

BÁSIA, MEDIÂNIA E DÍFRIA: UMA UTOPIA DO ENSINO DE MATEMÁTICA EM ENGENHARIA

Nelson Luís Dias^a

RESUMO

O presente artigo é uma tentativa de classificar os níveis diferentes de habilidade matemática envolvidos nas atividades de engenharia. Como todo esquema classificatório, impõe cortes arbitrários entre as classes e é inevitavelmente incapaz de contemplar todos os aspectos da questão. Esquemas de classificação são muito comuns nas ciências sociais e, em certo sentido, também nas ciências biológicas. Aqui, o esquema classificatório proposto é apresentado na forma de uma paródia, ou uma lenda, ou uma parábola: descrevem-se três países (Básia, Mediânia e Dífria) imaginários nos quais o desenvolvimento matemático é bastante diferente: em Básia, o cálculo jamais foi inventado e, em Mediânia, conhece-se apenas o cálculo univariado. Com isto, o ensino de engenharia nos três países é bastante diferente, e as diferenças são exploradas neste artigo. O principal objetivo é chamar a atenção para as amplas repercussões que a profundidade dos conhecimentos de matemática num curso de Engenharia tem sobre a sociedade.

Palavras-chave: Ensino de matemática. Cálculo. Currículo de engenharia.

ABSTRACT

This paper presents an attempt to classify the different levels of mathematical proficiency involved in engineering activities. As all classificatory schemes, it draws arbitrary lines between the classes, and therefore it does not intend to be comprehensive. Classification schemes are fairly common in the social and biological sciences. In this paper it is presented in the form of a fiction: three imaginary countries are described (Basia, Mediania and Difria). In each one the development stage of Mathematics is quite different: in Basia, the Calculus has never been invented, and in Mediania, only univariate calculus is known. Therefore, teaching engineering is also entirely different in these three countries, and the differences are discussed in detail. The main objective is to draw attention to the consequences that the depth of mathematical knowledge in Engineering has on society.

Key words: Mathematical education. Calculus. Engineering Curriculum.

^a Professor Adjunto, Ph.D., Universidade Federal do Paraná, CP 19100, Curitiba - PR, CEP 81531-990. Fone: +55-41-3320-2025. E-mail: nldias@ufpr.br

TRÊS PAÍSES IMAGINÁRIOS

[...] enseignons avec soin ces sciences d'attente, que d'habiles praticiens ont edifiées, afin de répondre aux besoins incessants des arts industriels. Mais ne les enseignons pas seules: tenons les élèves-ingénieurs au courant des progrès lents, mais sûrs, de la véritable Physique mathématique; et, pour qu'ils puissent eux-mêmes accélérer ces progrès, faisons en sorte qu'ils connaissent toutes les ressources actuelles de l'Analyse. [...] ensinemos estas ciências-substitutas, que hábeis praticantes construíram, de modo a responder às necessidades incessantes das artes industriais. Mas não as ensinemos sozinhas: matenhamos nossos alunos-engenheiros a par dos progressos lentos, mas seguros, da verdadeira Física matemática; e, para que possam eles mesmos acelerar estes progressos, façamos com que eles conheçam todos os recursos atuais da Análise (LAMÉ, Gabriel. *Théorie mathématique de l'élasticité des corps solides*, 1852).

Era uma vez três países imaginários em diferentes níveis de desenvolvimento matemático: Básia, Mediânia e Dífria. Esses países existem num planeta igualmente imaginário, o planeta Arret. A Figura 1 mostra os mapas destes países. Como podemos ver, Básia é um país com um mapa quadrado de $1000 \times 1000 \text{ km}^2$. A área do país é a área sob a curva

$$y_B(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \text{ ou } x > L, \\ 1 & 0 \leq x \leq L, \end{cases} \quad (1)$$

onde $y_B(x)$ e x são dados em quilômetros e $L = 1000 \text{ km}$. Mediânia tem uma fronteira norte (no sentido positivo do eixo y) com a forma de uma parábola cúbica:

$$y_M(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \text{ ou } x > L, \\ 4L \left(\frac{x}{L} \right)^3 & 0 \leq x \leq L. \end{cases} \quad (2)$$

Dífria é o país com a forma mais estranha, pois se estende de $-\infty$ a $+\infty$ em x (no sentido oeste-leste). Sua fronteira norte é dada por:

$$y_D(x) = \frac{L}{\sqrt{\pi}} \exp\left[-(x/L)^2\right] \quad (3)$$

Apesar de suas formas tão distintas, as áreas dos três países são rigorosamente iguais entre si: $L^2 = 10^6 \text{ km}^2$ (um milhão de quilômetros quadrados). A igualdade das áreas não é acidental neste texto: serve como uma advertência para a

igualdade última de direitos dos seres humanos, incluindo-se o direito de não serem discriminados por sua eventual falta de conhecimentos.

