MATEMÁTICA E FILOSOFIA: INFINITO – ÁPEIRON

Marelice Aparecida Bonato
CEPACS-PR
marelice.bonato@gmail.com

Ademir Basso
CEPACS-PR/FAMA-PR
ademir_basso@yahoo.com.br

Eixo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Modalidade: Pôster (PO)

Resumo

Este pôster mostra uma pequena reflexão teórica dos autores que buscam relacionar a matemática com outras ciências, neste caso, com a filosofia, objetivando tornar o ensino-aprendizagem de matemática o mais interessante e divertido possível. Aqui, a relação da matemática com a filosofia se concentra na ideia do infinito que para a filosofia denomina-se ápeiron. Para além da comparação de nomenclatura, mostra sua utilização nas canções, nas poesias, ou seja, na literatura romântica. Ainda, aborda a ideia de seu uso cotidiano como expressão do incontável, do enorme, inalcançável e também no uso cotidiano onde inúmeros indivíduos o utilizarem em seus corpos na forma de tatuagem para homenagear as pessoas que lhes são próximas, amadas. Por fim, traz um exemplo comparado com a realidade onde um hotel de infinitos quartos acolhe um número também infinito de hóspedes que necessitam descansar. Uma conclusão prévia de que a matemática é a ciência que permeia todas as outras ciências/disciplinas e corrobora para que elas sejam ciência, pois prova com números dando respaldo científico para todas.

Palavras-chave: Matemática. Filosofia. Infinito. Ápeiron.

1 O infinito ou Ápeiron

Ah, o infinito, quantas discussões foram realizadas a partir da ideia dele, quantas poesias de amor foram criadas por corações eternamente apaixonados, tais como “o verbo no infinito” de Vinicius de Moraes, em um trecho há: “E esquecer de tudo ao vir um novo amor. E viver esse amor até morrer. E ir conjugar o verbo no infinito...” Ou o poema de Marco Paschoal intitulado “Amor In finito”, nele o poeta fala: “Lembra aquele Amor, de ontem, Infinito? Foi só ver outro hoje, que o de ontem, finito foi-se!”. Só para citar alguns, pois a literatura está repleta de exemplos de que o infinito, a tempos, ocupa a mente humana.

Corroborando com a discussão Moreira (2011), afirma que a matemática possui uma ligação bastante forte com as relações humanas e, portanto, com o amor. Segundo este autor, as relações entre os seres humanos, sejam elas de amor ou não, seguem uma matemática bastante interessante. Ele diz, por exemplo, que há relações onde ½ + ½ = ½ (busca da cara metade). Outra relação é a tipo 1 + ½ = 1, (dominação versus submissão). Há a do tipo 1 + 1 = 1 (um deles domina a relação "apagando" o outro). Moreira diz que há ainda a relação 1 + 1 = 1 + 1 (água e óleo).

Na obra de Moreira (2011), há outras relações do tipo quando 1 + 1 = x, y, z, quando estas relações são frutos ou resultados de uma alquimia anterior ou a do tipo 1 + 1 = ∞ (um + um é igual ao infinito), ou seja, uma relação com infinitas possibilidades. Mais uma vez, o infinito aparecendo como possibilidade amorosa. Neste contexto, é bastante comum observar pessoas, adolescentes ou mesmo adultos com tatuagens que lembram ou mesmo revelam o símbolo do infinito em sua forma completa. Tais tatuagens são homenagens a amores, às vezes à cara-metade, aos filhos e em sua maioria, aos pais. Lembrando que aquele amor é infinito.

Mas, é importante, antes de mais nada, conceitua-lo. O infinito é algo que não tem limite, é algo que não tem fim (HOUAISS, 2010), infinito vem do latim *infinítu*, com símbolo ∞, é um adjetivo que mostra algo que não tem nem início e tampouco fim ou ainda, não tem limites ou que é inumerável. Há quem atribua o infinito a Deus, ao absoluto ou ao eterno.

Ao fazer um pequeno histórico do estudo do infinito, se encontra Platão, que considerava que o tempo, o homem, o universo poderia ser apenas *peiron*, ou seja limitado, determinado, finito. Era um conceito considerado sem sentido, algo que seria até irracional. Ideia que não poderia ser atribuída a um Deus, já que seria impensável a questão do infinito (XAVIER, 2005).

Aristóteles que foi discípulo de Platão também não aceitou o conceito de infinito como sendo algo real. Seu pensamento contrário ao infinito se deu por conta dos paradoxos que este conceito trazia, concluía, portanto, que o infinito seria algo negativo e mais uma vez irracional e não concebível pela mente humana e tampouco pelo que ele considerava real.

No entanto, Aristóteles acabou por aceitar o conceito de infinito, pois ele necessitava para avançar em sua geometria. No caso, foi aceito o conceito de infinito absoluto ou *apeiron*. Para Aristóteles alguns postulados, de sua geometria, eram indemonstráveis, estariam, segundo ele, fora da ciência conhecida, estariam, portanto, no infinito, estariam em explicações da matemática.

