

## SEQUÊNCIA DIDÁTICA COMO ESTRATÉGIA PARA CONSTRUIR OS PRIMEIROS SIGNIFICADOS PARA O CONCEITO DE FUNÇÃO POR MEIO DO CONCEITO DE OPERADOR<sup>1</sup>

Clarice Caciani Taube<sup>2</sup> – [cacitaube@gmail.com](mailto:cacitaube@gmail.com)

SMED – São Leopoldo

São Leopoldo-RS

Universidade Estadual do Rio Grande do Sul

Guaíba - RS

**Resumo:** O trabalho consiste na elaboração e na aplicação de uma sequência didática sobre os primeiros significados ao conceito de função sob a interpretação de transformações. Trata-se de um conjunto de atividades vinculadas ao Produto Educacional a aplicadas com educandos do nono ano do Ensino Fundamental. Adota-se nesse trabalho: (i) No entendimento dessa pesquisadora, a sala de aula é um espaço de trabalho colaborativo. (ii) Seguimos a máxima “O estudante aprende falando e o professor ensina ouvindo” (CABRAL; PAIS; BALDINO, 2019). (iii) uma metodologia ativa possibilita o uso de estratégias, tanto no âmbito da didática quanto no âmbito da pedagogia, que permitam a realização da proposição anterior. Os resultados do trabalho mostram a construção dos primeiros significados para o conceito de função interpretadas sob o ponto de vista de transformações.

**Palavras-chave:** Funções. Transformações. Operadores.

### 1. INTRODUÇÃO

As pesquisas sobre o processo de desenvolvimento do Pensamento matemático Avançado (PMA) (Dreyfus, 1991 e Tall, 1991) mostram que esse pensamento está presente na aprendizagem de muitas definições matemática complexas que podem aparecer nos diferentes níveis escolares, mas que se manifestam com maior intensidade nos anos finais do Ensino

---

<sup>1</sup> Esse trabalho resulta da Dissertação e do Produto Educacional recentemente apresentados e defendidos no Mestrado Profissional em Formação Docente para Ciências, Tecnologias, Engenharias e Matemática (PPGSTEM-UERGS-RS), sob a supervisão da Professora Doutora Tânia Cristina Baptista Cabral (PPGSTEM-UERGS).

<sup>2</sup> Mestranda no PPGSTEM-UERGS e integrante do grupo “Pesquisa-Ação Diferencial e Produtos Educativos” - [dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/4767711656550967](http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/4767711656550967)

Médio e ao longo do Ensino Superior. Dreyfus (2002) aponta que a interação entre os processos de representar e abstrair é a base do PMA, explicam que esses processos podem ser desenvolvidos tanto no Pensamento matemático Avançado quanto no Pensamento Matemático Elementar, o que muda é a maneira de gerenciar essa complexidade de acordo com a compreensão do aluno. Um dos problemas apontados por esses autores é que os alunos, em grande parte, não aprendem a desenvolver o Pensamento Matemático ao longo de sua escolarização, explicam que aprender a realizar nas aulas de matemática um grande número de procedimentos padronizados não ajudará o educando a desenvolver o PMA e indicam a reflexão sobre a própria experiência matemática como uma alternativa possível. Powell e Bairral (2014) apontam a escrita como um instrumento importante de reflexão sobre o pensamento, pois por meio dela os alunos têm a oportunidade de analisar seu processo de pensamento, os significados construídos e as formas de raciocínio matemático presentes. “A reflexão sobre os atos mentais pode gerar representações e heurísticas para o aprendiz desenvolver maneiras mais eficazes de pensar” (POWELL; BAIRRAL, 2014 p. 53-54).

A compreensão do conceito de funções e de operador são fundamentais para a aprendizagem em cursos de cálculo no Ensino Superior, a permanência dos alunos nesses cursos, têm sido ameaçada pelas dificuldades apresentadas por esses educandos, é o que sinalizam (Henriques, 2010 e Cabral, 2022). Essas autoras apontam que há uma descontinuidade na passagem do Ensino Básico para o Ensino Superior. Desenvolver o PMA é um processo que inicia com o desenvolvimento do pensamento numérico, passando para o algébrico e funcional, nesse processo, a compreensão do aluno é fundamental, não deve ser algo mecânico e sem significado.