Os habitantes de Básia, Mediânia e Dífria não devem ser julgados pelas diferenças entre estes países, que, como veremos, vão além da forma de seus mapas. Embora muitas analogias possam certamente ser traçadas com países, instituições ou mesmo pessoas do mundo real, é importante enfatizar aqui que as situações criadas neste artigo não se referem a nenhum país, instituição ou pessoa em particular. Quando as analogias com situações reais são inevitáveis ou intencionais, são devidamente explicitadas no texto.

Neste ponto, os leitores são convidados a suspender o ceticismo e a ouvir a história dos países do planeta Arret.

A principal diferença entre os três países é o nível de desenvolvimento matemático que eles alcançaram. Básia jamais descobriu o cálculo diferencial e integral: em Básia, nunca houve um Leibnitz ou um Newton. O conhecimento matemático parou em álgebra e trigonometria elementares; os logaritmos são uma trabalhosa tarefa de cálculo de potências às avessas inventada por John Napier e publicada pela primeira vez em 1614 (Havil, 2003) (portanto, antes da invenção do cálculo por Leibnitz e por Newton). Não se conhece a teoria para calcular áreas de formas geométricas que não sejam composições finitas de retângulos e triângulos (por exemplo, os habitantes de Básia não conhecem a teoria necessária para calcular a área de Mediânia). Embora todos os teoremas elementares de geometria euclideana e de trigonometria tenham sido deduzidos, ninguém sabe como provar que a área do círculo é igual a πr^2 , onde r é o raio do círculo (a fórmula, entretanto, é bem conhecida, por motivos que veremos logo a seguir). Em Básia os números complexos são conhecidos, porque $i^2 = -1$ é, em última análise, uma idéia algébrica elementar. No entanto, a famosa fórmula de Euler,

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i \operatorname{sen}\theta \quad (4)$$

não pode ser deduzida, porque sua dedução é feita por meio da separação da série de Taylor de $e^{i\theta}$ em uma série para o cosseno, e outra para o seno; mas como séries de Taylor são um assunto de cálculo, é impossível para os basiânios entenderem sua dedução.

Mediânia é um caso mais estranho ainda: os seus habitantes (os mediânios) inventaram o cálculo, mas pararam em uma variável. Em resumo,

eles sabem tudo o que é possível saber do cálculo de uma variável, mas nada sabem de qualquer assunto de matemática que envolva funções de duas ou mais variáveis, suas derivadas parciais e suas integrais múltiplas. De certa forma, Mediânia é um mundo (matematicamente) unidimensional. Embora os seus habitantes saibam resolver muitas equações diferenciais, não puderam desenvolver o cálculo de variáveis complexas; não sabem como deduzir as condições de Cauchy-Riemann para a analiticidade de uma função complexa (na verdade, eles nunca formularam o conceito de uma função analítica); não sabem o que são os teoremas de Gauss e Stokes e, é óbvio, jamais chegaram a escrever equações diferenciais parciais. Cálculo variacional, nem pensar. Embora os mediânios sejam capazes de resolver problemas simples de mecânica dos sólidos e mecânica dos fluidos (a catenária e o perfil linear de velocidades de um fluido escoando entre duas placas), nunca chegaram até as equações diferenciais parciais que regem o comportamento de um sólido linear (Lamé, 1866), nem às equações de Navier-Stokes, nem às equações de Maxwell para o eletromagnetismo. Sem derivadas parciais e as relações de Maxwell, a termodinâmica jamais se desenvolveu em Mediânia, e eles nunca projetaram motores de combustão interna nem nunca entenderam totalmente as mudanças de fase. Seu conceito de eficiência termodinâmica é meramente qualitativo; sua limitação em cálculo impede-os de entender as ondas de Kelvin na atmosfera, ou o efeito da baroclinicidade sobre os ventos. Portanto, pararam numa mecânica muito simples, unidimensional. Não há para eles eletromagnetismo, termodinâmica, mecânica quântica nem teoria da relatividade, dinâmica dos fluidos geofísica para previsão do tempo e do clima, teorias de cálculo estrutural de lajes e cascas, teoria de turbulência. Mas eles sabem como calcular a área do círculo e (orgulho nacional) a área sob uma parábola cúbica:

$$\int_0^L 4L \left(\frac{x}{L}\right)^3 dx = 4L^2 \int_0^1 u^3 du = L^2. \quad (5)$$

Em Dífria, o desenvolvimento da matemática jamais parou. A sua ciência está no mesmo nível que a nossa ciência no planeta na Terra. Com o auxílio de integrais duplas e jacobianos, os dífrios (nome que se dá aos habitantes da Dífria) logo descobriram:

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx; \quad I^2 = \int_{x=-\infty}^{x=+\infty} \int_{y=-\infty}^{y=+\infty} e^{-(x^2+y^2)} dy dx = \int_{r=0}^{\infty} \int_{\theta=0}^{2\pi} e^{-r^2} r dr d\theta = \pi \int_{r=0}^{\infty} (2r) e^{-r^2} dr = \pi \Rightarrow I = \sqrt{\pi}.$$

É claro que em (6) r é o jacobiano $\partial(x,y)/\partial(r,\theta)$ e que, portanto, este resultado só é possível com integrais múltiplas e derivadas parciais. Esta descoberta deixou os dífrios muito felizes, pois agora podem calcular a área de seu país:

$$\frac{L}{\sqrt{\pi}} \int e^{-\left(\frac{x}{L}\right)^2} dx = \frac{L^2}{\sqrt{\pi}} \int e^{-u^2} du = L^2. \quad (7)$$

Em suma: para os mediânios,

$$\iint (\dots) dy dx, \quad \frac{\partial(\dots)}{\partial x}, \quad \frac{\partial(\dots)}{\partial y} \quad (8)$$

não significam nada; para os básios, além destes símbolos, também

$$\int (\dots) dx, \quad \frac{d}{dx} \quad (9)$$

são incompreensíveis.

O ENSINO MÉDIO NO PLANETA ARRET

Em Básia, Mediânia e Dífria os ensinamentos fundamental e médio são rigorosamente iguais. Quando prestam o exame de entrada para a faculdade de engenharia, os estudantes dos três países são testados para exatamente os mesmos conhecimentos. O conteúdo de ensino médio no planeta Arret é o mesmo do ensino médio no Brasil.

Com o tempo de pausa proporcionado por um parágrafo, leitoras e leitores devem ter percebido que isso não é possível se Básia, Mediânia e Dífria forem sociedades totalmente fechadas.

Vejamos alguns exemplos.

- Em biologia, aprendemos a estrutura do DNA e do RNA, a dupla hélice de Watson e Crick, no 2º grau. A sua descoberta não teria sido possível sem a medição de padrões de difração de raios X por moléculas, o que, por sua vez, não teria sido possível sem o eletromagnetismo, etc.

- Em química, aprendemos as regras das ligações covalentes entre átomos em função dos seus orbitais s,p,d,f e dos números quânticos (principal, secundário, magnético, spin) de um elétron. Ora, isso é mecânica quântica pura, por meio da equação (diferencial parcial) de Schrödinger (Pauling e Wilson, 1985): somente os dífrios podem saber isto.

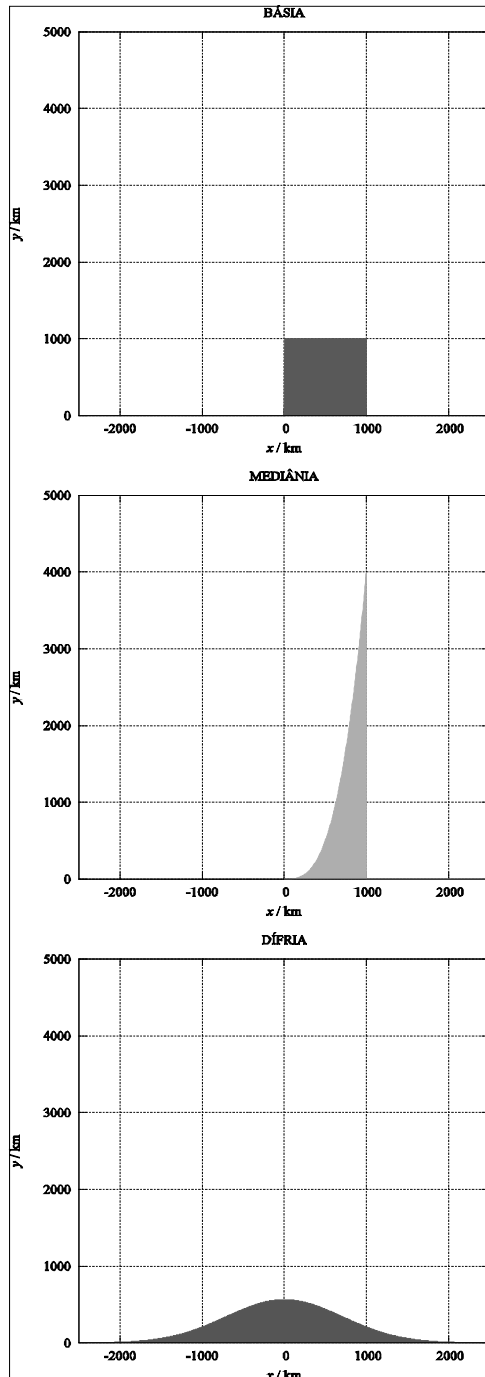


Figura 1 - Os mapas de Básia, Mediânia e Dífria

- Em matemática, aprendemos (sem dedução) a fórmula de Euler (4) no ensino médio, mas ela precisa ser deduzida com cálculo.
- Em física, aprendemos que a aceleração centrípeta de um corpo com velocidade v descrevendo uma curva de raio r é v^2/r , mas novamente esta fórmula só pode ser deduzida com cálculo (vetorial).