Uma espécie de resumo histórico foi construído por Sampaio, para ela, a questão do infinito começou a ser estudado na Grécia Antiga, quando, os pensadores buscavam compreender a verdade e a razão, usando de raciocínio lógico. Na Idade Média, o domínio da

Igreja Católica, deixa em segundo plano a ideia de infinito, a não ser por Santo Agostinho, em sua obra *Civitas Dei* que admite que o infinito é um atributo de Deus (AGOSTINHO, 1999). Já no renascimento surge o Cálculo Infinitesimal como principal instrumento para trabalhar o infinito. Depois no século XVII, Cavalieri, discípulo de Galileu, com ideias do mesmo e de Kepler entusiasmou os matemáticos, em sua obra *Geometria indivisibilius continuorum*, com problemas ligados aos infinitesimais (EVES, 2004).

Ainda no contexto histórico, Sena (2011) argumenta que foi o matemático Bolzano que em 1851 deu a primeira noção de infinito, em sua obra “Paradoxos do infinito”. Nesta oportunidade, ele enfatizou que o conceito de equivalência entre dois conjuntos A e B, por exemplo, era aplicável a conjuntos finitos e infinitos. No entanto, antes ainda, Galileu, que em 1638, publicara “Diálogos sobre as duas novas ciências”, identifica o infinito atual, onde estabelece a bijeção entre números naturais e seus quadrados. Por exemplo: 1 com 1, 2 com 4, 3 com 9, 4 com 16 e assim por diante. Dizia ele que tantos são os quadrados dos números, quantos são os números naturais, logo infinitos.

Como pode ser constatado, os pensadores e matemáticos se ocuparam por muito tempo tentando buscar explicações de conceitos matemáticos que necessitavam do infinito para serem concluídos. Buscavam verdades dentro do universo finito, sem encontrar. Depois passaram a buscam, finalmente, o infinito, mas a teoria demorou para ser efetivada, chegou, na verdade, somente no século XIX com o matemátcio Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor (1845-1918) (IEZZI; MURAKAMI, 2004).

Cantor disse que um conjunto infinito é aquele que pode ser colocado em correspondência biunívoca com uma parte própria de si mesmo, ou seja, um conjunto A é chamado de infinito se existir uma bijeção entre A e um subconjunto próprio de A. Para entender a bijeção, recorre-se aos conceitos de funções. Uma função sobrejetora é aquela onde o contradomínio é igual ao conjunto imagem da função. Uma função injetora é aquela onde cada elemento do conjunto A (domínio) tem sua imagem correspondente em B (contradomínio) e essas imagens são exclusivas. Já as funções bijetoras são aquelas que são, ao mesmo tempo, sobrejetora e injetora (IEZZI; MURAKAMI, 2004).

Uma função bijetora admite inversa, como no caso citado por Galileu, onde ele diz que tanto os números naturais (1, 2, 3, ... n) são infinitos, quanto seus quadrados (1, 4, 9, ..., n^2) o são. Ou seja, o conjunto dos quadrados é um subconjunto dos números naturais, logo a correspondência biunívoca ocorre, também a bijeção teorizada por Cantor, logo tem-se conjuntos infinitos - o conjunto dos números naturais e o conjunto dos quadrados dos números naturais.

Na escola, de maneira errônea, muitas vezes, exemplos eram dados, dizendo, por exemplo, que a areia do oceano era infinita, pois havia muitos grãos, eram portanto incontáveis, portanto infinito ou ainda, as estrelas do universo seriam infinitas já que eram muitas, também incontáveis, também infinitas. Em ambos os casos, se pudéssemos contar chegaríamos, mais cedo ou mais tarde, ao número finito de grãos de areia ou estrelas do universo. Para simplificar, recorre-se a Borges (2015), que diz que um conjunto infinito é aquele em que não conseguimos contar todos os elementos um a um, não conseguimos associar a quantidade de seus elementos a um número natural.

É comum, o professor de matemática, em suas explicações, incentivar um estudante a pensar em um número muito grande ou um número muito pequeno como sendo próximo ao infinito positivo e negativo respectivamente. Porque próximo? Porque muito grande ou muito pequeno? É que a ideia de infinito sempre foi associada a um número muito grande e aí se diz: imagina um número grande, o mais grande possível, não é o maior, pois sempre é possível somar mais um. O contrário também é verdadeiro, pense em um número muito pequeno ou negativo ao extremo, também sempre é possível diminuir um.

Mas, uma história bastante interessante sobre como explicar o infinito foi dada pelo matemático David Hilbert (1862-1943) quando citou um hotel com um número infinito de quartos, o que ficou conhecido como o Paradoxo do Hotel Infinito de Hilbert (GONÇALVES; GONÇALVES, 2012). Imagine um hotel com um número infinito de quartos, que estavam todos ocupados. Nesse hotel chega um hóspede que necessita muito de hospedagem, como o gerente do hotel poderia resolver essa situação?