O Produto Educacional (PE) deste estudo objetiva favorecer a compreensão das ideias iniciais do conceito de função sob o aspecto de transformação via operador. O PE é uma sequência didática, contendo cinco atividades que possibilitam aos alunos analisarem e compreenderem as transformações ocorridas de acordo com as entradas e saídas das funções, bem como identificar os operadores responsáveis pelas transformações. A proposta foi aplicada com alunos do nono ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal do município de São Leopoldo, RS. Este PE está vinculado à dissertação intitulada “O conceito de função no 9º ano: Construindo significados a partir do conceito de operador”. A aplicação das atividades foi realizada pela professora e pesquisadora em sua própria sala de aula, caracterizando-se uma pesquisa participante (Lüdke, 1986). Tanto a dissertação quanto o PE foram avaliados e validados por banca examinadora.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

Ponte (1990) destaca que o conceito de função é considerado um dos mais importantes em toda a matemática, sendo base para a matemática contemporânea, pois permeia vários campos direta ou indiretamente.

Neto e Rezende (1998) apontam que desde que iniciou a tomar forma, em torno do século XVIII, o conceito de função tem sido entendido sob diferentes interpretações e consideram no seu estudo três, que são: relações entre conjuntos, relações entre quantidades variáveis e transformações. Segundo esses autores, interpretar o conceito de função na Educação Básica sob o aspecto de transformação é justamente a maneira mais “sofisticada”, pois é dessa maneira que as funções são vistas em disciplinas do Ensino Superior, Álgebra Linear (NETO; REZENDE, 1998), indicam ainda que uma boa maneira para trabalhar funções sob o entendimento de transformações no Ensino Médio é utilizar uma “máquina” que transforma entradas em saídas.

Pesquisadores têm se dedicado a estudar os benefícios de desenvolver o pensamento algébrico e funcional nas crianças desde os primeiros anos escolares. Carraher e Schliemann (2018) entendem que existem boas razões para promover o pensamento algébrico bem antes de um curso de álgebra, eles examinam em seu trabalho como as operações básicas da aritmética podem ser abordadas do ponto de vista das relações funcionais de forma a facilitar a descoberta de interconexões entre tópicos padrão e promover a formulação e representação de generalizações pelos alunos desde pequenos, apontam que uma das atividades mais básicas da matemática é pegar um objeto matemático e transformá-lo em outro, às vezes do mesmo tipo, às vezes não. Carraher *et al.* (2006) propõem que dar às funções um papel importante no currículo de matemática elementar ajudará a facilitar a integração da álgebra no currículo existente e, para que isso seja possível, entendem que operações de adição, subtração, multiplicação e divisão podem ser tratados desde o início como funções. Para Quine (1987, p. 72 *apud* CARRAHER *et al.*, 2006), "uma função é um operador ou operação".

Em comum, esses autores defendem que as funções devem ser trabalhadas de forma que contribua para a compreensão dos conceitos e que não seja baseada apenas em um conjunto de regras e técnicas de resolução. Seguindo esse pensamento, entendemos que desenvolver as primeiras ideias de função sob a interpretação de transformação via operador matemático é uma possibilidade que pode agregar no processo de aprendizagem dos alunos.

Na estruturação das atividades desenvolvidas levou-se em consideração que a sala de aula é um espaço de trabalho colaborativo, onde envolve a interação entre os alunos no desenvolvimento

das atividades, dessa maneira, possibilita a troca de saberes por meio da linguagem. Nesse processo de aprendizagem, os alunos agregam novos conhecimentos aos já adquiridos, ocasionando assim aprendizagem significativa, que, de acordo com Moreira (2011, p. 14), “se caracteriza pela interação entre os conhecimentos prévios e conhecimentos novos, e que essa interação é não-literal e não arbitrária.”