Portanto, é impossível que uma sociedade, sozinha, seja capaz de ensinar tudo isso aos seus alunos no ensino médio se não tiver aprendido os resultados com cientistas. Como, então, é possível para Básia e Mediânia ensinar estes assuntos no ensino médio?

A resposta encontra-se nas excelentes relações diplomáticas, culturais e educacionais entre os três países. O segredo chama-se “transferência de tecnologia”. Em Arret, entretanto, ao contrário de nosso planeta, não há uma livre troca de conhecimentos científicos. Em seu lugar, os habitantes do planeta deles concordaram em estabelecer um princípio de alteridade do conhecimento (PAC).

De acordo com este princípio internacional, todos os países concordam em impor a suas populações o seguinte:

1. É vedado a qualquer habitante de qualquer dos três países transmitir os seus (e de seu país) conhecimentos científicos a um habitante de um outro país.
2. É proibido viajar em missão não oficial além das fronteiras nacionais por qualquer motivo.
3. Em viagens oficiais, todos os viajantes são rigidamente controlados para jamais violarem o PAC.
4. Todo e qualquer conhecimento adquirido por um país pode ser transformado em um produto e, como tal, vendido ou doado a outro país, desde que os conhecimentos de matemática (ou qualquer outra ciência) que levaram ao desenvolvimento do produto não sejam, em nenhuma hipótese, revelados.

Em resumo, no planeta Arret todo e qualquer conhecimento adquirido pelo outro (*alter*) país em matemática jamais será seu – a não ser que você o redescubra sozinho.

Felizmente, Básia e Mediânia compreenderam pronta e imediatamente a justiça do PAC e sua importância para a felicidade das nações. Graças ao PAC, Básia e Mediânia são países modernos, dotados de infra-estrutura de última

geração em internet e computação pessoal, telefonia celular, aviões a jato, energia solar e eólica, células de combustível a hidrogênio, trens de alta velocidade, radares meteorológicos e de controle de tráfego aéreo, modelos numéricos de previsão do tempo rodando em supercomputadores com centenas de processadores paralelos, etc..

Muito mais que isso, a transferência de tecnologia estende-se amplamente às atividades educacionais. Cientistas de Dífria escrevem livros-texto cuidadosamente preparados para não infringir o PAC, que podem, então, ser usados pelos alunos de ensino médio e superior dos outros dois países. Isso explica por que os alunos de ensino médio de Básia e Mediânia sabem tudo sobre números quânticos e DNA. Tudo o que os seus professores precisam é deixar bem claro que nem eles (os professores de ensino médio em Básia e em Mediânia) nem os seus alunos têm o direito de se perguntar por que a fórmula de Euler (no caso apenas de Básia, já que em Mediânia sua dedução é conhecida) ou os números quânticos (no caso tanto de Básia quanto de Mediânia) são verdadeiros. Este é um legítimo produto de transferência de tecnologia; como tal, está protegido pelo PAC. Sua aceitação pelos alunos e professores dos países que não dominam esta tecnologia é mandatória, sendo fundamental para a convivência harmoniosa das nações.

Para quem está acostumado a um questionamento científico constante e espera um interesse ativo de alunos e de professores por entenderem o mundo natural que os cerca, esta atitude passiva dos habitantes de Básia e de Mediânia (principalmente dos integrantes dos seus sistemas de ensino) pode parecer estranha. Afinal, alunos jamais deveriam aceitar decorar passivamente resultados de resto incompreensíveis ou ilógicos, e professores deveriam entender os temas que estão ensinando num nível mais profundo do que aquele que transmitirão. A verdade, entretanto, é que no planeta Arret é perfeitamente possível aprender o que não se entende e ensinar o que não se sabe. E fazê-lo com grande sucesso, do ponto de vista do bom funcionamento da sociedade (respeitado o PAC): não há revoluções sociais nem descontentamento em Arret, e Dífria é o único lugar onde acontecem revoluções do conhecimento.