Os quartos deste hotel possuem seus números consecutivos, quarto 1, quarto 2, quarto 3, assim sucessivamente, cada quarto para cada número natural (1, 2, 3, ..., n). Quando esse hóspede chega e o gerente ouve a negativa da recepcionista, ele interveem dizendo que sim é possível acomodar, mesmo o hotel estando lotado, o cidadão que acaba de chegar. Vamos, disse o gerente, remanejar o hóspede do quarto 1 para o quarto 2, o do quarto 2 para o quarto 3 e assim sucessivamente até chegar no quarto n, passaremos este hóspede para o quarto n + 1, com isso todos permanecerão alojados e sobrará o quarto 1 para o cidadão que acaba de chegar.

Mais tarde chega a este hotel, que permanecia lotado, um grupo de 1000 pessoas, a recepcionista observadora e inteligente, transferiu o hóspede do quarto n para o quarto n + 1000 e acomodou todos os outros recém chegados. No entanto, horas depois chegou uma infinidade de nossos potenciais hóspedes, ao que a recepcionista obrigou-se a pedir ajuda ao gerente.

O gerente pediu para que passasse cada hóspede do quarto n para o 2n, isso faria com que todos os quartos ímpares ficassem vagos, mas pensou melhor e disse que seria melhor mudar o que estava no quarto n, para o 3n, os novos hóspedes deviam ser colocados nos quartos de número 3n + 2, deixando vagos os quartos 3n + 1, sobrando dessa forma infinitos quartos vazios o que o deixaria algum tempo sossegado.

Uma história interessante e que explica de forma razoavelmente simples a ideia do infinito com um exemplo real. São exemplos como esse do Hotel de Hilbert que devem ser usados não somente para explicar o infinito e sim para trabalhar qualquer conceito matemático, pois apesar da teoria matemática ser considerada difícil ela sempre possui uma ligação com o real, com o cotidiano próximo ou distante do estudante.

2 Considerações Finais

É importante mostrar, acima de tudo, que estas duas ciências caminham juntas desde o passado longínquo, época em que os pesquisadores não estavam subdivididos por nomes, ou seja, não haviam um matemático, um filósofo, um físico, haviam os pensadores. Platão, por exemplo, colaborou com as bases da filosofia e da geometria. Galileu Galilei colaborou com a ciência aliando matemática, física, filosofia e astronomia. Com René Descartes, a ciência ganhou a racionalismo, o raciocínio funciona como um exercício mental lógico (MARÇAL, 2009).

Pascal, por sua vez, contribuiu na filosofia com os limites da condição humana, na matemática com a geometria e com a probabilidade, mais além, também brindou a física com estudos do som, pressão e mecânica e, por fim, Pascal influenciou na teologia, com fundamentos que criaram a igreja metodista. Outro pensador importante foi Tales de Mileto, considerado o pai da filosofia ocidental por buscar respostas racionais aos fenômenos da natureza. É dele também a primeira experiência com eletricidade, física portanto. Na geometria, sua importância é de tal maneira reconhecida que possui um teorema em seu nome, o Teorema de Tales.

Além de mostrar o histórico da ligação entre estas duas ciências, explorar exemplos reais torna a matemática mais compreensível, mais humana, mais interessante e divertida de se aprender. É também interessante associar os conceitos matemáticos com ideias da filosofia, neste caso, o infinito com o ápeiron. Mostrando essa inter-relação existente entre as duas ciências/disciplinas que são consideradas difíceis e até dissociadas da realidade pode trazer benefícios à aprendizagem de ambas.

Enfim, fazer relações entre estas duas ciências e relacionar o infinito ou ápeiron com o romantismo, com as relações humanas, com as pesquisas mostra ao estudante e à comunidade escolar que tanto a matemática quanto a filosofia são ciências impregnadas historicamente no cotidiano próximo e que com apenas uma dose moderada de estudo e observação estarão fazendo, usando e transformando suas vidas com matemática e filosofia.

3 Referências

AGOSTINHO, S. **A cidade de Deus** (contra os pagãos). 3ª ed. Petrópolis: Editora Vozes, 1999. (Parte I)

BORGES, B. A. **O infinito na matemática**. Dissertação (Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação. São Paulo: Universidade de São Paulo, 2015.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**, tradução Higyno H. Domingues, Campinas: Editora da UNICAMP, 2004.

GONÇALVES, M. B.; GONÇALVES, D. **Elementos de Análise**. Florianópolis: UFSC, 2012.

HOUAISS. **Dicionário da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2010.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos da matemática elementar**: conjuntos, funções. 8. ed. São Paulo: Atual, 2004.

MARÇAL, J. (org.). **Antologia de textos filosóficos**. Curitiba: SEED-PR, 2009.

MOREIRA, D. **A Matemática do amor**: um mergulho nas relações humanas. Rio de Janeiro: Wak Editora, 2011.

SENA, C. O. de R. Especialização em Matemática para Professores do Ensino Básico, Uma história sobre o infinito atual. Belo Horizonte: [s.n.], 2011. 30 f.

XAVIER, D. G. Para uma metafísica platônica à luz da "tradução indireta". São Paulo: Hypnos. Ano 10 /nº 15 –2º sem. 2005, p. 117-128.