Vigotski (2009) indica a linguagem como fator determinante no desenvolvimento do pensamento, pois para ele, “o desenvolvimento do pensamento da criança depende de seu domínio dos meios sociais do pensamento, isto é, da linguagem” (VIGOTSKI, 2009, p. 149).

Slavin (1996) reforça que no grupo de trabalho cooperativo a responsabilidade individual é incentivar e encorajar uns aos outros a fazer o seu melhor, já que todo o grupo ganha. Apoiando esse pensamento, Cabral, Pais e Baldino (2019) afirmam que a Metodologia da Assimilação solidária (SAM) sustenta o lema que se ensina quando ouve e aprende quando fala, colocando o aluno como construtor de sua própria aprendizagem, e o professor deve desenvolver as perguntas pertinentes e não dar respostas. Nesse sentido, Moreira (2011, p. 50) entende que “as atividades colaborativas, presenciais ou virtuais, em pequenos grupos têm grande potencial para facilitar a aprendizagem significativa, porque viabilizam o intercâmbio, a negociação de significados, e colocam o professor na posição de mediador”.

Levando em consideração esses autores, o PE aqui apresentado divulga uma sequência didática na qual as atividades devem ser realizadas de forma colaborativa no trabalho grupal com a interação dos alunos, possibilitando a troca de conhecimentos por meio da linguagem em suas diferentes formas, desenvolvendo estratégias que propiciem a interação dos conhecimentos prévios dos alunos com os conceitos matemáticos, auxiliando o desenvolvimento do pensamento funcional nos alunos, focando no conceito de função por meio do conceito de operador (transformação). Nesse sentido, a atuação do professor exerce um papel importante nesse processo.

### **3. O PRODUTO EDUCACIONAL**

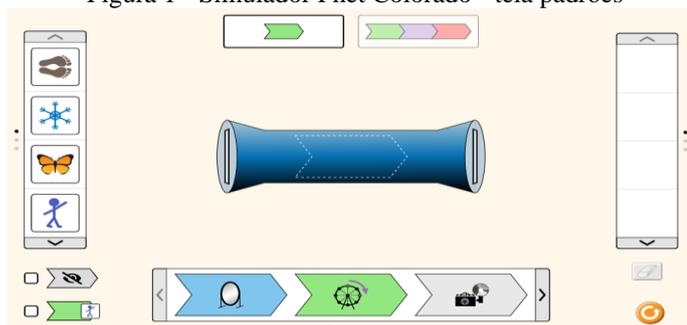
O produto educacional aqui apresentado é uma sequência didática constituída de cinco atividades com o objetivo de favorecer a compreensão das ideias iniciais do conceito de função sob o aspecto de transformação via operador. Essas atividades podem ser aplicadas e replicadas em diferentes contextos e foram adaptadas de outras já existentes. O público alvo deste PE são educandos dos anos finais do Ensino Fundamental e educandos do Ensino Médio.

As atividades “Operadores que transformam” e “Descrevendo operadores” utilizaram o construtor de funções no simulador Phet Colorado disponível em [https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/](https://phet.colorado.edu/pt_BR/), tais atividades foram adaptadas de atividades existentes em <https://phet.colorado.edu/es/contributions/view/4909>. A atividade “Desvendando operadores” foi adaptada do jogo Mestre e adivinho (SMOLE; DINIZ; MILANI, 2007, p. 93-96). A atividade “Corrida de operadores” foi adaptada do jogo Corrida de obstáculos (SMOLE; DINIZ; MILANI, 2007, p. 85-90). A atividade “Fração como operador” utiliza as peças do Frac-Soma 235: significantes manipuláveis, autoria de Robert Baldino e registrado na Biblioteca Nacional, Rio de Janeiro, sob o nº 30262 em 2 de abril de 1984.