O ENSINO DE ENGENHARIA NO PLANETA ARRET

Tendo entrado para a faculdade de engenharia, os rumos do aluno típico de Básia, Mediânia e Dífria são agora substancialmente diferentes. Observe que o desconhecimento de cálculo não impede que exista um curso superior de engenharia em Básia. Existem bons engenheiros basiânicos, que realizam projetos com sua inteligência, competência e bom-senso – e a ajuda dos sistemas de cálculo e projeto proporcionados pelos acordos e contratos de transferência de tecnologia. Nesta seção, todos os exemplos serão de engenharia ambiental, um curso com o qual o autor está particularmente bem informado no planeta Terra. Espera-se, mesmo assim, que os exemplos apresentados sejam suficientemente representativos para que seja simples generalizá-los para qualquer outra engenharia.

A ENGENHARIA EM BÁSIA

O sistema funciona da mesma forma que no ensino médio: os conhecimentos inacessíveis aos professores de engenharia e aos engenheiros basiânicos estão disponíveis como produtos em livros-texto escritos por mediânicos e (principalmente) por dífrius. Dessa forma, é possível ensinar um curso de quatro anos de engenharia sem que em nenhum momento seja utilizada qualquer noção de cálculo!

A Tabela 1 mostra uma grade curricular típica de engenharia ambiental em Básia.

Para tornar mais claro como os basiânicos são capazes de formar engenheiros que não sabem cálculo, eis alguns exemplos concretos:

- disciplinas Matemática I e II são basicamente revisões aprofundadas do ensino médio: os alunos estudam novamente funções, álgebra, geometria e trigonometria,
- disciplina Física consiste, basicamente, na física de Arquimedes até Galileu e Kepler. Isto não é pouco: há lugar para momentos de força e o princípio do braço de alavanca para uma estática razoável, para a explicação (estritamente empírica) de que Aristóteles estava errado e que os corpos caem com aceleração constante próximo à superfície de Arret, e para as equações do movimento uniforme e do movimento uniformemente variado (unidimensional).

Há lugar para as leis de Kepler e para a ótica geométrica. Os livros que vêm de Dífria também mencionam “leis descobertas

no exterior que explicam o movimento dos planetas, a idade provável do Universo, e as ligações entre os átomos”.

Tabela 1 - Grade curricular típica de um curso de engenharia ambiental em Básia

1º Semestre	2º Semestre	3º Semestre	4º Semestre	5º Semestre	6º Semestre	7º Semestre	8º Semestre
Matemática I	Matemática II	Biologia geral	Administração	Ecologia	Química Ambiental	Tratamento de Águas e Esgotos	Tratamento de Sólidos e Gases
Física	Química Geral	Mecânica Geral	Mecânica dos Materiais	Hidráulica Geral	Hidrologia Ambiental	Estudos de Dispersão	Estudos de Impacto Ambiental
Introdução à Engenharia	Introdução à Engenharia Ambiental	Economia	Estatística	Gestão Ambiental	Lab. de Análises Ambientais	Metodologia Científica	Saúde Pública
Expressão Oral e Escrita	Desenho Básico	Topografia	Informática	Geotecnia Ambiental	Legislação Ambiental	Projeto Final I	Projeto Final II

Todas as disciplinas de biologia e química são descritivas. Taxonomia e classificação de compostos químicos devem ser memorizados; reações químicas descobertas em Dífria são descritas. Não é possível explicar muito bem os modelos matemáticos de crescimento de populações, ou as equações diferenciais que regem a cinética das reações químicas. Esses fatos são dados com afirmações do tipo “Existem diferentes estados de equilíbrio possíveis entre predador e presa, incluindo alguns casos em que as populações se exterminam mutuamente”, ou “a produção de Ozônio na troposfera aumenta com a presença de mais luz solar”. Para os engenheiros de Básia, isso basta.

- A disciplina Hidráulica Geral é uma versão simplificada de mecânica dos fluidos, em que os alunos aprendem a aplicar, basicamente, três equações:

$$p = \rho gh \quad (10)$$

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 \quad (11)$$

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z = \text{constante} \quad (12)$$

- A disciplina Metodologia Científica pode parecer estranha, já que não há (do nosso ponto de vista) uma ciência muito avançada em Básia. Mas é preciso lembrar duas coisas: (i) ir à biblioteca, escrever em uma ordem coerente (introdução, revisão da bibliografia, metodologia, resultados, conclusões) e conhecer as conquistas (embora relativamente modestas) da sociedade basiânica são assunto suficiente para o curso, e (ii) tópicos mais avançados podem ser ensinados por meio de transferência de tecnologia.

Os exemplos poderiam continuar, mas já bastam. Já foi possível mostrar que muito do ensino básico e aplicado de engenharia pode ser feito sem cálculo. E é assim em Básia.

