique sua resposta.

________________________________________________

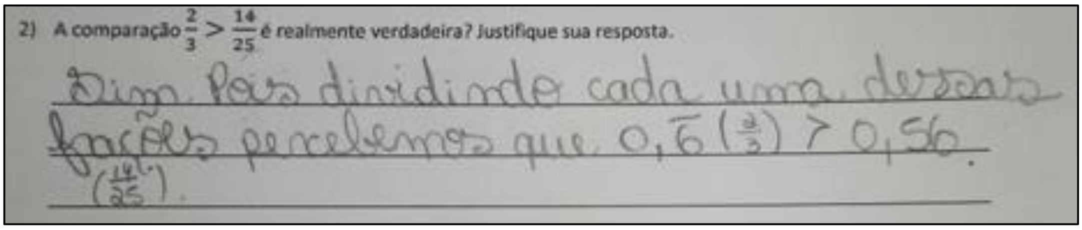
________________________________________________

________________________________________________

**Fonte**: Do autor

Nesse exercícios apenas quarenta estudantes responderam. Dos que concordavam com a comparação obtive apenas dezesseis respostas, das quais doze estudantes apenas concordaram com a comparação apresentando a resposta “Sim”. Quatro estudantes apresentaram respostas justificadas, onde três deles realizaram uma mudança de representação (mudaram a representação do número racional da forma de fração para a forma decimal, comparando após as casas decimais uma a uma). Conforme imagem abaixo:

**Figura 4** – Resposta que surgiu na atividade 2


2) A comparação $\frac{2}{3} > \frac{14}{25}$ é realmente verdadeira? Justifique sua resposta.
Sim. Pois dividindo cada uma dessas frações percebemos que $0,\overline{6}$ $(\frac{2}{3}) > 0,56$ $(\frac{14}{25})$.

**Fonte**: Do autor

Um estudante preferiu escrever novas frações equivalentes a primeiras, porém com um denominador comum entre as duas, assim o estudante comparou os numeradores dessas novas frações concluindo que a comparação proposta é verdadeira, assim como era esperado de acordo com a definição de Iezzi (2005).

Dos vinte e um estudantes que discordaram da comparação, dois deles disseram que essas duas frações não podem estar em uma mesma sequência, então elas não pode ser comparadas. Nove estudantes realizaram o mesmo procedimento dos três estudantes que concordaram com a afirmação, ou seja, transformaram as frações em decimais. Porém ao realizar a comparação, esses estudantes afirmaram que a desigualdade deveria ser $0,\overline{6} < 0,56$.

Nesse caso podemos observar que eles não realizaram a comparação de casas uma a uma, pensando que $0{,}666\ldots$ é apenas $0{,}6$ sendo menor que $0{,}56$. O restante dos estudantes que discordaram, apenas afirmaram em suas respostas que a comparação está com o sinal invertido por dois terços é menor que quatorze vinte e cinco avos.

Ao analisar as respostas do exercício quatro, é possível verificar em seu enunciado muitas possibilidades de formulações de Teoremas em ação verdadeiros para sua resolução. Abaixo segue a imagem do quarto exercício:

**Figura 5** – Exercício 4 na atividade proposta

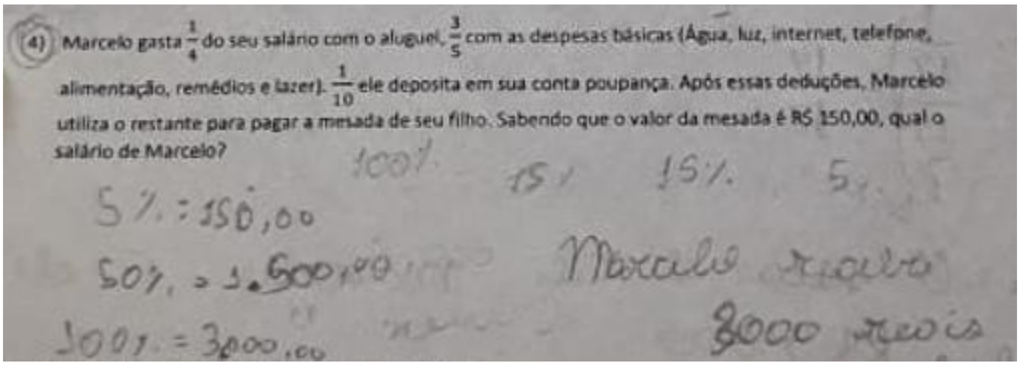
4) Marcelo gasta $\frac{1}{4}$ do seu salário com o aluguel, $\frac{3}{5}$ com as despesas básicas (Água, luz, internet, telefone, alimentação, remédios e lazer). $\frac{1}{10}$ ele deposita em sua conta poupança. Após essas deduções, Marcelo utiliza o restante para pagar a mesada de seu filho. Sabendo que o valor da mesada é R$ 150,00, qual o salário de Marcelo?

**Fonte**: Do autor

Cinquenta e dois estudantes não responderam a questão. Dos doze estudantes que realizaram tentativa de resolução, onze deles realizaram cálculos aleatórios, ficando impossível a identificação de qualquer Teorema em ação. Um estudante optou por alterar a representação dos números racionais da forma de frações para forma de percentual.