- Operadores que transformam

Essa atividade teve como objetivo compreender a ideia de transformação de determinada entrada em uma máquina, identificar a entrada, saída e o operador responsável por essa transformação, bem como descrever as mudanças ocorridas (mudanças de tamanho, forma, orientação etc.).

Figura 1 - Simulador Phet Colorado - tela padrões



Fonte: Phet Colorado<sup>3</sup>.

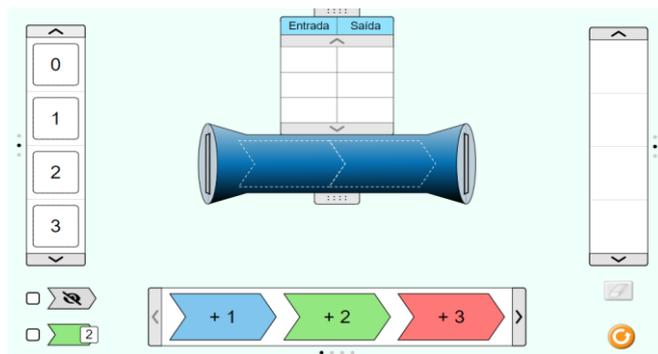
- Descrevendo operadores

Essa atividade teve como objetivo descrever o operador responsável pelas transformações de um grupo de entradas, para determinar a saída; Prever saídas de um determinado operador, usando uma determinada entrada e construir operadores para criar uma nova função. Essa atividade foi composta de três tarefas: utilizando a tela numérica, a tela equação e a tela misteriosa

Figura 2 - Tela numérica do simulador Phet Colorado

---

<sup>3</sup> Disponível em: [https://phet.colorado.edu/sims/html/function-builder/latest/function-builder\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/function-builder/latest/function-builder_pt_BR.html). Acesso em: 10 nov. 2022.



Fonte: Phet Colorado<sup>4</sup>.

- Desvendando operadores

Essa atividade teve como objetivo estabelecer relações entre a linguagem em prosa e a linguagem algébrica simbólica, bem como perceber as operações algébricas como operadores. Sugestões de frases:

Quadro 1 – Desvendando operadores

Indique o sucessor do número.	Indique dez vezes o número.
Indique o triplo do número, mais um.	Indique o quadrado do número, mais um.
Indique o número mais cinco unidades.	Indique o oposto do número.

Fonte: elaborado pela autora.

Sugestão de registro:

Quadro 2 – Desvendando operadores

Número dito	Número respondido

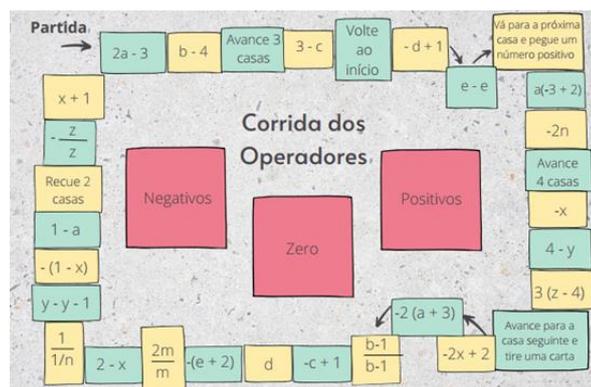
Fonte: elaborado pela autora.

- Corrida de operadores

Essa atividade teve como objetivo compreender as operações algébricas como operadores. Cada casa do tabuleiro representa o operador (expressão algébrica de uma função) e as cartas representam as entradas (conjunto domínio).

Figura 3 - Tabuleiro do jogo corrida de operadores

<sup>4</sup> Disponível em: [https://phet.colorado.edu/sims/html/function-builder/latest/function-builder\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/function-builder/latest/function-builder_pt_BR.html). Acesso em: 10 nov. 2022.