Tabela 2 - Grade curricular típica de um curso de engenharia ambiental em Mediânia

1º Semestre	2º Semestre	3º Semestre	4º Semestre	5º Semestre	6º Semestre	7º Semestre	8º Semestre
Cálculo I	Cálculo II	Biologia Geral	Química Geral	Ecologia	Química Ambiental	Tratamento de Águas e Esgotos	Tratamento de Sólidos e Gases
Física I	Física II	Mecânica Geral	Mecânica dos Materiais	Hidráulica Geral	Hidrologia Ambiental	Poluição e Qualidade da Água	Poluição e Qualidade do Ar
Introdução à Engenharia	Introdução à Engenharia Ambiental	Economia	Estatística	Gestão Ambiental	Lab. de Análises Ambientais	Estudos de Impacto Ambiental	Saúde Pública
Expressão Oral e Escrita	Desenho Básico	Topografia	Informática	Geotecnia Ambiental	Legislação Ambiental	Projeto Final I	Projeto Final II

A ENGENHARIA EM MEDIÂNIA

À primeira vista, a grade curricular de engenharia ambiental em Mediânia é muito parecida com a de Básia. Na verdade, entretanto, o ensino de Cálculo I e Cálculo II muda tudo. Os exemplos de aplicações de cálculo nas disciplinas do curso de engenharia ambiental em Mediânia são os seguintes:

Para calcular o centróide \bar{y} de uma parábola cúbica, os alunos de engenharia podem agora aplicar o “truque” padrão:

$$A = \int_{x=0}^L L \left(\frac{x}{L} \right)^3 dx = \frac{L^2}{4}; \quad (13)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{A} \int y dA = \frac{4}{L^2} \int_{x=0}^L L \left(\frac{x}{L} \right)^3 (L-x) dx = \frac{L}{5}.$$

Observe como esta “técnica”, amplamente ensinada nos livros de mecânica (mesmo em alguns livros de mecânica de Dífria!), é uma forma de evitar o uso de uma integral dupla para o cálculo de \bar{y} .

Em estatística, introduz-se o conceito de função densidade de probabilidade $f_X(x)$ de uma variável aleatória X ; a média e a variância são definidas por integrais:

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx; \sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f_X(x) dx \quad (14)$$

Entretanto, é impossível falar de distribuições conjuntas de variáveis aleatórias (elas exigiriam cálculo de duas ou mais variáveis); portanto, mesmo idéias simples como regressões lineares têm de ser ensinadas de maneira muito simplificada.

Em hidráulica geral, os alunos agora podem ir além das equações (10)-(12). Eles aprendem, por exemplo, a identificar o número de Froude Fr de escoamentos com superfície livre. Como sabem resolver equações diferenciais ordinárias,

aprendem a calcular curvas de remanso (as curvas S e M de hidráulica).

Em hidrologia ambiental, ainda não dá para explicar que o volume de água precipitado em uma bacia hidrográfica e a vazão medida em uma seção de rio são integrais duplas (os mediânios não sabem o que é isto); no entanto, apostilas simplificadas explicam polígonos de Thiessen e cadernetas hidrométricas (habilmente convertidas em planilhas de computador pelos próprios engenheiros mediânios), que, no fundo, calculam integrais duplas.

Em poluição e qualidade da água os alunos aprendem modelos simples de DBO- O_2 baseados em equações diferenciais ordinárias (o modelo de Streeter-Phelps). Modelos de dispersão unidimensionais baseados na equação (diferencial parcial) de difusão-advecção.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + V \frac{\partial C}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (15)$$

entretanto, estão fora do alcance dos mediânios.

A ENGENHARIA EM DÍFRIA

Finalmente, chegamos à engenharia de Dífria, mostrada na Tabela 3. O problema é que agora há muita matemática a ser aprendida, e os dífrius concluíram que precisam de, pelo menos, três anos para isto. Este é o motivo da longa sequência de Cálculo I a IV e matemática aplicada I e II. Em Matemática Aplicada, os alunos de graduação em engenharia dífrius aprendem conteúdos relativamente “avançados” de matemática, tais como funções especiais, cálculo de variáveis complexas, transformadas de Laplace e Fourier, equações diferenciais parciais, movimento browniano e suas aplicações a problemas de difusão, etc.. Funções de Green e integrais de convolução são estudadas aprofundadamente, de maneira que podem ser utilizadas no ensino de sistemas lineares (tais como hidrógrafas unitárias).