Assim ele conclui que as descrições citadas no problema somavam 95%, ou seja os R$150,00 equivale a 5%. Dessa forma ele multiplicou por dez ambos os valores (percentual e R$), obtendo que 50% equivale a R$1500,00. Após ele simplesmente multiplicou por 2, concluindo que Marcelo tinha inicialmente R$ 3000,00. Conforme podemos verificar na imagem abaixo:

**Figura 6** – Resposta que surgiu na atividade 4




**Fonte**: Do autor

## 4 Considerações Finais

Embasado na Teoria dos Campos Conceituais, mais precisamente nos Teoremas em ação identificados nas respostas dos estudantes, foi possível verificar uma grande produção de Teorema em ação falso. Apesar dos exercícios apresentados serem do nível do sexto ano do ensino fundamental, houve uma grande dificuldade de resolução por parte dos estudantes participantes.

Em relação ao primeiro exercício, uma das possíveis causas para o grande número de teoremas em ação falsos produzidos no bloco I, pode estar relacionado ao fato do estudante não enxergar os elementos da fração (numerador e denominador) como representação de um único número, dessa forma ele acaba operando numerador com numerador e denominador com denominador.

No segundo bloco, houve um número grande de estudantes que resolveram a multiplicação como uma comparação de frações equivalentes. Já na divisão, alguns estudantes repetiram o teorema em ação praticado na multiplicação, porém dividindo numerador por numerador e denominador por denominador. A quantidade de estudantes que não responderam ao item correspondente a divisão foi a maior entre as quatro operações básicas.

No terceiro bloco, no que se refere a potenciação, foram produzidos dois Teoremas em ação falso, sendo possível identificar que o estudante entende que basta multiplicar a base pelo expoente, ou ainda multiplicar a fração inversa por n vezes a fração original. No Teorema em ação verdadeiro, aparentemente o estudante compreendeu que o expoente está indicando quantas vezes a base é produto dela própria.

Na radiciação percebesse que muitos estudantes não responderam ao item. Das respostas que surgiram, um dos Teoremas em ação leva a crer que o estudante compreendeu que ao extrair uma raiz basta dividir o número por dois, isso pode ter acontecido por uma experiência de extrair a $\sqrt{4}$ e após verificar a correção do professor seu Teorema em ação falso havia funcionado, pois na correção o professor colocou como correta sua resposta. Situações como essa pode causar a institucionalização de um Teorema em ação falso.

No segundo exercício, foi possível notar que muitos estudantes não sabem diferenciar um símbolo de comparação (maior e menor), alguns estudantes ao mudarem a representação não igualam as casas decimais para fazer as suas comparações, cometendo assim erros. Como a atividade foi aplicada por um professor voluntário, o surgimento dessa nova representação pode ter acontecido devido ao uso de calculadora, ou por uma divisão simples.

No quarto exercício, muitos estudantes não responderam. A maioria dos que responderam realizaram cálculos aleatórios (soma, multiplicações, divisões, tudo sem uma sequência definida). O único estudante que resolveu podemos entender que ele primeiramente mudou para a representação decimal e em seguida usou os conhecimento de porcentagem verificando que o salário total 100% podia ser facilmente encontrado, uma vez que os gastos descritos equivaliam a 95% do seu salário, e o valor de 5% estava descrito no enunciado.

É possível verificar que traçamos os Teoremas em ação verdadeiros embasados em Iezzi (2005). Assim ao analisar as resposta dos estudantes procurei através de suas respostas identificar os pensamentos implícitos utilizados na resolução da atividade proposta, explicitando em forma de Teoremas em ação (verdadeiros ou falsos). Infelizmente não foi possível aplicar uma lista de contraprova, para verificar se realmente os teoremas que aqui explicitei realmente corresponde a proposição interiorizada e quem sabe até institucionalizada por esses estudantes.

## 5 Referências

DAVID, M.M.S.; FONSECA, M.C.F.R. **Sobre o conceito de número racional e a representação fracionária**. Belo Horizonte, Presença Pedagógica, v.3, n.14, mar/abr. 1997

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A.; **Matemática e realidade:** 5ª série. 4ª Ed. 6ª Reim São Paulo: Atual, 2005.

MERLINI, V. L.; **O conceito de fração em seus diferentes significados:** um estudo diagnóstico com estudantes de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental. 2005. 238 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

PARISOTO, M. F.; MOREIRA, M. A.; MORO,J. T. Teoremas-em-ação e Conceitos-em-ação na Física aplicada à Medicina. **Ensino, Saúde e Ambiente**, v. 6, n. 3, p.114-128, Dez. 2013

SANTOS, A.; **O conceito de fração em seus diferentes significados:** Um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no ensino fundamental. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

VERGNAUD (1996), G.; A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, Jean (dir.). **Didática das matemáticas**. Trad. Maria José Figueiredo. Lisboa: INSTITUTO PIAGET, 1996, p. 155–191.

_____________ . **O que é aprender?** In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Org). A aprendizagem Matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais. Editora CRV, Curitiba, 2009.