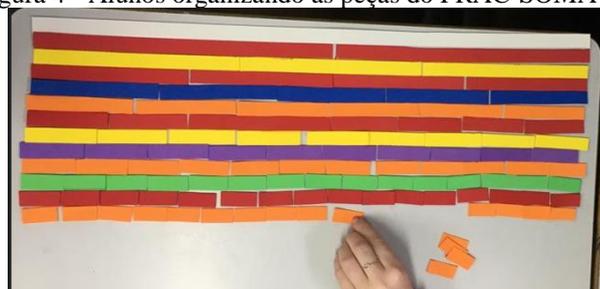


Fonte: imagem da autora.

- Fração como operador

Essa atividade teve como objetivo compreender as frações com o significado de operador multiplicativo, ou seja, um multiplicador de uma quantidade indicada.

Figura 4 - Alunos organizando as peças do FRAC-SOMA 235



Fonte: imagem da autora.

#### 4. RELATO DE APLICAÇÃO E PRINCIPAIS RESULTADOS

O produto educacional “Sequência didática como estratégia para construir os primeiros significados para o conceito de função por meio do conceito de operador” foi aplicado com 35 alunos do nono ano do Ensino Fundamental da rede pública municipal de São Leopoldo. Consiste de atividades organizadas em uma sequência didática e está vinculado à dissertação intitulada “O conceito de função no 9º ano: Construindo significados a partir do conceito de operador”. Ambos foram avaliados e validados por banca examinadora.

As observações realizadas durante a aplicação da sequência didática foram registradas em um Diário de Campo, onde foram relatados reações, falas, anotações e desempenho dos alunos durante a execução do trabalho. Foram registradas as reações positivas e negativas referentes ao trabalho apresentado, bem como o desempenho e o interesse dos alunos. A aplicação do PE teve como propósito refletir a respeito da relação existente entre a teoria e a prática de ensino aplicada na sala de aula. Nessa perspectiva, foram observadas as participações dos alunos referentes à compreensão do conceito de função via conceito de operador

#### 4.1. Operadores que transformam

Essa atividade teve como objetivo compreender a ideia de transformação de determinada entrada em uma máquina, identificar a entrada, saída e o operador responsável por essa transformação, bem como descrever as mudanças ocorridas (mudanças de tamanho, forma, orientação etc.).

Inicialmente, a professora explicou aos alunos que eles fariam algumas atividades usando o simulador de uma máquina e perguntou sobre os tipos de máquinas que os mesmos possuíam em suas casas. Surgiram respostas tais como: máquina de lavar roupa, liquidificador, torradeira, cafeteira, entre outras.

A professora indagou sobre o que cada máquina fazia. As respostas dadas foram: *“A cafeteira faz café”*; *“A máquina de lavar lava as roupas sujas”*; *“A torradeira esquento o pão”*; *“O liquidificador tritura os alimentos”*; *“Cada máquina tem uma função”*; *“Cada máquina foi programada para fazer uma coisa”*.

A professora segue os questionamentos sobre aquilo que entra, o que sai de cada máquina e para que ela foi programada. Segue algumas respostas: *Na cafeteira entra água e pó de café, sai a bebida café. Primeiro ela esquento a água e depois a água quente sobe pelo caninho, cai no pó de café e desce a bebida pronta”*.

Diante desses questionamentos, um aluno comenta: *“Tem máquina que tem só uma função e outras tem mais de uma função. No comentário desse aluno, foi possível perceber que, mesmo sem falar anteriormente no assunto “funções”, alguns alunos expressaram a palavra função como a programação responsável pela transformação das entradas.*

Frente às respostas, nota-se que intuitivamente os alunos associaram as máquinas às funções e transformações. Neto e Rezende (1998) apontam que interpretar o conceito de função sob o aspecto de transformação é justamente a forma mais “sofisticada”, pois é dessa maneira que as funções são vistas em disciplinas do Ensino Superior.

Iniciar a atividade com essa abordagem foi interessante, pois os alunos relataram algo que ocorre no seu cotidiano. Moreira (2011) entende que a aprendizagem significativa se caracteriza pela interação entre os conhecimentos prévios e conhecimentos novos. A professora combinou com os alunos de dar o nome de “operador” para a programação responsável em modificar a entrada.