Tabela 3 - Grade curricular típica de um curso de engenharia ambiental em Dífria

1º Semestre	2º Semestre	3º Semestre	4º Semestre	5º Semestre	6º Semestre	7º Semestre	8º Semestre
Cálculo I	Cálculo II	Cálculo III	Cálculo IV	Matemática Aplicada I	Matemática Aplicada II	Tratamento de Águas e Esgotos	Tratamento de Sólidos e Gases
Física I	Física II	Biologia	Química	Mecânica dos Fluidos	Hidrologia Ambiental	Hidrodinâmica e Qualidade da Água	Meteorologia e Qualidade do Ar
Introdução à Engenharia	Introdução à Engenharia	Economia	Termodinâmica	Ecologia	Química Ambiental	Estudos de Impacto	Saúde Pública
Desenho Básico	Computação e Cálculo	Mecânica dos Sólidos I	Mecânica dos Sólidos II	Geotecnia Ambiental	Probabilidades e Estatística	Planejamento e Gestão Ambiental	Projeto Final

Inegavelmente, o curso de engenharia de Dífria é mais difícil e “puxado”. As coisas são ensinadas como elas realmente são. Eis alguns exemplos de disciplinas:

- Em mecânica dos sólidos, o mesmo centróide \bar{y} que os medianos calculam com uma integral univariada é calculado da seguinte forma:

$$A = \int_{x=0}^L \int_{y=0}^{L(x/L)^3} dy dx = \frac{L^2}{4}, \quad (16)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{A} \int_{x=0}^L \int_{y=0}^{L(x/L)^3} y dy dx = \frac{L}{5}$$

- Em mecânica dos fluidos, é possível ensinar linhas de emissão, linhas de corrente, trajetórias, a equação da continuidade para um escoamento incompressível:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (17)$$

a equação de Laplace para escoamentos potenciais:

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (18)$$

a dedução das equações de Navier-Stokes, e muito mais.

- Em ecologia ensina-se dinâmica de populações com equações diferenciais ordinárias e parciais.
- Em hidrodinâmica e qualidade da água ensinam-se as equações de águas rasas, a equação da difusão-advecção e algumas ideias de modelagem de turbulência.
- Em probabilidades e estatística ensinam-se distribuições conjuntas e probabilidades, independência e análise estatística multivariada.

DISCUSSÃO

Para que seja possível ensinar a matemática dífria, o curso de engenharia dífrio compactou alguns assuntos, e simplesmente excluiu outros, que fazem parte dos *curricula* de Básiã e Mediânia. Consequentemente, os alunos de engenharia de Dífria precisam fazer um esforço maior para aprender mais assuntos em menos tempo.

Estes alunos sabem que são muito requisitados e muitas vezes questionam a necessidade

de aprender tanta matemática. Afinal de contas, muito do mercado de trabalho de Dífria é exatamente como em Mediânia ou mesmo em Básiã: uso de aplicativos para desenhar, catalogar, listar materiais e custos...

Empresários dífrios chegaram, mesmo, a aventar a hipótese de abrir o mercado de trabalho em engenharia a engenheiros formados em Mediânia (alguns chegaram a propor Básiã), de forma a reduzir os salários dos engenheiros e aproveitar recursos humanos com ampla experiência prática. Esta idéia, entretanto, viola frontalmente o PAC, que como nós vimos é o fundamento mais importante da paz entre as nações no planeta Arret. Portanto, não é surpresa que a idéia de abertura de mercado tenha fracassado: a engenharia de Dífria continuará, por muito tempo, a ser apenas para os dífrios.

O fato é que o conhecimento exclusivo dá aos dífrios uma vantagem econômica importante. Os dífrios ganham bastante dinheiro em seus contratos de transferência de tecnologia com Mediânia e Básiã, e desejam continuar assim.

Não há nenhuma conspiração internacional que tenha levado os dífrios à sua condição de proeminência tecnológica e científica. Os dífrios não roubaram conhecimentos alheios, nem conspiraram contra o seu surgimento em Básiã ou Mediânia. No entanto, quando eles perceberam a total falta de interesse dos básios e dos mediânios em aprofundar seus conhecimentos, acharam que boa diplomacia e o PAC seriam capazes de manter a paz no seu mundo, ao mesmo tempo que os tornariam razoavelmente mais bem-de-vida.

Estes países interessantes com mapas totalmente matemáticos vêm provar que, no debate sobre o conteúdo de ciência necessário aos cursos de engenharia, todos estão certos – por mais díspares que sejam seus pontos de vista.

Todos podem ser engenheiros e, em retrospectiva, não há nada que ligue absolutamente o conhecimento de ciência à formação de um engenheiro. Ele sempre poderá receber a informação de segunda mão, na forma confortável de uma tabela, um programa de computador, ou de um contrato de transferência de tecnologia. O esquema vai funcionar tão bem como se o engenheiro realmente conhecesse toda a teoria: seu projeto será bem-sucedido, independentemente de seu conhecimento de matemática. Infelizmente, existem alguns projetos que os engenheiros básios e mediânios simplesmente não são capazes de fazer...

CONCLUSÕES: A ENGENHARIA NO PLANETA TERRA

A parábola de Básia, Mediânia e Dífria não deve ser interpretada literalmente: num bom número de países da Terra, inclusive o Reino Unido e o Brasil, os sistemas de ensino de engenharia são um misto dos modelos de Básia, Mediânia e Dífria. Este artigo não defende um modelo único, qualquer que seja. É compreensível, e saudável, que os três modelos coexistam harmonicamente.