A atividade “Operadores que transformam” foi realizada utilizando o construtor de funções no simulador Phet Colorado<sup>5</sup>. Cada grupo tinha disponível um computador Chromebook e na sala

---

<sup>5</sup> Disponível em: [https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/simulations/function-builder](https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/function-builder). Acesso em: 10 nov. 2022.

de aula também havia tela interativa. Cada grupo recebeu uma folha com as questões propostas e um Chromebook para acessar o simulador Phet Colorado na tela “padrões” conforme figura 2. As respostas dadas foram construídas pelos integrantes do grupo. Nessa atividade, os grupos foram numerados de 1 a 9.

Os alunos exploraram o simulador, construíram algumas transformações e registraram conforme seguem as observações: *“As entradas passam pelo operador de uma forma e a saída sai de outra. O jeito que ela vai sair depende do operador escolhido”*. *“O boneco entrou foi operado e saiu 90° para direita”*. *“A borboleta entrou, sofreu a operação e a cor amarela ficou azul”*. *“O pé entrou, foi operado e ficou menor”*.

Entendemos que a observação é uma parte importante do processo de aquisição de um conceito, por meio dela, os alunos perceberam que o operador atuava nas entradas, modificando-as. Powell e Bairral (2014) apontam que a escrita é um instrumento importante de reflexão sobre o pensamento, pois por meio dela os alunos têm a oportunidade de analisar seu processo de pensamento, os significados construídos e as formas de raciocínio matemático presentes. Também foi possível perceber que os grupos relacionaram as máquinas com transformações e que essas aconteceram devido à ação do operador envolvido, ou seja, compreenderam o operador como transformação que atua de um grupo para outro.

Ao final da atividade, houve ainda o seguinte relato de um aluno: *“Profe, agora eu entendi a relação dessa atividade com a matemática, primeiro achei que não tinha nada a ver, porque só tinha as figuras, mas os operadores também podem ser os sinais de mais, menos, vezes e dividido”*.

Entendemos que o relato desse aluno teve um significado muito importante em nossa pesquisa. Quando o aluno compreende que os sinais operatórios constituem operadores, responsáveis em transformar, acreditamos ter atingido grande parte do nosso objetivo, pois segundo *Encyclopedia of Mathematics* (2020) um operador é um mapeamento ou transformação que atua de um grupo para outro, portanto os sinais operatórios de adição, subtração, multiplicação e divisão configuram os operadores que os alunos têm trabalhado desde o início da escolarização.

## **5. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

O produto educacional, aqui apresentado parcialmente, pode ser reproduzido por professores, que devem adequar as atividades para as condições e a realidade da sua sala de aula. Apresentou-se neste trabalho a possibilidade de desenvolver as ideias iniciais de função sob a interpretação de transformação via conceito de operador. Neto e Rezende (1998) apontam

que interpretar o conceito de função sob o aspecto de transformação é justamente a forma mais “sofisticada”, pois é dessa maneira que as funções são vistas em disciplinas do Ensino Superior. Concordamos com essa ideia e, a partir das atividades desenvolvidas, acreditamos que trabalhar o conceito de função sob o aspecto de transformação, via operador, seja favorável ao aprendizado dos alunos.

Sabemos que existem diferentes maneiras de interpretar esse conceito tão importante para a matemática, nosso intuito foi apresentar mais uma possibilidade a fim de dar significado ao conceito de função.

## 6. REFERÊNCIAS

BALDINO, R. R. **Frac-Soma 235**: significantes manipuláveis. Registrado na Biblioteca Nacional, Rio de Janeiro, sob o nº 30262 em 2 de abril de 1984.

CABRAL, T.; PAIS, A.; BALDINO, R. Mathematics education’s solidarity assimilation methodology. **Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education**, Utrecht, Netherland, 2019. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02421239/>. Acesso em: 13 dez. 2020.

CABRAL, T. B. **Epistemology of mathematical education in engineering**: building bridges between calculus and engineering. Site. Disponível em: <https://cabraldinos.mat.br/category/projects/>. Acesso em: 20 mar. 2022.

CARRAHER, D. W.; SCHILEMANN, A. D. Empirical and logical truth in early algebra activities: from guessing amounts to representing variables. *In*: SYMPOSIUM PAPER NCTM 2002 RESEARCH PRESESSION, Las Vegas, Nevada, abril 2002. [**Anais...**]. Las Vegas, Nevada: [s.n.], 2002. Disponível em: <http://ase.tufts.edu/education/earlyalgebra/publications.asp>. Acesso em: 6 jan. 2021.

CARRAHER, D. W. *et al.* Arithmetic and algebra in early mathematics education. **Journal for Research in Mathematics Education**, [s.l.], v. 37, n. 2, p. 87-115, 2006. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/30034843>. Acesso em: 14 jan. 2022.

DREYFUS, Tommy. Advanced Mathematical Thinking Processes. In: Tall D. (eds) **Advanced Mathematical Thinking**. Mathematics Education Library, vol 11. Springer, Dordrecht. 2002. Disponível em: < [https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1\\_2](https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_2) > .Acesso em 22 set. 2021.

HENRIQUES, A. C. C. B. **O Pensamento Matemático Avançado e a aprendizagem da análise numérica num contexto de atividades de investigação**. 2010. Tese (Doutorado) - Curso Didática da Matemática, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2010. Disponível em: [https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/2465/1/ulsd059643\\_td\\_Ana\\_Henriques.pdf](https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/2465/1/ulsd059643_td_Ana_Henriques.pdf). Acesso em: 10 out. 2022.

LÜDKE, M.; ANDRE, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação**: Abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa**: a teoria e textos complementares. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

FERREIRA NETO, T. A. Q.; REZENDE, W. M. Interpretações do conceito de função. **Caderno Dá Licença**, Rio de Janeiro, v. 1, n. 1, ed. 1, 1998. Disponível em: <http://dalicenca.uff.br/projetos/caderno/>. Acesso em: 6 jan. 2022.

OPERATOR. **Encyclopedia of Mathematics**. 2020. Disponível em: <http://encyclopediaofmath.org/index.php?title=Operator&oldid=44339->. Acesso em: 2 nov. 2020.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa, Portugal: Ministério da Educação de Portugal, 2009.

POWELL, A.; BAIRRAL, M. **A escrita e o pensamento matemático**: interações e potencialidades. São Paulo: Papirus Editora, 2014. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

SLAVIN, R. E. Research on cooperative learning and achievement: What we know, what we need to know. **Contemporary educational psychology**, v. 21, n. 1, p. 43-69, 1996. Disponível em: [https://scholar.google.com.br/scholar?q=Research+on+Cooperative+Learning+and+Achievement:+What+We+Know,+What+We+Need+to+Know&hl=pt-BR&as\\_sdt=0&as\\_vis=1](https://scholar.google.com.br/scholar?q=Research+on+Cooperative+Learning+and+Achievement:+What+We+Know,+What+We+Need+to+Know&hl=pt-BR&as_sdt=0&as_vis=1). Acesso em: 21 jan. 2022.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; MILANI, E. **Cadernos do Mathema**: jogos de matemática 6º a 9º ano. Porto Alegre: Artmed, 2007.

TALL, D. O. Differing modes of proof and belief in Mathematics. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MATHEMATICS: UNDERSTANDING PROVING AND PROVING TO UNDERSTAND, 2002, Taipei, Taiwan: National Taiwan Normal University. [Anais...]. Taiwan: [s.n.], 2002. p. 91–107. Disponível em: <http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/>. Acesso em: 12 out. 2022.

VIGOTSKI, L. S. **A Construção do pensamento e da linguagem**. 2. ed. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2009.

PHET. **Interactive Simulations da Universidade do Colorado**. 2016. Site. Disponível em: [https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/simulations/function-builder-basics](https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/function-builder-basics). Acesso em: 31 jan. 2022.