A relação entre riqueza e desenvolvimento científico parece, entretanto, autoevidente. Ao avançarem em seu desenvolvimento científico e tecnológico ao custo de considerável esforço de seus cientistas e engenheiros, os dífrios tornaram-se os mais ricos em seu planeta e puderam vender os produtos de seu conhecimento por um bom preço para Mediânia e para Básia. Aqui, a analogia entre países desenvolvidos e países em desenvolvimento no planeta Terra é inevitável, e intencional.

O modelo dífrio, relativamente ousado ao aprofundar o ensino de matemática na graduação de engenharia além do que é comumente feito no Brasil (por exemplo), é perfeitamente possível: vem sendo aplicado no curso de Engenharia Ambiental da UFPR, onde o autor leciona Matemática Aplicada I e II desde 2000. Naturalmente, o curso imaginário de engenharia ambiental de Dífria não é igual ao curso real de Engenharia Ambiental da UFPR, cuja criação necessariamente envolveu uma adaptação às condições de ensino na UFPR. Mas os resultados do curso da UFPR são animadores e mostram que a engenharia dífria não é tão utópica quanto sugere o título deste trabalho: nossos egressos são maduros, possuem boa capacidade de análise de problemas (quaisquer problemas, não apenas problemas de matemática) e têm uma visão de que a engenharia (também) é uma atividade de alto nível científico, que requer a existência de engenheiros com conhecimentos profundos de matemática (e demais ciências) para resolver problemas que são hoje tão desafiadores como os que foram resolvidos pelos pioneiros da engenharia nos séculos XIX e XX (para não ir muito longe no passado).

O debate, portanto, não deve ser sobre a prevalência de um modelo único; deve se voltar para o perfil de engenheiro que se deseja formar em cada curso de engenharia: básico, mediânico ou dífrio. Todos terão seu papel no mercado de traba-

lho, e todos são dignos de respeito e contribuem para o engrandecimento da engenharia.

Resta, contudo, a questão de que, como sociedade, nós ainda somos mais parecidos com Mediânia – e algumas vezes com Básia – do que com Dífria. Partindo do pressuposto, razoável, de que é nosso objetivo nos tornarmos uma sociedade desenvolvida, cabe, portanto, nos questionarmos sobre a contribuição que o ensino de engenharia pode dar para atingi-lo.

Ao que tudo indica, nós (menos desenvolvidos) criamos um PAC não escrito no seio de nossas próprias sociedades. Em parte, porque não temos paciência (compreensivelmente) para esperar dezenas ou centenas de anos até que nossos cientistas e engenheiros nos forneçam as amenidades tecnológicas que mais rapidamente compramos dos dífrios de plantão. Em grande parte, porém, porque não temos um número suficiente de escolas de engenharia dífrias. Não nos organizamos para maximizar o conhecimento dos nossos alunos e de nossa sociedade e algumas vezes aceitamos o caminho mais fácil de aprender sem entender e de ensinar sem saber. Cabe a nós decidir se queremos ou não um país mais parecido com Dífria do que com Básia e Mediânia.

Se a resposta for afirmativa, é preciso formar mais engenheiros dífrios, desde a graduação.

REFERÊNCIAS

- HAVIL, J. *Gamma*. Exploring Euler's constant. Princeton University Press, Princeton, 2003.
- LAMÉ, G. *Leçons sur la théorie mathématique de l'élasticité des corps solides*. 2^{ème} edition Gauthier-Villars, Paris, 1866.
- PAULING, L.; WILSON JR., E. B. *Introduction to quantum mechanics*. With applications to chemistry. Dover, New York, 1985.

AGRADECIMENTOS

O autor agradece a um revisor anônimo a informação sobre as três formações de engenheiro no Reino Unido (*technician*, *incorporated* e *chartered*), análogas aos engenheiros básicos, mediânicos e dífrios.

DADOS BIOGRÁFICOS



Nelson Luís Dias

Engenheiro civil (UFRJ, 1983), M.Sc. (Coppe/UFRJ, 1986), Ph.D. (Cornell University, 1994). Professor Adjunto da UFPR, Laboratório de Estudos em Monitoramento e Modelagem Ambiental (Lema), curso de graduação em

Engenharia Ambiental e Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia. Pesquisador em mecânica dos fluidos ambiental, hidrologia e turbulência atmosférica. Principais temas de pesquisa: turbulência na camada-limite atmosférica, evaporação em lagos, fluxos de energia na superfície da Terra, fluxos de gases de efeito estufa. Temas de interesse em ensino de engenharia: otimização de ementas e currículos, ensino de matemática em engenharia, uso de processamento simbólico no ensino de matemática.